WWW.FUKA.IR

آمار، سنجش و اندازه‌گیری
و در تربیت بدنی

WWW.FUKA.IR

مجموعه تربیت بدنی

آمار،سنجش و اندازه گیری

WWW.FUKA.IR

فهرست مطالب

فصل اول: تعاریف آمار، ارزشیابی و اندازه‌گیری ۱۲
آمار 12
ارزشیابی 12
مدل ارزشیابی 12
هدفهای اندازه‌گیری و ارزشیابی 13
انواع ارزشیابی (براساس زمان و هدف) 14
استانداردهای ارزشیابی 16
اندازه‌گیری 17
تعریف اندازه‌گیری از نظر کرلینگر 17
ویژگیهای اندازه‌گیری 17
گامهای اندازه‌گیری 19
آزمون (امتحان) 19
مجموعه آزمون 19
فصل دوم: اهداف تربیتی ۲۰
اهداف تربیتی (شناختی- عاطفی- روانی حرکتی) 20
انواع آزمونها و روشهای سنجش 21
اندازه‌گیری ابعاد روانی در تربیت بدنی و ورزش 23
انواع آزمونهای تربیتی 24
تهیه یک آزمون خوب 25
فصل سوم: انواع نمره و مقیاسها ۲۶
اقسام نمره 26
انواع نورم 26
روشهای نمره دادن 27
روشهای نمره دادن در تربیت بدنی 28
واحد اندازه‌گیری مشترک 28
مقیاسها 28
مقیاس اسمی (نشانه و طبقه): کیفی 28
مقیاس ترتیبی (رتبه‌ای): 29
مقیاس فاصله‌ای: 29
مقیاس نسبی: 29
فصل چهارم: زمینه‌های مورد بحث تربیت بدنی در ارتباط با سنجش و اندازه‌گیری ۳۰
تکامل سنجش و اندازه‌گیری 30

WWW.FUKA.IR

فاکتورهای مهم آمادگی جسمانی و آمادگی حرکتی 30
تست ایفرد (AAHPERD) 37
فصل پنجم: شرایط اساسی آزمون ۳۹
شرایط اساسی آزمون 39
اعتبار (پایایی) 39
اقسام پایایی (اعتبار) 40
عواملی که بر پایایی اثر می‌گذارند 42
عینیت 43
عوامل مؤثر بر عینیت 43
اعتبار (روایی) 43
مقدار ضریب اعتبار 46
اعتبار آزمونهای ملاکی 46
رابطه پایایی و اعتبار 46
عملی بودن 47
فصل ششم: آمار توصیفی (جدول توزیع فراوانی و نمودارها) ۴۸
آمار توصیفی 48
توزیع فراوانی 48
نحوه ساختن توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده 49
توزیع فراوانی نسبی 51
توزیع فراوانی نسبی درصدی 51
توزیع فراوانی تراکمی (تجمعی) 51
توزیع فراوانی تراکمی درصدی (Cf%) 51
فصل هفتم: آمار توصیفی (شاخصهای گرایش مرکزی) ۵۷
شاخصهای گرایش مرکزی 57
نما یا مُد (mo) 57
میانه (md) 58
ویژگی مهم میانه 58
محاسبه میانه 58
محاسبه میانه در جدول توزیع فراوانی 59
میانگین (X) 59
ویژگیهای مهم میانگین 59
محاسبه میانگین 61
میانگین مرکب یا میانگین میانگینها ($\overline{x}_T$) 61
محاسبه میانگین اعداد طبقه‌بندی شده از راه میانگین فرضی (راه کوتاه) 62
انتخاب یک اندازه گرایش مرکزی 63
رابطه بین میانگین، میانه و نما 64
معیارهای مهم برای مقایسه نمودارها 64

WWW.FUKA.IR

فصل هشتم: آمار توصیفی (شاخصهای پراکندگی) ۶۵
شاخصهای پراکندگی 65
دامنه تغییرات (R) 65
انحراف چارکی 66
چارکها: 67
طرز بدست آوردن انحراف چارکی 67
محاسبه انحراف چارکی در جدول اعداد دسته‌بندی شده 68
انحراف متوسط (MD) 69
واریانس: (S^2) 69
ویژگیهای واریانس 70
انحراف معیار (انحراف استاندارد یا S) 70
ویژگیهای انحراف استاندارد 71
فصل نهم: آمار توصیفی (شاخصهای موقعیت نسبی) ۷۲
کجی‌ها 72
فرمول کجی پیرسون 73
ویژگی کجی‌ها 73
رتبه درصدی 73
محاسبه رتبه برای چند رکورد برابر 74
نقاط درصدی (صدکها) 75
انتخاب افراد براساس نقاط درصدی 77
فصل دهم: نمرات استاندارد و انواع آن ۷۸
نمرات استاندارد 78
نمرات استاندارد Z 78
نمره T 81
نمره IQ (بهره هوشی) 82
نمره‌های نه‌گانه 83
ویژگیهای منحنی طبیعی 85
ویژگیهای منحنی طبیعی عبارتند از: (نمودار 4) 85
فصل یازدهم: ضریب همبستگی و تفسیر آن ۸۷
ضریب همبستگی (r) 87
تحلیل ضریب همبستگی 87
ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپرمن (ρ) 88
ضریب همبستگی گشتاوری پیرسون 89
ضریب تشخیص 89
پیش‌بینی تحلیل رگرسیون 90
پیش‌بینی 90
خطاهای پیش‌بینی 91

WWW.FUKA.IR

همبستگی پاره‌ای و چند متغیری 93
مسائل 94
تست‌های طبقه‌بندی شده تکمیلی سنجش و اندازه‌گیری 99
پاسخنامه 110
فصل دوازدهم: آمار توصیفی ۱۱۳
مفاهیم اولیه 113
دسته‌بندی داده‌ها و جدول توزیع فراوانی 118
انواع فراوانی 122
نمودارهای فراوانی و تحلیل داده‌ها 127
مشخص‌کننده‌های مرکزی 134
میانگین 134
میانه 147
نکات مهم در ارتباط با میانه 152
مد (نما) 153
نکات مهم در ارتباط با مد یا نما 156
چندک‌ها 157
مشخص کننده‌های پراکندگی 165
دامنه تغییرات 166
نکات مهم در ارتباط با دامنه تغییرات 167
دامنه چارک‌ها 168
انحراف چارک‌ها (نیم دامنه چارکی) 168
انحراف از میانگین 169
نکات مهم در ارتباط با انحراف از میانگین 171
واریانس (پراش) 171
نکات مربوط به واریانس 173
انحراف معیار 176
نکات مهم در ارتباط با انحراف معیار 177
اندازه استاندارد 179
گشتاورها 180
روابط مهم در ارتباط با گشتاورها 182
مشخص‌کننده‌های نسبی پراکندگی 185
ضریب تغییرات 185
نکات مهم در ارتباط با ضریب تغییرات 187
چولگی 190
ضریب چولگی 191
کشیدگی 194
ضریب کشیدگی 194

WWW.FUKA.IR

تست های آمار توصیفی 198
پاسخ تشریحی تست‌های آمار توصیفی 214
فصل سیزدهم : دسته‌بندی ارزشیابی‌های آموزشی ۲۲۶
دسته‌بندی ارزشیابی‌های آموزشی در قالب رویکردهای مختلف 226
دسته‌بندی ارزشیابیهای آموزشی با توجه به موضوع ارزشیابی 229
دسته‌بندی ارزشیابیها با توجه به زمان و هدف استفاده از آنها 230
دسته بندی ارزشیابی‌های آموزشی با توجه به ارزشیابان 231
فصل چهاردهم : مراحل و فعالیت های ارزشیابی آموزشی ۲۳۲
مراحل ارزشیابی آموزشی 232
فعالیت‌های ارزشیابی آموزشی 234
فصل پانزدهم : ارزشیابی پیشرفت تحصیلی ۲۳۵
فصل شانزدهم: انواع آزمون‌های پیشرفت تحصیلی ۲۳۹
فصل هفدهم : اجرا، نمره‌گذاری و تحلیل آزمون ۲۴۷
تفسیر ضریب تمیز 251
آمادگی حرکتی 257
مجموعه تست 1 261
پاسخنامه 262
مجموعه تست 2 263
پاسخنامه 264
مجموعه تست 3 265
پاسخنامه 268
مجموعه تست 4 269
پاسخنامه 269
مجموعه تست 5 270
پاسخنامه 273
مجموعه تست 6 274
پاسخنامه 280
مجموعه تست 7 281
پاسخنامه 286
مجموعه تست 8 287
پاسخنامه 290
تست‌های طبقه‌بندی شده 291
پاسخ تست‌های طبقه‌بندی 294
منابع 311

WWW.FUKA.IR

WWW.FUKA.IR

WWW.FUKA.IR

فصل اول: تعاریف آمار، ارزشیابی و اندازه‌گیری

آمار

آمار عبارت است از مجموعه‌ای از فنون یا روشهای ریاضی برای جمع‌آوری، تنظیم، تحلیل و تعبیر و تفسیر داده‌های عددی. آمار ابزار اساسی سنجش و اندازه‌گیری است.

ارزشیابی

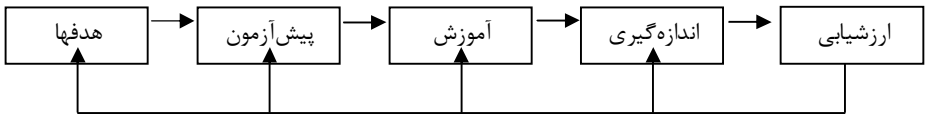
فلسفه ارزشیابی رسیدن به اهداف غایی آموزش و پرورش و در نهایت جامعه است. ارکان مهم آموزش و پرورش عبارتند از: هدف، برنامه، روش، وسایل آموزشی، ارزشیابی.

ارزشیابی، تعیین ارزش یا داوری یا فرآیند سازمان یافته برای جمع‌آوری، تحلیل و تفسیر اطلاعات و تفسیر نتایج سنجش و اندازه‌گیری است. به عبارت دیگر، دادن مفهوم و محتوا به اطلاعات حاصل از اندازه‌گیری و سنجش.

ارزشیابی فرآیندی است که از اندازه‌گیریها استفاده می‌کند و مقصود از اندازه‌گیری، گردآوری اطلاعات است. در فرایند ارزشیابی، اطلاعات بر طبق استانداردهای معینی تفسیر می‌شوند تا تصمیم‌گیری براساس آنها میسر باشد. آشکار است که موفقیت ارزشیابی به کیفیت اطلاعات گردآوری شده بستگی دراد. فرآیند، اندازه‌گیری اولین گام در ارزشیابی است. نکته مهم اینکه تا آزمون نباشد، اندازه‌گیری مفهوم پیدا نمی‌کند و چنانچه آزمون و اندازه‌گیری انجام نشود، امر ارزیابی مقدور نخواهد بود.

هدف از ارزشیابی تسهیل در تصمیم‌گیری منطقی است و تعیین هدفها، اولین گام در فرایند ارزشیابی است.

مدل ارزشیابی



ارزشیابی، فرآیند تصمیم‌گیری پویایی است که شامل سه جزء است:

1) گردآوری اطلاعات مناسب (اندازه‌گیری)

WWW.FUKA.IR

2) قضاوت در مورد ارزش این اطلاعات طبق برخی استانداردها

3) تصمیم‌گیری بر اساس این اطلاعات

هدفهای اندازه‌گیری و ارزشیابی

هدف نهایی از اجرای آزمون، بهبود فرایند تصمیم‌گیری است. شش هدف کلی که فرایند آموزش را تسهیل می‌کنند، عبارتند از:

1- جایگزین کردن: از آزمونها می‌توان برای قرار دادن دانش‌آموزان در کلاس و گروهها مطابق با توانایی هایشان استفاده کرد.

2- تشخیص دادن: آزمونها را می‌توان برای تشخیص نقاط ضعف افراد به کار برد تا بتوان کار را به صورت فردی اصلاح کرد. جایگزین کردن معمولا شامل وضعیت فرد در ارتباط با دیگران می‌شود، ولی از آزمونهای تشخیص برای مجزا کردن نقایص ویژه‌ای که وضعیت ضعیفی به وجود آورده‌اند، استفاده می‌کنیم.

3- ارزشیابی پیشرفت تحصیلی: هدف از انجام دادن آزمون این است که تعیین کنیم آیا به اهداف مهم دسترسی پیدا کرده‌ایم یا نه. جایگزین کردن، تشخیص دادن و ارزشیابی پیشرفت تحصیلی با هم اساس آموزش فردی را تشکیل می‌دهند.

4- پیش بینی: نتایج آزمون را می‌توان برای پیش‌بینی میزان پیشرفت فرد در فعالیتهای آینده مورد استفاده قرار داد.

5- ارزشیابی برنامه: نتایج آزمون شرکت‌کنندگان را می‌توانیم به عنوان مدرکی برای ارزشیابی برنامه مورد استفاده قرار دهیم.

6- انگیزش: نمره‌های آزمون می‌تواند در افراد انگیزش ایجاد کند.

7- انتخاب: برای انتخاب ورزشکاران زبده و ترکیب تیمهای ورزشی نیاز به اندازه‌گیری و ارزشیابی است. برای مثال، اگر تیم بسکتبال نیاز به بازیکن سانتر داشته باشد از طریق آزمونهای عملکرد و ارزشیابی بازی فرد موردنظر، انتخاب انجام می‌شود.

8- طبقه‌بندی: به منظور ایجاد فرصت بیشتر برای فعالیت، دسته‌بندی افراد می‌تواند راهگشا باشد. با این پیش‌فرض که همگن بودن گروهها بهتر می‌تواند نیازها و اهداف را برآورده کند. بنابراین کار طبقه‌بندی نیاز به اندازه‌گیری و ارزشیابی دارد.

9- یادگیری: بازخوردهای اجرای ورزشی در یادگیری حرکتی بسیار اساسی به نظر می‌رسد. از طریق آزمونهای مهارت و نتایج ارزشیابی‌ها، امکان ارائه بازخورد و تسهیل یادگیری فراهم می‌شود و علاوه بر آن اجرای آزمونها نیز فرصتی برای یادگیری است.

10- نمره‌گذاری: سنجش و ارزشیابی می‌تواند از طریق نمره‌گذاری در فرآیند آموزش و پرورش مشارکت کند، برای مثال، افراد قبول و مردود را تعیین کند.

WWW.FUKA.IR

11- تعیین صلاحیت شغلی: برای استخدام داوطلبان متصدی مشاغل نیاز به تعیین صلاحیت آنها از طریق آزمونهای مختلف نظری و عملی است تا افراد موردنظر برگزیده شوند.

12- ارزشیابی کارکنان: مدیران، معلمان، مربیان و کارمندان می‌توانند با استفاده از ابزارهای سنجش، مورد ارزشیابی قرار گیرند. مثلاً بانظر سنجی از مافوق‌ها، زیردستان و همکاران.

13- روابط عمومی: نتایج ارزشیابی و سنجش می‌تواند به گسترش علاقه نسبت به فعالیت جسمانی و کسب حمایت از برنامه‌های ورزشی و غیره مورد استفاده قرار گیرد.

14- پژوهش: متخصصان ورزشی از نتایج ارزشیابی و سنجش در بسیاری موارد برای پاسخ به سئوالات پژوهشی استفاده می‌کنند.

انواع ارزشیابی (براساس زمان و هدف)

الف) براساس زمان و هدف

1- ارزشیابی تشخیصی (ورودی): آموخته‌های پایه یا رفتارهای ورودی دانش‌آموزان را که لازمه یادگیری مطالب جدید است، مورد سنجش قرار می‌دهد و یا عملی است که برای قضاوت درباره سطح آمادگی دانش‌آموزان جهت شروع مرحله جدید آموزشی و تصمیم‌گیری آگاهانه در این مورد به کار می‌رود.

اهداف ارزشیابی تشخیصی عبارتند از:

بررسی آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان، آگاهی از سطح آمادگی آنان در رابطه مستقیم با درس، شناخت تفاوتهای فردی، کشف نقاط ضعف دانش‌آموزان، کمک به جبران عقب‌ماندگیها و آماده‌سازی آنان و انطباق برنامه و روش آموزش با سطح آمادگی دانش‌آموزان.

2- ارزشیابی مرحله‌ای: آگاهی از تحقق اهداف رفتاری که بصورت مستمر در پایان هر بخش از تدریس یا بصورت روزانه و یا هفتگی انجام می‌گیرد. به این نوع ارزشیابی، ارزشیابی تکوینی، مستمر یا در حین اجرا نیز می‌گویند. ارزشیابی تکوینی یادگیری را بهبود می‌بخشد. بازخورد یکی از قویترین متغیرها در یادگیری و اجرای آزمون در دوره آموزش می‌باشد و قدرت ارزشیابی تکوینی در این است که بازخورد فراهم می‌کند.

اهداف ارزشیابی تکوینی عبارتند از:

WWW.FUKA.IR

نظارت گام به گام معلم نسبت به تحقق هدفهای رفتاری بخشهای مختلف هر مطلب آموزشی، هدایت مستمر یادگیری دانش‌آموزان، اصلاح و بهبود روشهای تدریس و رفع نارسائیهای آنان و انطباق روش، برنامه و وسایل آموزشی با نیازهای دانش‌آموزان.

3- ارزشیابی پایانی: این ارزشیابی در پایان هر دوره آموزشی انجام می‌گیرد که راجع به میزان آموخته‌های دانش‌آموزان است و معمولاً در هر سه ماه یا نیمسال تحصیلی انجام می‌گیرد. این ارزشیابی برخلاف ارزشیابی مرحله‌ای که تحقق هدفهای جزئی مطالب آموزشی را مورد ارزیابی قرار می‌دهد، ناظر به ارزشیابی هدفهای کلی آموزش است. ارزشیابی پایانی موقعی که هدفها را به وضوح نمی‌توانیم مشخص کنیم، در زمینه‌های مختلف یادگیری نیز مفید است.

هدفهای ارزشیابی پایانی عبارتند از:

- از دیدگاه آیین‌نامه‌های آموزشی: تعیین ارتقاء دانش‌آموزان به کلاسهای بالاتر
- از نظر معلم: اصلاح بهبود برنامه و وسایل آموزشی و روشهای خود در مراحل یا سالهای تحصیلی بعد، ارائه پیشنهادات سازنده به پژوهشگران آموزش و پرورش به‌منظور اصلاح و بهبود برنامه‌ها، وسایل، روشها و حتی هدفهای آموزشی.

ب) براساس نظام مرجع

1- هنجاری: اگر برای تفسیر داده‌ها و اطلاعات جمع‌آوری شده در مورد یک گروه، آنها را با گروه مرجعی مقایسه کنیم، به آن گروه مرجع، گروه هنجار می‌گویند. گروه مرجع از کسانی تشکیل می‌شود که به گونه‌ای شبیه به افراد موردنظر هستند. بنابراین برای قضاوت درباره سطح نسبی عملکرد یک فرد، از هنجاریابی استفاده می‌شود.

هنجار انواع مختلفی دارد:

هنجار سنی یا معادل سنی: این هنجار براساس سنین مختلف تعیین می‌شود و گروه مرجع گروه سنی خاصی می‌باشد.

هنجار کلاسی: در این هنجار از گروههای کلاسی به عنوان گروههای مرجع استفاده می‌شود.. مثل پایه‌های مختلف تحصیلی.

شاخص طبقه‌بندی: از آنجا که افراد از نظر سن، قد و وزن متفاوت هستند و این اختلافات بر توانایی اجرای آنها اثر می‌گذارد. بنابراین از شاخصهای طبقه‌بندی استفاده می‌شود.

هوش‌بهر: که از طریق تقسیم سن عقلی بر سن تقویمی ضربدر 100 بدست می‌آید.

WWW.FUKA.IR

هنجار درصدی: در این نوع هنجار، فرد با گروه سنی یا کلاسی خودش که به طور منطقی عضو آن است، مقایسه می‌شود و وضعیت نسبی فرد در گروه را برحسب کسانی که نمره پایین‌تر از او گرفته‌اند، مشخص می‌کنیم، به طوریکه هر نمره خام دارای یک رتبه درصدی است. توضیحات بیشتر در مباحث آماری خواهد آمد.

هنجار نمرات استاندارد یا معیار: از آنجا که واحدهای نمره‌های درصدی یا رتبه‌های درصدی نامساوی هستند و این عدم تساوی مقایسه افراد را از لحاظ عملکرد با مشکل مواجه می‌کند، برای رفع این مشکل از نمرات معیار استفاده می‌شود که موفقیت نسبی یک فرد نسبت به گروه براساس فاصله نمره او از میانگین معلوم می‌شود. این فاصله نیز برحسب واحد انحراف معیار نشان داده می‌شود. نمرات NCE, T, Z و... از این نوعند که در جای خود در بخش نمره‌گذاری توضیح داده خواهد شد.

2- ملاکی: در این روش برای موفقیت فرد، حد خاصی تعیین می‌شود و افراد را با آن حد می‌سنجند که این ملاکها براساس مطالعات تجربی تعیین می‌شوند. برای مثال اگر در آزمون آمادگی جسمانی برای قبولی در آزمونهای مختلف پرش، دو و... رکورد خاصی مشخص شود، از این روش استفاده کرده‌ایم.

3- فردی: اگر ارزشیابی به وسیله وضعیت شخص با خودش و از طریق تعیین ضریب پیشرفت انجام شود، ارزشیابی فردی خواهد بود.

استانداردهای ارزشیابی

ارزشیابی فرآیند معنی دادن به اندازه‌گیری با قضاوت در مورد آن براساس برخی استانداردهاست. دو نوع استاندارد رایج، استاندارد هنجاری و استاندارد ملاکی نام دارند. استانداردهای ملاکی برای این استفاده می‌شود که بدانیم آیا فرد به سطح معینی از مهارت رسیده است یا نه. در حالی که استاندارد هنجاری برای قضاوت در مورد عملکرد یک نفر در ارتباط با عملکرد سایر افراد گروه معینی، به کار می‌رود. استانداردهای ملاکی برای تهیه استانداردهای عملکرد برای تمام افراد به کار می‌روند، در حالی که استانداردهای هنجاری برای مقایسه بین افراد به کار برده می‌شوند.

- ماهیت استانداردهای هنجاری (نورمی):

استانداردهای هنجاری با گرفتن آزمون از تعداد زیادی افراد در یک گروه معین بوجود آمده‌اند. روش معمولی هنجارسازی، استفاده از رتبه‌های درصدی است. این نوع هنجار (نورم)، درصد افرادی را که انتظار می‌رود پایین تر از مقدار معینی نمره بیاورند، مشخص می‌کند.

WWW.FUKA.IR

- ماهیت استانداردهای ملاکی:

استاندارد ملاکی استاندارد عملکرد از قبل تعیین شده به شمار می‌رود که نشان می‌دهد فرد به سطح مطلوبی از عملکرد دست یافته است. در این مورد، عملکرد فرد با افراد دیگر مقایسه نمی‌شود بلکه مقایسه فقط با استاندارد انجام می‌شود. برخلاف استانداردهای هنجاری که متغیر مورد استفاده به صورت پیوسته است، استاندارد ملاکی دو ارزشی است. اصطلاحاتی از قبیل قبول، رد، مبتدی، ماهر یا مثبت و منفی برای توصیف ارزشیابی‌های دو ارزشی مورد استفاده قرار می‌گیرند. محدودیت اصلی و متداول شیوه استانداردهای ملاکی این است که غالبا پیدا کردن ملاکی که به وسیله آن بتوانیم مهارت را تعریف کنیم، وجود ندارد.

اندازه‌گیری

به کار بردن ابراز اندازه‌گیری برای جمع‌آوری اطلاعات و ارقام خام، اندازه‌گیری نام دارد. دقت این اطلاعات بستگی تام به تکامل ابزار اندازه‌گیری از یک سو و پیش‌بینی و رعایت اصول و قواعد اندازه‌گیری از سوی دیگر دارد. اندازه‌گیری، تعیین ویژگیها، صفات اشیاء و افراد و دادن مقدار به آن صفات می‌باشد. به عبارت دیگر فرایندی که تعیین می‌کند یک شخص یا یک شی چه مقدار از یک ویژگی برخوردار است. مثلا اگر احمد چاق باشد، بعد از تعیین قد، وزن و سن او می‌گوییم، احمد 16 ساله، با قد 170 سانتیمتر دارای وزن 95 کیلوگرم است.

امر اندازه‌گیری در روند سنجش بطور کلی از نظر زمانی در مرحله دوم قرار دارد، زیرا در مرحله نخستین، فراهم آوردن ابزار اندازه‌گیری مطرح می‌شود. بنابراین محصول اندازه‌گیری اعداد و ارقامی است که امید می‌رود خالی از اشتباه بوده و درنتیجه میزان واقعی از کیفیت یا شیئی تحت بررسی را بدست دهد.

تعریف اندازه‌گیری از نظر کرلینگر

تخصیص نمره به اشیاء و رویدادها بر طبق قواعد و ضوابط تعیین شده. بنابراین اندازه‌گیری یک هدف آنی را دنبال می‌کند.

ویژگیهای اندازه‌گیری

- دقت آن در زمینه‌های مختلف، متفاوت است.

WWW.FUKA.IR

- اگر برای اندازه‌گیری ضوابط و قوانین منطقی یا تجربی وضع گردد، اندازه‌گیری هر چیزی از نظر تئوری مقدور می‌گردد.
- اندازه‌گیری و روشهای آن خنثی می‌باشند.

WWW.FUKA.IR

گامهای اندازه‌گیری

- نخستین گام تعریف صفت مورد اندازه‌گیری می‌باشد.
- تهیه وسایل اندازه‌گیری
- تبدیل کیفیتها به کمیتها با تعیین مقیاس کمی و نمره دادن.

معمولاً نتایج اندازه‌گیری روانی بصورت کمی (اعداد) بیان می‌شوند. باید توجه داشت که اعداد ناشی از اندازه‌گیری، همیشه دارای مفهوم یکسانی نیستند. بنابراین با توجه به مطالب ذکر شده می‌توان نتیجه گرفت که اندازه‌گیری و ارزشیابی مکمل هم می‌باشند، با این توصیف که اندازه‌گیری پایه ارزشیابی است.

آزمون (امتحان)

آزمون وسیله یا روشی سازمان یافته برای اندازه‌گیری است. به عبارت دیگر، ابزاری که کیفیت یک چیز را بطور کمی و عینی بدست می‌دهد. این ابزار اساس و اصل سنجش را تشکیل می‌دهد.

مجموعه آزمون

مجموعه‌ای از آزمونهای مربوط به هم که برای ارزشیابی ویژگیهای چند بعدی یک مهارت یا موضوع طراحی می‌شوند. مثلاً، آمادگی جسمانی شامل قدرت، سرعت، چابکی، استقامت، تعادل و.... است.

آزمودن

عمل اندازه‌گیری با استفاده از آزمون را آزمودن گویند.

سنجش

اگر علاوه بر آزمون از وسایل دیگری نیز استفاده شود، به عبارت دیگر استفاده از فنون مختلف که شاید جنبه کمی نداشته باشند. برای مثال، تصور از بدن، عضویت، حضور و غیاب و غیره. این عمل را سنجش گویند.

WWW.FUKA.IR

فصل دوم: اهداف تربیتی

اهداف تربیتی (شناختی- عاطفی- روانی حرکتی)

اهداف تربیتی در حیطه‌های مختلف عبارتند از:

1- حیطه شناختی:

رفتارهایی که با توانائیهای ذهنی و مهارتهای عقلانی مانند بازشناسی، یادآوری، قضاوت در مورد امور پدیده‌ها، استدلال و مانند آنها مربوطند. یعنی شامل هدفهایی است که نتایج عقلانی دانش‌آموز را با نتایج فرآیندهای ذهنی، مانند فهم، دانش و مهارت در اندیشیدن را دربرمی‌گیرد. سطوح حیطه شناختی عبارتند از:

- دانش: یعنی یادآوری و بازشناسی امور، برای مثال یادگیرنده بتواند کالری و متابولیسم را تعریف کند.
- درک و فهم: توانایی فهم منظور و مقصود یک مطلب یا تغییر و تفسیر و شناخت تفاوتها و شباهتها، برای مثال یادگیرنده بتواند نمونه‌هایی از غذاهای پرکالری و کم کالری را ذکر کند.
- کاربرد: توانایی استفاده از اصول، قوانین، اندیشه‌ها و روشها. برای مثال ورزشکار برای خود برنامه غذایی تعیین کند.
- تجزیه و تحلیل: توانایی شکستن یک مطلب به عناصر و اجزاء. برای مثال، یادگیرنده هدف اصلی برنامه غذایی خود را تشریح کند.
- ترکیب: توانایی پهلوی هم گذاشتن عناصر و اجزا برای ایجاد الگو و ساختار نو. برای مثال، یادگیرنده براساس یافته‌های جدید علمی به ارائه یک برنامه غذایی ابتکاری متناسب با ورزشکاران یک رشته بپردازد.
- ارزشیابی: توانایی داوری کمی و کیفی درباره امور موردنظر. برای مثال، نقد و بررسی برنامه‌های غذایی ورزشکاران یک باشگاه.

2- حیطه عاطفی:

این حیطه به رغبتها، نگرشها و اعتقادات و نظام ارزشها مربوط است. سطوح این حیطه عبارتند از:

- دریافت کردن (توجه کردن): حساسیت نسبت به پدیده‌ها، محرکها و توجه به آنها. برای مثال، پذیرش اینکه در تیم افراد با تواناییهای متفاوت هستند.

WWW.FUKA.IR

- پاسخ دادن (واکنش): توجه فعالانه به پدیده‌ها و انجام کارهایی درباره آنها که حاکی از ابراز عقیده باشد. برای مثال، یادگیرنده با تمام اعضای تیم به فعالیت می‌پردازد.
- ارزش گذاری: احساس یا باور پدیدار حاکی از ارزشمند بودن یک چیز، یک اندیشه یا شخص و... برای مثال، یادگیرنده در بحث گروهی از عقاید یکی از دوستان حمایت می‌کند.
- سازمان دادن (تطبیق) به ارزشها: دسته‌بندی منظم ارزشها و اولویت‌بندی آنها، یعنی فرد برای خود نظام ارزشی ایجاد می‌کند.
- تبلور ارزش در شخصیت (شخصیت پذیرفتن): تبدیل نظام ارزشی به سبک زندگی یا فلسفه زندگی؛ یعنی در موقعیتهای مختلف، مطابق نظام ارزشی خود رفتار کند.

3- **حیطه روانی حرکتی**:

رفتارهایی هستند که با مهارتهای عقلی و اعمال بدنی، ارتباط دارند. سطوح این حیطه عبارتند از:

مشاهده و تقلید، انجام کار بدون کمک، دقت در عمل، هماهنگی در فعالیت، عادی شدن حرکت.

انواع آزمونها و روشهای سنجش

داده‌هایی که از اندازه‌گیری و سنجش بدست می‌آیند، برخی کمی و عددی و برخی کیفی هستند. انواع شیوه‌های مورد استفاده در سنجش در حیطه تربیت بدنی و ورزش به شرح زیر است:

1- **آزمونهای عملکرد جسمانی**:

آزمونهایی که به نحوی مرتبط با اجرا در حیطه روانی حرکتی هستند. آزمونهای مهارتهای ورزشی و آمادگی جسمانی از این نوع هستند، البته آزمونهای تندرستی که بر روی دوچرخه کارسنج و نوارگردان انجام می‌شوند و همزمان فشار خون، ضربان قلب و سایر پارامترهای فیزیولوژی نیز اندازه‌گیری می‌شوند، در این دسته قرار می‌گیرند.

2- **آزمونهای کارکرد بدن**:

شامل آزمونهایی که مرتبط با عملکرد بدن می‌باشند. مثل فشار خون، بایوپسی عضله، آزمایشهای خون...

WWW.FUKA.IR

3- فهرست بازرسی و مقیاسهای ارزش‌گذاری:

در این روش کسی که امتحان یا آزمون را می‌گیرد، عملکرد جسمانی یا رفتارهای مورد نظر را ارزش‌گذاری می‌کند و معمولاً در فرمهای از قبل تدوین شده، تطابق مشاهدات را با وضعیت مطلوب تعیین می‌کند.

4- آزمونهای کتبی:

آزمونهایی که فرد آزمون شونده می‌بایستی با استفاده از ورقه و قلم به پاسخگویی سئوالات بپردازد. این نوع آزمونها انواع مختلفی دارد:

الف- آزمونهای تشریحی / انشایی: با توجه به آزادی عمل آزمون شونده در پاسخ به سئوالهای آزمون، به دو دسته گسترده پاسخ و محدود پاسخ تقسیم می‌شوند. در آزمونهای گسترده پاسخ، فرد آزاد است تا هر طور که مایل است به سازماندهی مطالب پرداخته و بنویسید. این نوع سئوالات براساس سنجش هدفهای تحلیل، ترکیب و ارزشیابی هدفها در حوزه شناختی مناسب هستند.

در حالی که در آزمونهای تشریحی با پاسخ محدود، فرد ملزم است تا پاسخ خود را در چهارچوب شرایط خاص، محدود کند. آزمون شونده محدود به جواب درباره یک موضوع خاص و به اندازه خاص مثلا چند سطر می‌باشد. این نوع سئوال توانایی یادگیرندگان را در سطوح درک، به کار بستن و تحلیل به خوبی می‌سنجد.

ب- سئوالات کوتاه جواب: که حد وسط بین آزمون تشریحی و آزمون عینی از مجموعه‌ای سئوال مختصر که برای سنجش هدفهای آموزشی سطوح پایین طرح می‌شوند، تشکیل می‌شود و در آن پاسخ کلمه، عبارت، جمله، عدد یا علامتی می‌تواند باشد. این نوع سوالات به سه دسته: پرسشی، کامل کردنی و تشخیص (تداعی) تقسیم می‌شوند که برای اندازه‌گیری هدفهای شناختی سطوح دانش موثر است و در سطوح بالاتر نیز می‌توان از آنها استفاده کرد.

ج- آزمونهای عینی: در این نوع آزمون، آزمون شونده سئوال و جواب را در اختیار دارد و باید درباره جواب داده شده تصمیم گیرد. اینها شامل سه دسته می‌شوند:

- سئوالات صحیح و غلط: آزمون شونده در پاسخ دادن به سوالها باید جواب درست را تشخیص دهد.
- سئوالات جور کردنی: تعداد پاسخ را با تعدادی پرسش جور می‌کنند.
- سئوالات چند گزینه‌ای: جواب درست را از میان تعدادی جواب پیشنهادی برمی‌گزینند.

WWW.FUKA.IR

5- مقیاسهای گزارش شخصی:

برای ارزیابی و سنجش نگرشها، عقاید، احساسات و ارزشهای فرد آزمون شونده از او خواسته می‌شود تا خود، نظرات و دیدگاهایش را بطور مشروح بنویسید و فرد خودش را ارزشیابی کند. برای مثال، سئوال می‌شود: فکر می‌کنید در چه زمینه‌هایی ضعیف هستید، نقاط قوت شما چیست و...

6- پرسشنامه‌ها و مصاحبه‌ها:

پرسشنامه کتبی و مصاحبه شفاهی مشابه مقیاسهای گزارش شخصی هستند اما دارای حوزه گسترده‌تری از پوشش می‌باشند. مصاحبه به دنبال شاخصهای علاقه‌مندی، تناسب شخصی با موضوع وسنجش تواناییهای آنهاست.

7- سوابق:

نقل و گزارش مکتوب از یک رویداد در زندگی دانش‌آموز یا دانشجو، ورزشکار، مشتری، مربی و... است. گزارش دقیق و مبسوط ممکن است الگوهایی از شناخت فرد ارائه نماید که در ارزشیابی موثر باشد. این سوابق مبتنی بر مشاهده هستند که بهتر است وقایع حساس ثبت شده باشند. مثلا در ارتباط با تماشاگران فوتبال، مواردی مثل جنسیت، سن، نژاد، اعتیاد و... است.

8- مدارک و آثار:

اوراق بهادار مجموعه‌ای از نمونه‌های کاری فرد است که در تربیت بدنی و ورزش می‌تواند شامل مقالات، اسناد، عکسها و فیلمهای عملکرد باشد.

9- مشاهده:

اطلاعات مورد نیاز بطور مستقیم گردآوری می‌شوند و می‌توانند با استفاده از دوربینهای مداربسته و یا حضور در محل عملکرد فرد مشاهده و ارزشیابی شود.

اندازه‌گیری ابعاد روانی در تربیت بدنی و ورزش

رفتار عاطفی، علایق، نگرشها، قدردانی‌ها، ارزشها و هیجانات از جمله موارد قابل اندازه‌گیری در حیطه ورزش هستند. ابعاد روانی معمولاً از طریق آزمونهای استاندارد روانی، کتبی، مصاحبه، مطالعه، زندگینامه، سوابق، مشاهده، گزارشهای فردی و... قابل انجام است. مواردی از جمله انگیزش برای تمرین و ورزش، آمادگی روانی، اضطراب و عملکرد ورزشی، تمرکز، تصور از بدن، فعالیت جسمانی و رشد اجتماعی، فعالیت جسمانی و هیجان، فعالیت جسمانی و زیبایی حرکات، فعالیت

WWW.FUKA.IR

جسمانی برای رهایی از تنش و... از کانونهای مطالعه در حوزه روانی تربیت بدنی و ورزش هستند. از جمله اهداف اجرای این آزمونها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- دسترسی به اهداف کلاسی: ایجاد نگرش مثبت نسبت به فعالیت جسمانی از جمله هدفهای کلاسی است.

2- برنامه‌ریزی اجرایی: ایجاد مواد درسی، ارزشیابی روشهای تدریس و برای ارزشیابی اثربخشی دوره‌های آموزشی و روشهای آموزشی است.

3- تشخیص و معالجه فردی: شناسایی افراد دارای مشکلات روانی و تغییر نگرش آنها.

4- پژوهش: برای شناخت ارتباط فعالیت جسمانی با مسایل مختلف روانشناسی.

مقیاسهای روانی به آسانی در دسترس هستند و اجرا و نمره‌گذاری آنها نیز ساده است ولی باید از آنها برای هدفهای صحیح استفاده کرد.

انواع آزمونهای تربیتی

1- از نظر موضوع یا رفتار مورد اندازه‌گیری:

- آزمون پیشرفت تحصیلی: آزمونهایی که معلم برای اندازه‌گیری کلاس شخصاً می‌سازد؛ مانند امتحانات کلاسی.
- آزمونهای استعداد تحصیلی: برای اندازه‌گیری قابلیت بالقوه افراد به منظور پیش‌بینی حدود احتمالی پیشرفت آینده آنها در زمینه‌های معین. این آزمونها معمولاً دارای قدرت پیشگویی هستند. یکی از اهداف آزمونهای استعداد تحصیلی در تربیت بدنی شناخت و شناسایی افراد هم استعداد از نظر جسمانی و فیزیکی برای طبقه‌بندی آنها در گروههای آموزشی مشابه می‌باشد.

2- از نظر روش اجرا:

- آزمونهای کتبی
- آزمونهای شفاهی
- آزمونهای عملی، آزمونهای تربیت بدنی بیشتر در این مقوله جای دارند.

3- از نظر دقت ساخت:

- محقق ساخته: که محقق پس از یک فرآیند آموزشی مشخص جهت ارزشیابی تغییرات رفتار در فراگیران تهیه می‌کند. این آزمونها فاقد نورم می‌باشند.

WWW.FUKA.IR

- استاندارد: که توسط سازمانهای مختلف و یا گروههای مشخصی در مورد یک امر مشخص ساخته می‌شود و دارای نورم استاندارد می‌باشند.

طرز ساختن تستها در تربیت بدنی

1- تعریف دقیق از موضوع مورد اندازه‌گیری

2- تهیه وسایل مورد نیاز برای اجرای آزمون

3- تبدیل مقیاسهای کیفی به کمی

4-استفاده از جدول دو بعدی

تهیه یک آزمون خوب

مسائلی که در ساختن آزمون باید مورد توجه قرار گیرد، عبارتند از:

1- تهیه فهرستی از هدفهای تدریس: در تعریف هدفهای رفتاری برای نوشتن سئوالات آزمون سه عنصر لازم است:

- رفتاری که باید از طرف فراگیر ظاهر شود.
- شرایط و وضعیتی که رفتار فراگیران تحت آن شرایط ظاهر می‌شود.
- معیار و ضابطه عملکرد قابل قبول فراگیر.

2- تهیه فهرستی از محتوای مطالب.

3- تهیه جدول دو بعدی یا جدول بودجه‌بندی سئوالات: در این جدول در یک بعد، هدفهای رفتاری و در بعد دیگر، فهرست محتوای مطالب آموزشی مربوط به هر هدف ثبت می‌شود.

WWW.FUKA.IR

فصل سوم: انواع نمره و مقیاسها

اقسام نمره

اقسام نمره عبارتند از:

1- پیوسته: مثل اکثر نمره‌ها در تربیت بدنی. بین هر دو ارزش یک نمره پیوسته، مقادیر بی شمار دیگری که امکان دارد به عنوان اجزای آن بیان شوند، وجود دارد، برای مثال رکوردهای دو صدمتر سرعت معمولاً تا نزدیکترین دهم ثانیه ثبت می‌شوند.

2- ناپیوسته: نمره‌های ناپیوسته به تعدادی ارزشهای خاص محدودند و معمولا به صورت اجزای آنها بیان نمی‌شوند. امتیازهای پرتاب یا شلیک به هدف نمره‌گذاری شده به صورت 5، 4، 3، 2، 1 یا صفر است و برای اینکه فرد فقط می‌تواند یکی از این امتیازات را کسب کند. ناپیوسته به شمار می‌رود. در این حالت کسب نمره‌ای برابر 4/5 یا 1/67 غیرممکن است.

انواع نورم

نورمها انواع گوناگونی دارند که عبارتند از:

- کلاسی
- سنی
- درصدی (هر فرد با گروه خودش مقایسه می‌شود)
- استاندارد (فاصله نمره شخص از میانگین برحسب انحرافی استاندارد بیان می‌شود)
- نورم بر مبنای شاخصهای طبقه‌بندی (این نوع نورم کامل‌ترین نورمها می‌باشد)

دیدگاههای کلی برای تفسیر نمرات

1- ملاک- مرجع: حدی را برای چیرگی فرد درنظر می‌گیرند و افراد را با آن حد می‌سنجند.

2- نورم ـ مرجع: کارکرد نمونه افراد بصورت بالاتر از متوسط، متوسط یا پایین‌تر از متوسط تفسیر می‌شود.

نمره‌گذاری

فرایند نمره‌گذاری دو مرحله دارد:

1- انتخاب شاخصها (بصورت نظری یا عینی) که اساس نمره را تشکیل می‌دهد.

WWW.FUKA.IR

2- محاسبه واقعی.

روشهای نمره دادن

1- استاندارد معلم: استانداردهای معلم، هنجاری به شمار می‌روند، ولی روش به کار برده شده برای تهیه آنها بسیار به استانداردهای ملاکی شبیه است. چنانچه استانداردهای معلم به صورت سیستم قبول یا رد و یا لایق و نالایق به کار برده شوند، استانداردها ملاکی خواهند بود.

2- ترتیب رتبه:ترتیب رتبه، روش نمره‌گذاری هنجاری به شمار می‌رود. معلم تصمیم می‌گیرد چه نمره‌های حرفی داده شود و چند درصد از کلاس باید هر یک از نمره‌ها را بگیرند، یعنی ابتدا امتیازات را مرتب می‌کند و سپس نمره‌ها را می‌دهد. از مزایای روش ترتیب رتبه، سرعت و آسانی به کار بردن آن است. ضعف این روش این است که نمره دانش‌آموز به عملکرد سایر دانش‌آموزان کلاس بستگی دارد.

ضعف دیگر این است که ارفاقی برای کیفیت کلاس درنظر گرفته نمی‌شود، یعنی نسبت معینی از دانش‌آموزان باید نمره‌های بالا و نسبت معینی از آنها باید نمره پایین بگیرند.

3- منحنی طبیعی: در این روش هنجاری، فرض می‌شود که نمره‌ها توزیعی طبیعی دارند و می‌توانیم آن را برای تعیین نقاط برش در بین نمره‌های حرفی به کار ببریم. مزایا و محدودیتهای روش منحنی طبیعی هرچند که وقت گیرتر است ولی با مزایا و محدودیتهای روش ترتیب رتبه یکسان است.

4- هنجارها (نورمها): هنجارها، استانداردهای عملکرد هستند که برخلاف استانداردهای نظری انتخاب شده به وسیله معلم، بر تحلیل داده‌ها استوارند. چنانچه استانداردهای هنجاری را به کار ببریم، هنجارها بهترین نوع استاندارد به شمار می‌روند. هنجارها در مقایسه با سایر انواع استانداردها مزایای زیادی دارند. آنها تحت‌تأثیر عملکرد گروه یا کلاس که ارزیابی شده است، واقع نمی‌شوند. مزیت دیگر این است که نیاز نیست هر سال استانداردهای عملکرد جدیدی درست کنیم. همچنین چون استانداردهای یکسانی برای ارزشیابی چندین گروه یا دانش‌آموزان کلاسهای مختلف به کار برده می‌شود، نمره‌ها از درجه ثبات بالایی برخوردارند.

5- نمره‌های نهایی: در پایان دوره تحصیلی باید براساس تمام اطلاعاتی که در اختیار داریم، یک نمره نهایی برای هر یک از دانش‌آموزان تعیین کنیم. سه روش معمول برای دادن نمره‌های نهایی عبارتند از:

- مجموع نمره‌های حرفی
- سیستم امتیازی

WWW.FUKA.IR

- مجموع نمره‌های T

روشهای نمره دادن در تربیت بدنی

1- روش عددی: این روش، ساده‌ترین نوع نمره دادن از 20 تا 100 می‌باشد. سیستمهای عددی (امتیازی) را غالبا معلمان کلاس استفاده می‌کنند و بدین‌گونه است که تمام نمره‌های آزمون در یک مقیاس واحد، اندازه‌گیری می‌شوند و به آسانی می‌توان آنها را با هم ترکیب کرد. همچنین موقعی که واحدهای اندازه‌گیری یا نوع آزمونها متفاوتند، می‌توانیم نمره‌های آزمون را به نمره‌های T تبدیل کنیم و سپس مجموع آنها را به دست آوریم. این روش دارای اشکالات زیادی است.

2- روش درصد صحیح: نمره حاصل تقسیم بر حداکثر نمره ممکن، ضربدر 100، روش درصد صحیح می‌باشد. این روش ساده‌ترین و قابل وصول‌ترین روش نمره دادن است.

3- روش مشاهده.

واحد اندازه‌گیری مشترک

اکثر امتیازات به صورت متر، سانتیمتر، یا دقیقه و ثانیه ثبت می‌شوند. برای تحلیل نمره‌ها، آنها باید با یک واحد اندازه‌گیری- معمولا واحد کوچکتر-ثبت شوند، از این رو مسافت و ارتفاع به جای متر و سانتیمتر فقط به سانتیمتر و زمان به جای دقیقه و ثانیه فقط به ثانیه اندازه‌گیری می‌شوند.

مقیاسها

انواع مقیاسها عبارتند از:

· مقیاس اسمی (نشانه و طبقه): کیفی

گاهی اعداد فقط برای نشانه‌گذاری و مشخص کردن افراد یا اشیاء به کار می‌روند، مثل شماره‌های لباس بازیکنان، گروههای خونی مختلف، جنس افراد (مذکر و مونث بودن)، رنگ پوست و مو. گاهی افراد یا اشیاء برحسب صفات مشترک گروه‌بندی می‌شوند و هر گروه با عدد مشخص می‌شوند. در این مورد اعداد به منظور مشخص کردن افراد یا گروهها به کار می‌روند و عموما جنبه کیفی دارند.

WWW.FUKA.IR

· **مقیاس ترتیبی (رتبه‌ای)**:

این مقیاس رتبه و مرتبه هر فرد را در یک گروه مشخص می‌کند. فواصل رتبه در این طبقه‌بندی یکسان نیست. مقیاس ترتیبی همانند مقیاس اسمی به طبقه‌بندی می‌پردازد، با این تفاوت که طبقات را مرتب می‌کند؛ مثلا نفر اول مسابقات کشتی برتر از نفرات دوم و سوم است، اما میزان برتری مشخص نیست. این طبقه فاقد صفر مطلق است. نمره‌های ترتیبی، واحد اندازه‌گیری مشترکی بین هر عدد ندارند، ولی نظم و ترتیبی در نمره‌ها وجود دارد که می‌توان یک نمره را بالاتر از نمره دیگر دانست. برای مثال رتبه‌های کلاسی و رتبه‌های کنکور سراسری از نوع ترتیبی هستند.

· **مقیاس فاصله‌ای**:

این مقیاس علاوه بر مشخص کردن مرتبه فرد، فواصل مساوی هر مقیاس را نیز نشان می‌دهد، مقیاس فاصله‌ای از نقطه صفر، شروع نمی‌شود. بلکه دارای صفر قراردادی است، نمونه خوب این مقیاس دماسنج است. در این مورد می‌توان گفت که تفاوت دمای 30 درجه با 40 درجه برابر تفاوت دمای 50 درجه با 60 درجه است. در این مقیاس فاصله‌ها با هم برابرند. در مورد مثال فوق نمی‌توان گفت که دمای آب 90 درجه دو برابر دمای آب 45 درجه است.

نمره‌هایی که بین صفر تا 20 یا صفر تا 100 در محیطهای آموزشی داده می‌شود، نیز از نوع مقیاس فاصله‌ای می‌باشند.

· **مقیاس نسبی**:

این مقیاس، کامل‌ترین مقیاسهاست و دارای صفر مطلق است. این مقیاس تمام خصوصیات مقیاسهای بالا را دارد، به علاوه اینکه تمام اعمال ریاضی را می‌توان روی آنها انجام داد. خط‌کش مثال خوبی از مقیاس نسبی است. همچنین برای اندازه‌گیری قد و وزن بهتر از مقیاس نسبی استفاده می‌شود. در تربیت بدنی بیشتر نمره‌ها نسبی یا فاصله‌ای هستند.

WWW.FUKA.IR

فصل چهارم: زمینه‌های مورد بحث تربیت بدنی در ارتباط با سنجش و اندازه‌گیری

تکامل سنجش و اندازه‌گیری

تکامل سنجش و اندازه‌گیری در تربیت بدنی در مورد زمینه‌های زیر است:

1- اندازه‌گیری شکل ظاهری اجزاء بدن: در این قسمت سن، وزن، قد، دور سینه، گنجایش ششها و قطر و طول اعضای بدن اندازه‌گیری می‌شود.

2- قدرت عضلانی: در این بخش قدرت عضلات پشت، پا، پنجه دستها، بازوها و... اندازه‌گیری می‌شود.

3- پیشرفتهای حرکتی پایه: این قسمت، دویدن، پرتاب کردن، پریدن و... را اندازه‌گیری می‌کند.

4- مهارتهای ورزشی: این قسمت، پرش ارتفاع، کشش بارفیکس، دوهای سرعت کوتاه، بالا رفتن از طناب، شنای سوئدی و پرتاب وزنه را اندازه‌گیری می‌کند.

5- طبقه‌بندی افراد در گروههای متجانس: در این قسمت، افراد برحسب وزن، قد، جنس و... طبقه‌بندی می‌شوند.

6- آزمونهای قلبی عروقی: مثل آزمون پله هاروارد، اولین بار «موسو» با دستگاه ارگوگراف (وسیله اندازه‌گیری کار انجام شده) به سنجش و اندازه‌گیری آمادگیهای قلبی عروقی پرداخت و کرامپتون اولین آزمون سنجش قلب و عروق را تهیه کرد.

7- آمادگیهای حرکتی: عبارتند از کشش بارفیکس، شنای سوئدی، دراز و نشست، دویدن. ولی رایج‌ترین این آزمونها همان آزمون ایفرد می‌باشد که کامل‌ترین آنها نیز هست.

8- اطلاعات و آگاهیهای علمی: در این قسمت دانشهای تئوری مربوط به ورزشهای مختلف، مانند قوانین و مقررات و اطلاعات زیربنایی علوم ورزشی از قبیل فیزیولوژی، حرکت‌شناسی، آناتومی و.... مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

فاکتورهای مهم آمادگی جسمانی و آمادگی حرکتی

فاکتورهای مهم آمادگی جسمانی و آمادگی حرکتی عبارتند از:

الف) قدرت عضلانی

قدرت عضلانی حداکثر نیرویی است که گروهی از عضلات در مدت زمان کوتاهی می‌توانند اعمال کنند. به عبارت دیگر، آمادگی عضلات برای وارد کردن حداکثر فشار به یک مقاومت یا مانع ثابت و یا متحرک فقط برای یک مرتبه، مثل پرس

WWW.FUKA.IR

وزنه. کاربرد قدرت عضلانی در مهارتهای ورزشی و ورزشهای اصلاحی است. توجه شود که شتاب، سرعت، چابکی، استقامت و نیرو در قدرت عضلانی دخالت ندارند. قدرت عضلانی با واحد کیلوگرم بصورت نسبی یا مطلق اندازه‌گیری می‌شود و انواع آن عبارتند از:

1- قدرت عضلانی حرکتی: مثل کشش بارفیکس با حداکثر وزنه‌ای که شخص می‌تواند با خودش حمل کند. مثل: شنای روی پارالل با حداکثر وزنه‌ای که شخص می‌تواند با خود حمل کند، پرس خوابیده و بلند شدن با وزنه از روی نیمکت. قدرت عضلانی حرکتی بصورت مطلق با وزنه اضافی جابجا شده سنجیده می‌شود و بصورت نسبی به صورت وزن اضافی جابجا شده تقسیم بر وزن بدن سنجیده می‌شود. وزنه‌برداری قهرمانی جهان، مثالی از قدرت عضلانی مطلق است.

2- قدرت عضلانی ساکن: که از قدرت سنجهای اهرمی استفاده می‌شود.

3- قدرت عضلانی نیمه حرکتی: که از قدرت سنجهای فنری استفاده می‌شود.

قدرت عضلانی را همچنین می‌توان با حداکثر انقباض ایستا، (قدرت ایزومتریک) یا حداکثر انقباض پویا که شامل قدرت ایزوتونیک و ایزوکینتیک می‌باشد اندازه گرفت:

قدرت ایزومتریک (هم طول): مزیت اصلی آزمونهای ایزومتریک، انعطاف‌پذیری آنهاست. کشش‌سنجها و نیروسنجها به طور سنتی برای ثبت نیرو به کار برده می‌شوند، ولی اکنون، پیلهای بار الکترونیکی جانشین این ابزارها شده‌اند.

قدرت ایزوتونیک (هم تنش): آزمون قدرت رایج، آزمونی است که حداکثر فشاری را که فرد می‌تواند شیئی را یک بار بلند کند، اندازه می‌گیرد. دشوارترین قسمت آزمون پیدا کردن حداکثر بار برای فرد است.

قدرت ایزوکینتیک (هم جنبش): روش منطقی اندازه‌گیری قدرت، استفاده از ابزار ایزوکینتیک است. در حالی که فرد حداکثر نیرو را در دامنه کامل حرکتی اعمال می‌کند، سرعت مقاومت به میزان ثابتی نگهداشته می‌شود.

این آزمون موارد زیر را اندازه می‌گیرد:

- راندمان نیروی حاصل در زاویه مفصلی معین
- نقطه اوج راندمان نیرو
- کل کار انجام شده در دامنه حرکتی

WWW.FUKA.IR

ب) نیروی عضلانی

آمادگی عضله یا دسته‌ای از عضلات برای وارد کردن حداکثر فشار یا زور بر یک مانع ثابت یا متحرک با حداکثر شدت و سرعت به نحوی که آن مانع به حداکثر ارتفاع یا فاصله برسد. به نیروی عضلانی «قدرت انفجاری» نیز گفته می‌شود. نیرو را معمولا با واحدهای اندازه‌گیری مسافت و کار انجام شده و توان می‌سنجند و نظر به جنبه انفجاری که دارد، سرعت عمل و عکس‌العمل در آن دخیل می‌باشد. پرشها، پرتابها و استارتها به نیروی عضلانی نیاز دارند. در وزنه‌برداری کشیدن وزنه تا روی سینه، نیروی عضلانی و پرس آن در حرکت دو ضرب، قدرت عضلانی می‌باشد. سرعت، قدرت و مهارت در نیروی عضلانی دخالت می‌کنند.

نیروی عضلانی به سه صورت سنجیده می‌شود:

- مسافت (پریدن، پرتاب کردن، صعود کردن)
- کار (W=F.D)
- توان (کار انجام شده در واحد زمان)

مثالهایی از نیروی عضلانی: پرش طول جفتی و بدون دورخیز، پرش ارتفاع بدون دورخیز، ارتفاع جابجایی مانع، پرتاب دیسک، پرتاب نیزه.

ج) توان

توانایی به کار بردن حداکثر نیرو در سریع‌ترین زمان را توان گویند؛ بنابراین توان حرکت، جابجایی جرم بدن در کوتاهترین زمان ممکن است. مثل پرش عمودی درجا، پرش طول جفتی، پرتاب وزنه و پرتاب توپ مدیسنبال.

موقعی که توان به طور مکانیکی اندازه‌گیری می‌شود، آزمونهای پرش، همبستگی بالایی با نیرو ندارند.

قدرت و کار عضلانی در نشان دادن توان ضروری است:

$W = F.D$ که در آن $p = \frac{W}{t}$

د) استقامت عضلانی

آمادگی عضله برای تکرار یک حرکت معین و مشابه یا وارد کردن یک فشار و یا نگهداری یک انقباض در مدت زمان طولانی، استقامت عضلانی نام دارد. به عبارتی دیگر، استقامت عضلانی، توانایی ادامه دادن به فعالیت جسمانی یا مقاومت

WWW.FUKA.IR

در برابر خستگی عضلانی است. استقامت را با واحد زمان می‌سنجند و طول آن مدت تکرار حرکت است.

استقامت عضلانی به دو صورت ساکن و حرکتی قابل تقسیم است:

- استقامت عضلانی ساکن: مثل فشار به نیروسنج به اندازه مثلاً 10 کیلوگرم و نگهداری آن فشار بطور نامحدود و بارفیکس با آرنج خم و نگهداری آن برای مدت نامحدود.
- استقامت عضلانی حرکتی: مثال، تعداد تکرار وارد آوردن یک فشار معین بر یک نیروسنج دستی به اندازه مثلاً 10 کیلوگرم در یک مدت نامحدود

استقامت عضلانی با قدرت، نیرو، سرعت و طول مدت حرکت بستگی نزدیک دارد و عبارت است از سنگینی مقاومت، مدت تکرار حرکت و سرعت تکرار حرکت.

استقامت عضلانی نسبت به مدت زمان اجرا و سنگینی مقاومت به سه دسته تقسیم می‌شود:

1- بار سنگین با مدت کوتاه: دوهای سرعت، کشش بارفیکس و دراز و نشست با بار اضافی.

2- بار سبک یا مدت طولانی:دوهای استقامت و کار با وزنه‌های سبک

3- بار متوسط و مدت متوسط: دوهای نیمه استقامت، حداکثر کشش از بارفیکس و دراز و نشست معمولی.

استقامت عضلانی بطور نسبی و مطلق اندازه‌گیری می‌شود، در نوع نسبی، میزان وزنه به نسبت وزن شخص تعیین می‌شود و در نوع مطلق، یک وزنه مشخص برای تمام افراد به طور یکسان به کار گرفته می‌شود. قدرت عضلانی و استقامت مطلق همبستگی بالایی با هم دارند.

آزمونهایی که استقامت عضلانی را اندازه‌گیری می‌کنند عبارتند از:

1- آزمونهای استقامت عضلانی حرکتی: دراز و نشست با زانوهای خم، تکرار انقباض با استفاده از نیروسنج، به طوریکه در هر دفعه باید فشار عقربه روی عددی که از قبل تعیین شده برسد، کشش بارفیکس، نشست و برخاست با پرتاب پاها به عقب و برگشت به حالت ایستاده در 4 شماره به مدت نامحدود. (حرکت ترکیبی)

2- آزمونهای استقامت عضلانی ساکن: آویزان شدن از بارفیکس با آرنجهای خم برای مدت نامحدود و فشار به نیروسنج و نگهداری آن برای مدت نامحدود.

به طور کلی سه نوع توانایی استقامتی پایه شناخته شده است:

- استقامت عضلانی بازوها و کمربند شانه‌ای
- استقامت عضلانی، عضلات شکمی

WWW.FUKA.IR

- استقامت قلبی تنفسی

ه) سرعت

سرعت بر دو نوع است: 1- سرعت حرکت 2- سرعت عکس‌العمل

قدرت، نیرو و استقامت عضلانی در سرعت دخالت دارند.

آزمونهای سرعت عبارتند از:

- آزمونهای سرعت عکس‌العمل، مثل سقوط آزاد خط‌کش
- آزمونهای سرعت حرکت، مثل دوهای سریع و کوتاه
- آزمونهای سرعت حرکت و عکس‌العمل با هم، مثل آزمون سقوط خط‌کش در حالی که دو دست حداقل 15 سانتی‌متر یا بیشتر با خط‌کش فاصله داشته باشند. همچنین از لحظه شلیک تپانچه تا اتمام دوی 45 متر سرعت عکس‌العمل و سرعت عمل اندازه‌گیری می‌شود.

و) چابکی

چابکی انواع مختلفی دارد:

1- چابکی در تغییر شکل بدن: مدت محدودی به آزمایش شونده وقت می‌دهیم و از او می‌خواهیم که با چهار حرکت از حالت ایستاده به حالت نشسته و سپس پرتاب پاها به عقب و مجدداً جمع کردن پاها و در نهایت حالت ایستاده را انجام دهد (آزمون ترکیبی). هرچه فرد تعداد بیشتری از این حرکت انجام دهد (در مدت زمان مشخص) از چابکی بهتری برخوردار است.

2- چابکی در تغییر مسیر و جهت حرکت: مثل دوی 9 × 4 متر

3- چابکی عمومی بدن: مثل آزمون زمین بدمینتون

چابکی را با واحد اندازه‌گیری زمان می‌سنجند، باید توجه داشت که سرعت حرکت، سرعت عکس‌العمل و ریتم در چابکی نقش دارند. چابکی در فعالیتهای زیر نقش مهمی ایفا می‌کند: تغییر مسیر در بسکتبال، زیگزاگ و گول زدن در بسکتبال، ضربه فورهند در تنیس روی میز، دریافت اسپک در والیبال و حرکت دروازه‌بانان هندبال.

WWW.FUKA.IR

ز) انعطاف‌پذیری

انعطاف‌پذیری دو نوع می‌باشد:

- انعطاف‌پذیری ایستا که عبارت است از حدود تغییرات حرکت حول مفصل
- انعطاف‌پذیری که عبارت است از مقابله یا مقاومت مفصل در برابر حرکت.

انعطاف‌پذیری را با واحد درجه یا طول می‌سنجند و به دو صورت مطلق و نسبی است. در اندازه‌گیری مطلق طول اعضاء مربوطه درنظر گرفته نمی‌شود، مثل انعطاف‌پذیری عضلات پشت ران، ولی در اندازه‌گیری نسبی، انعطاف‌پذیری عضله با توجه به عضله‌ها و مفصلهای مربوطه سنجیده می‌شود، مثلاً دراز کشیدن به شکم و گرفتن یک خط‌کش با دو دست بطور صاف و سپس بلند کردن چانه از روی زمین تا جایی که امکان دارد.

ح) آمادگی قلب و تنفس

یکی دیگر از فاکتورهای مهم در آمادگی جسمانی، آمادگی قلب و تنفس است که با استفاده از سه روش اندازه‌گیری می‌شود:

- آزمونهایی که از وسایل دقیق و پیچیده الکترونیکی استفاده می‌شود.
- آزمونهایی که وسیله اندازه‌گیری آنها عمدتاً دوهای استقامت می‌باشند.
- آزمونهایی که شمارش نبض و فشار خون را مورد استفاده قرار می‌دهند، مثل تست تردمیل یا نوار گردان.

آزمون پله هاروارد

استقامت عضلانی بخشی از استقامت قلب و تنفس را تشکیل می‌دهد و آزمون پله هاروارد یکی از روشهای اندازه‌گیری آمادگی قلبی و عروقی (قلب وتنفس) می‌باشد. تست پله هاروارد برای خانمها سه دقیقه و برای آقایان 5 دقیقه است.

آزمون پله هاروارد دو نوع می‌باشد:

1- فرم طولانی: شرکت کننده روی پله 50 سانتیمتری تا مدت 5 دقیقه با شدت کار 30 بار بالا و پایین رفتن از روی پله در دقیقه فعالیت می‌کند، سپس ضربان قلب وی پس از 1 تا 1/5 و بعد 2 تا 2/5 و در نهایت 3 تا 3/5 دقیقه در هنگام استراحت بعد از فعالیت ثبت می‌شود و سپس فرمول زیر بکار برده می‌شود:

زمان فعالیت × 100

WWW.FUKA.IR

$$\text{امتیاز آمادگی جسمانی} = \frac{\text{مجموع ضربان قلب در سه نوبت}}{2}$$

2-فرم کوتاه: روش انجام کار مثل فرم طولانی است یا این تفاوت که ضربان قلب شخص یک دقیقه یا یک و نیم دقیقه پس از اتمام فعالیت ثبت شده و سپس در فرمول روبه‌رو به کار می‌رود:

$$\text{امتیاز آمادگی جسمانی} = \frac{\text{زمان فعالیت} \times 100}{\text{(ضربان قلب پس از (1 یا 1/5 دقیقه)} \times 5/5}$$

تست 540 متر یکی از تستهای ارزیابی آمادگی قلب و تنفس است. در واقع این تست حداقل مسافتی که می‌تواند این ارزیابی را انجام دهد، دارا می‌باشد.

کوپر معتقد است که ارزشیابی آزمایشگاهی را برای اندازه‌گیری ماکزیمم اکسیژن مصرفی در فعالیت را می‌توان در مسافت 1600 متر به خوبی انجام داد. تست کوپر برای اندازه‌گیری آمادگی قلبی و تنفسی به کار می‌رود و به این صورت است که فرد به مدت 12 دقیقه می‌دود و سپس مسافتی را که در طی این مدت دویده به عنوان شاخصی برای آمادگی قلبی و تنفسی وی به کار می‌برند.

ط) تعادل

تعادل بر دو نوع است:

1- ایستا (ساکن): توانایی بدن برای نگهداری یک حالت ویژه. در تعادل ساکن آزمون زیر را می‌توان به کار برد: شخص دستها را به کمر زده و روی یک پا می‌ایستد طوری که پای دیگر روی زانوی پای اتکا قرار داشته باشد، مدت زمانی که شخص بتواند این حالت را حفظ کند، رکورد وی محسوب می‌شود، این تست برای افراد ماهر به این صورت است که بایستی پای اتکا روی پنجه قرار داشته باشد.

2- حرکتی: توانایی بدن برای نگهداری تعادل در حین انجام فعالیت بدنی مختلف؛ مثل پریدن سنگ به سنگ برای عبور از رودخانه، انجام یک برنامه حرکات زمینی در ژیمناستیک و راه رفتن و انجام حرکات مختلف بر روی چوب موازنه در ژیمناستیک.

اندازه‌گیری تعادل حرکتی از طریق قضاوت و دادن امتیاز بطور نظری صورت می‌گیرد.

تعادل با عوامل زیر در ارتباط است:

WWW.FUKA.IR

حواس، ادراک حرکتی که در مفاصل و عضلات و تاندونها وجود دارند و ظرافت و دقت دید، هنگامی که بدن در حال حرکت است.

تست ایفرد (AAHPERD)

تست ایفرد یکی از تستهایی است که آمادگی عمومی بدن را می‌سنجد. آمادگی عمومی بدن خود به دو قسمت تشکیل می‌شود:

1- آمادگی حرکتی: در آمادگی حرکتی، جنبش‌پذیری، فنی بودن و آموزش‌پذیری وجود دارد و فاکتورهای آن به وسیله تمرین توسعه می‌یابند. آمادگیهای حرکتی خارج از بدن بوده و بر اثر آموزش اخذ می‌شوند. آمادگیهای حرکتی بر پایه آمادگیهای جسمانی می‌باشند؛ یعنی آمادگیهای جسمانی به عنوان پایه بوده و آمادگیهای حرکتی ساختمان را تشکیل می‌دهند. آمادگیهای حرکتی عبارتند از:

نیروی عضلانی، چابکی، تعادل، سرعت، ریتم، شناخت ادراک حرکت، مهارت و هماهنگی اعصاب و عضلات.

تمرینات دایره‌ای و ایستگاهی برای آمادگی حرکتی مفید می‌باشند.

2- آمادگی جسمانی: آمادگیهای جسمانی نوعی ویژگی هستند که ریشه آنها در داخل بدن است و با سلامت عمومی داخل بدن ارتباط دارند. این آمادگیها فنی نیستند، آموزش‌پذیر نیستند و فاقد جنبش و حرکتند ولی تمرین در پیشرفت آنها سهم بسزایی دارد. فاکتورهای آمادگی جسمانی عبارتند از:

انعطاف‌پذیری، قدرت عضلانی، استقامت و آمادگی قلب و تنفس.

تستهایی که برای اندازه‌گیری آمادگی جسمانی به کار می‌روند، تست کوپر، تست پله هاروارد، پرس خوابیده، کشش از بارفیکس، دیپ، آویزان شدن از بارفیکس، دراز و نشست، شنای سوئدی، خم کردن بدن روی پاها برای رساندن دستها به پنجه پاها یا پایینتر (تست انعطاف‌پذیری)، فشار به قدرت‌سنج دستی و نشست و برخاست با 4 شماره (تست چمباتمه).

موارد تست ایفرد عبارتند از:

- پرش طول بدون دورخیز (برای سنجش نیروی عضلانی پاها)
- دوی رفت و برگشت 9×4 متر (برای سنجش چابکی)
- دوی سرعت 45 متر (برای سنجش سرعت)
- کشش بارفیکس (بررسی سنجش استقامت عضلانی دستها و کمربند شانه‌ای در آقایان)
- آویزان شدن از بارفیکس با آرنجهای خم (برای سنجش استقامت عضلانی دستها و کمربند شانه‌ای در خانمها)
- دراز و نشست با پای جمع (برای سنجش استقامت عضلات شکم)
- دوی استقامت 540 متر (برای سنجش استقامت قلبی تنفسی)

از بین موارد تست ایفرد، پرش طول، دو رفت و برگشت 9×4 متر و دوی سرعت 45 متر از دسته آمادگیهای حرکتی

WWW.FUKA.IR

می‌باشند و کشش از بارفیکس، آویزان شدن از بارفیکس، دراز و نشست با پای جمع و دوی استقامت 540 متر از دسته آمادگیهای جسمانی می‌باشند.

WWW.FUKA.IR

فصل پنجم: شرایط اساسی آزمون

شرایط اساسی آزمون

قبل از ورود به بحث، ذکر این نکته ضروری است که در بعضی منابع واژه reliability را پایایی و validity را معادل اعتبار آورده‌اند در حالی که منابع دیگر reliability را معادل اعتبار و validity را معادل روایی آورده‌اند بنابراین ما هر دو واژه را با هم آورده‌ایم تا تناقض برطرف شود ولی در بحث ما بیشتر با دو واژه پایایی و اعتبار سروکار داریم.

شرایط اساسی یک آزمون خوب عبارتند از: اعتبار (پایایی)، روایی (اعتبار) و عینیت و عملی بودن.

اعتبار (پایایی)

منظور از اعتبار، دقت اندازه‌گیری و ثبات و پایداری آن است. اعتبار آزمون نشان می‌دهد که آزمون، صفت مورد اندازه‌گیری را با چه دقت و صراحتی اندازه‌گیری می‌کند و نتیجه اندازه‌گیری تا چه حد دارای ثبات و پایایی است، یعنی تفاوت نمره مشاهده شده را از نمره واقعی نشان می‌دهد. اعتبار آزمون همچنین به این معنی است که اگر تستی تحت شرایط مشابه چند بار انجام شود، نتایج حاصله تا چه حد قابل اعتماد و مشابه می‌باشند.

بحث نظریه و شیوه‌های پایایی و مطالبی که براساس آن استوار است به آزمونهای هنجاری اختصاصی دارد. پایایی را می‌توان برحسب نمرات زیر توضیح داد:

1- نمره‌های مشاهده شده: نمره‌ای است که دانش‌آموز عملا در نتیجه گذراندن آزمون بدست می‌آورد.

2- نمره واقعی: منظور نمره‌ای است که دانش‌آموز درنتیجه گذراندن آزمون بدست می‌آورد.

3- نمره خطا: بعضی منابع عواملی که سبب خطای اندازه‌گیری می‌شوند را به دو عامل تقسیم می‌کنند:

- عوامل بیرونی: که مربوط به شرایط و نحوه اجرای آزمون است. مانند، نامساعد بودن جلسه آزمایش، بیماری و عدم تعادل روانی آزمایش شونده، حدس زدن پاسخها و اشتباه در نمره‌گذاری پاسخها.
- عوامل درونی: که به کیفیت آزمون مربوط است و عبارتند از: محدود بودن سئوالات آزمون، عدم تجانس و یا همگنی سئوالات با یکدیگر.

فرض نظریه پایایی این است که هر اندازه‌گیری در مقیاس فاصله‌ای با مقداری خطای درونی یا خطای اندازه‌گیری همراه

WWW.FUKA.IR

است. یک یا چند عامل از عوامل زیر می‌توانند به عنوان منابع خطای اندازه‌گیری محسوب شوند:

1- عدم توافق بین نمره‌گذاران (عینیت)

2- عدم ثبات عملکرد فرد مورد آزمون

3- ناتوانی ابزار برای اندازه‌گیری با ثبات

4- ناتوانی مجری آزمون در اجرای آن و شیوه‌های استاندارد

پایایی را می‌توان نسبت واریانس نمره واقعی به واریانس نمره مشاهده شده، تعریف کرد: $\text{پایایی} = \frac{\delta_x^2}{\delta_0^2} = \frac{\delta_0^2 - \delta_e^2}{\delta_0^2} = 1 - \frac{\delta_e^2}{\delta_0^2}$

δ_e: خطای اندازه‌گیری

δ_0^2: واریانس نمره مشاهده شده

δ_x^2: واریانس نمره واقعی

موقعی که خطای اندازه‌گیری در کار نباشد، یعنی وقتی که σ_e^2 مساوی صفر باشد، این فرمول نشان می‌دهد که پایایی برابر یک است. هرچه بر خطای اندازه‌گیری افزوده شود، σ_e^2 افزایش و پایایی کاهش می‌یابد، بنابراین پایایی نشانه‌ای از مقدار خطای اندازه‌گیری در مجموعه‌ای از نمره‌هاست. پایایی به دو عامل بستگی دارد:

- کاهش پراکندگی نسبت داده شده به خطای اندازه‌گیری
- پیدا کردن تفاوتهای فردی (یعنی پراکندگی در نمره‌های واقعی) در گروه مورد اندازه‌گیری

اقسام پایایی (اعتبار)

۱- پایایی ثبات: موقعی که تغییر نمره‌ها از یک روز به روز بعد اندک باشد، باثباتند. هنگامی که نمره‌ها با ثبات باقی می‌مانند، آنها را پایا می‌خوانیم. از روش آزمون- آزمون مجدد برای محاسبه ضریب پایایی ثبات استفاده می‌کنیم. به این طریق که هر فرد با آزمون یا ابزار یکسانی در چند (معمولاً دو) روز مختلف، مورد اندازه‌گیری قرار می‌گیرد. همبستگی بین دو مجموعه از نمره‌ها، ضریب پایایی ثبات نامیده می‌شود. هرچه این ضریب به 1+ نزدیکتر باشد، نمره‌ها با ثبات‌تر و پایاترند. در این روش عواملی چون فراموشی، یادگیریهای تازه، عامل رشد و شرایط متفاوت اجرای آزمون تاثیر می‌گذارند. از بین عوامل مذکور، شرایط متفاوت اجرای آزمون به سه صورت می‌تواند در ضعف ثبات نمره (ضریب پایایی پایین) دخیل باشد:

- افراد مورد آزمون امکان دارد، عملکرد متفاوتی داشته باشند.

WWW.FUKA.IR

- ابزار اندازه‌گیری امکان دارد متفاوت عمل کند یا متفاوت به کار برده شود.
- فردی که اندازه‌گیری می‌کند، امکان دارد، تغییر کند.

به عنوان یک قاعده سرانگشتی، نمره‌های آزمون- آزمون مجدد با فاصله یک تا سه روز از هم گردآوری می‌شوند، ولی در آزمونی که به حداکثر تلاش نیاز دارد، چون خستگی و کوفتگی می‌تواند روی نمره‌های آزمون اثر بگذارد، انجام دادن آزمون مجدد بعد از هفت روز پیشنهاد می‌شود. اگر فاصله زمانی بین دو اندازه‌گیری زیاد باشد، امکان دارد نمره به دلیل رشد فرد یا تمرین (عواملی که معمولا به عنوان منابع خطای اندازه‌گیری به حساب نمی‌آیند) تغییر کند. می‌توان ضریب چاپایی آزمون- آزمون مجدد را با اجرای دوباره آزمون، فقط در مورد تعدادی از افراد مورد آزمون، محاسبه کرد.

۲- پایایی همسانی درونی: فایده این ضریب این است که تمام اندازه‌گیریها در روز واحدی گردآوری می‌شوند. همسانی درونی به درجه یکنواختی نمره‌گذاری افراد در تمام طول آزمون یا از یک نوبت به نوبت دیگر، موقعی که آزمون چند ماده‌ای اجرا شده است، اشاره می‌کند. برای به دست آوردن ضریب پایایی همسانی درونی، مجری آزمون باید حداقل در یک روز دوبار آزمون را اجرا کند (روش اجرای فرمهای موازی یا همتا). تغییر در نمره‌های افراد از یک نوبت به نوبت بعد، فقدان پایایی آزمون را نشان می‌دهد. همبستگی بین نمره‌ها در نوبتهای اجرای آزمون، ضریب پایایی همسانی درونی می‌باشد.

ثبات در مقابل همسانی درونی: ضریب پایایی همسانی درونی با ضریب پایایی ثبات، قابل مقایسه نیست. ضریب همسانی تحت تأثیر تغییرات روز به روز عملکرد قرار نمی‌گیرد، ولی همین امر در ضریب ثبات، منبع اساسی خطای اندازه‌گیری محسوب می‌شود. ضر یب همسانی درونی تقریباً همیشه از مقدار متناظر ضریب پایایی ثبات بالاتر است. در واقع ضریبهای همسانی درونی بین 0/85 و 0/99 برای آزمونهای عملکرد حرکتی غیرعادی نیستند. علوم تربیتی، روانشناسی و سایر رشته‌هایی که بسیار بر آزمونهای کتبی متکی هستند، بندرت از روش آزمون- آزمون مجدد استفاده می‌کنند و به جای آن شیوه همسانی درونی را به کار می‌برند. در حالی که ضر یب ثبات نشانه بهتری از پایایی داده‌های گردآوری شده در تربیت بدنی به شمار می‌رود.

۳- پایایی تقابل درونی: در این مورد، آزمون در مورد گروه واحدی اجرا می‌گردد، سپس جمع نمرات هر یک از افراد گروه مورد آزمایش در سئوالات فرد آزمون و نیز جمع نمرات هر فرد در سئوالات زوج آزمون جداگانه محسوب می‌شود، آنگاه ضریب همبستگی بین نمرات فرد و زوج افراد محاسبه می‌گردد؛ ضریب محاسبه شده، ضریب اعتبار هر یک از دو نیمه آزمون است. برای برآورد ضریب اعتبار تمام آزمون از فرمول زیر استفاده می‌شود:

WWW.FUKA.IR

$$\gamma_{11}=\frac{2\gamma_{\frac{11}{22}}}{1+\gamma_{\frac{11}{22}}}$$

که در آن $\gamma_{\frac{11}{22}}$ ضریب اعتبار هر یک از دو نیمه آزمون و γ_{11} ضریب اعتبار تمام آزمون است.

مثال: اگر ضریب همبستگی دو نیمه آزمون 0/6 باشد، ضریب اعتبار تمام آن عبارتست از:

$$\gamma_{11}=\frac{2\times 0/6}{1+0/6}=0/75$$

۴- روش کودر- ریچاردسون: با این روش و روش دو نیمه کردن آزمون، میزان همبستگی درونی یا تجانس آزمون برآورد می‌شود و از طریق فرمول روبه‌رو محاسبه می‌گردد:

$$\gamma_{11}=\frac{n}{n-1}[1-\frac{\overline{X}(n-\overline{X})}{ns^2}]$$

که در آن n تعداد سئوالات، S^2 واریانس نمرات آزمون و $\bar{x}$ میانگین می‌باشد.

مثال: اگر تعداد سئوالات آزمونی 50، میانگین نمرات 30 و واریانس نمرات 60 باشد، ضریب همبستگی درونی سئوالات برابر است با:

$$\gamma_{11}=\frac{50}{50-1}[1-\frac{30(50-30)}{50\times 60}]=0/82$$

عواملی که بر پایایی اثر می‌گذارند

عوامل بسیاری می‌توانند بر پایایی آزمون اثر بگذارند، از جمله این عوامل می‌توان به دقت نمره‌گذاری، تعداد مواد آزمون، میزان دشواری آزمون، دستورالعملهای آزمون، محیط اجرای آزمون، همچنین به آشنایی فرد با آزمون و سطح فعلی عملکرد او اشاره کرد. دامنه استعداد و به کار بردن ضریب پایایی نیز بر میزان پایایی اثر می‌گذارد. ضریب پایایی برای نمره‌های آزمون طولانی، بزرگتر از آزمون کوتاه است.

جدول زیر عواملی که بر پایایی آزمون اثر می‌گذارند، را نشان می‌دهد:

WWW.FUKA.IR

عوامل	منابع پایایی ناکامل
ویژگیهای افراد آزمودنی	دامنه استعداد، انگیزش، روز خوب در مقابل روز بد، یادگیری، فراموشی و خستگی
ویژگیهای آزمون	طولانی بودن، دشواری، قدرت تمیز، همگنی مواد آزمون، تعداد آزمودنیها
ویژگیهای موقعیت اجرای آزمون	دستورالعملها، محیط، سازمان‌بندی کلاس، اداره کلاس، فرصت گرم کردن
ویژگیهای فرایند اندازه‌گیری	ماهیت وسیله اندازه‌گیری، انتخاب واحد اندازه‌گیری، خطای اندازه‌گیری، تعداد مواد آزمون و خطاهای ثبت نمره‌ها
ویژگیهای ارزیاب یا ارزیابها	شایستگیها، اطمینان در آزمون، تمرکز بر وظیفه، آشنایی با وسیله اندازه‌گیری، انگیزش و تعداد ارزیابها
ویژگیهای روش برآورد آماری	تجزیه واریانس نمره مشاهده شده به نمره واقعی و واریانس نمره خطا با طرح آزمون مجدد: منبع خطا، تغییرپذیری درون افراد در بین روزهاست. منبع خطا شامل واریانس درون روزها نیست. با طرح دو نیمه کردن آزمون: پراکندگی افراد در بین مواد آزمون. واریانس بین روزها یا واریانس بین مواد آزمون دسته‌بندی شده را شامل نمی‌شود.

عینیت

عینیت، یا پایایی نمره‌گذار، ویژگی مهم آزمون یا ابزار اندازه‌گیری به شمار می‌رود. عینیت را می‌توان توافق نزدیک بین دو یا چند داور در دادن نمره به هر آزمودنی تعریف کرد.

عوامل مؤثر بر عینیت

عینیت به دو عامل مرتبط با هم بستگی دارد: یکی مشخص بودن روش نمره‌گذاری و دیگری درجه‌ای که داور می‌تواند نمره‌های دقیقی بدهد. موقعی که دو یا چند نفر آزمونی را اجرا می‌کنند، درجه بالایی از عینیت ضروری است. همچنین موقعی که فردی در چند موقعیت مختلف، نمره‌گذاری می‌کند، درجه بالایی از عینیت لازم است. برای تعیین درجه عینیت آزمون عملکرد جسمانی، دو یا چند داور به هر فرد که آزمون می‌شود، نمره می‌دهند. سپس ضریب همبستگی درون گروهی بر اساس نمره‌های داوران برای آن فرد محاسبه می‌شود.

$$R = \frac{MS_A - MS_W}{MS_A}$$

اعتبار (روایی)

روایی آزمون، رفتار یا خصیصه معینی را که به منظور اندازه‌گیری آن ساخته شده است، اندازه می‌گیرد. یعنی روایی نشان

WWW.FUKA.IR

می‌دهد که آیا آزمون منحصراً آنچه را که موردنظر است و برای آن ساخته شده، اندازه‌گیری می‌کند یا خیر؛ یا آیا خصوصیت موردنظر را بطور کامل اندازه‌گیری می‌کند یا خیر. انجمن روانشناسی امریکا اعتبار را مهمترین خصیصه آزمون می‌داند. شاخصی معتبر است (دارای روایی بالایی است) که پایایی داشته باشد ولی ممکن است یک آزمون پایا، معتبر نباشد. بدیهی است برای اینکه آزمون یا ابزار بتواند آنچه موردنظر برای اندازه‌گیری است، اندازه بگیرد، باید ابتدا ثبات اندازه‌گیری داشته باشد.

اعتبار (روایی) از دو جزء مهم مربوط بودن و پایایی تشکیل شده است و عینیت (که گاهی پایایی رتبه‌گذار نامیده می‌شود) نیز جزئی از پایایی است. درجه اعتبار (روایی) آزمون به استفاده‌کننده از آن، نشان می‌دهد که آزمون تا چه میزانی قادر است به هدفهای تعیین شده دست یابد. این هدفها و چهار نوع اعتبار (روایی) که با آنها همترازند، عبارتند از: اعتبار همزمان، اعتبار پیش‌بین، اعتبار سازه و اعتبار منطقی.

- اعتبار منطقی: اعتبار منطقی یک ابزار اندازه‌گیری تاحدی است که بتواند قابلیتهایی را اندازه‌گیری کند که برای آنها نتایجی استخراج شود. برای نمونه آزمونهای دو 50 و 100 یا رد سرعت، آزمونهای معتبری برای سرعت دویدن هستند، زیرا سرعتی را که فرد می‌تواند بدود، اندازه می‌گیرند. آزمون کتبی وقتی اعتبار منطقی دارد که: سئوالاتش پایایی داشته باشد، براساس آنچه تدریس شده است، باشد و بیانگر اهداف آموزشی آن واحد درسی باشد. برای یک مهارت پیچیده و چند جزئی مثل ورزشهای تیمی، تنها راه تعیین درجه اعتبار منطقی، تعریف واضحی از هدفهاست.
- اعتبار همزمان: اعتبار همزمان شاخصی از همبستگی آزمون با برخی ملاکهای ویژه است. این یک روش سنتی برای ایجاد اعتبار آزمون است که شامل محاسبه ضریب همبستگی پیرسون یا انواع مشابه همبستگی بین نمره‌های آزمون و شاخص ملاک است. ضریب همبستگی به دست آمده، ضریب اعتبار است که برآوردی از اعتبار آزمون می‌باشد. وقتی ضریب اعتبار نزدیک یک است، آزمون یا ابزار اندازه‌گیری شبیه شاخص ملاک عمل می‌کند و معتبر است، ولی وقتی ضریب نزدیک صفر است، آزمون یا ابزار اندازه‌گیری اعتبار چندانی ندارد. یک مرحله حساس در ایجاد اعتبار همزمان برای آزمون، انتخاب شاخص ملاک مناسب است.

الف- رتبه‌بندی افراد با تجربه: یکی از شاخصهای ملاکی، رتبه‌بندی نظری به وسیله یک یا چند داور ذیصلاح است. مجموع رتبه‌گذاریهای چند داور شایسته، شاخص باثبات‌تری از ملاک فراهم خواهد کرد. رتبه‌گذاریهای نظری معمولاً به صورت رتبه‌های طبقه‌ای یا مقیاس نمره انجام می‌شود. با استفاده از رتبه‌گذاری، افراد براساس عملکردشان از بالاترین تا

WWW.FUKA.IR

پایین‌ترین رتبه، رتبه‌بندی می‌شوند. در صورتی که از مقیاس نمره استفاده شود، عملکرد افراد به طور انفرادی نمره‌گذاری می‌شود. در روش مقیاس نمره، چون نیاز نیست به فردی بهترین رتبه یا به فرد دیگری بدترین رتبه را بدهیم، بر روش دیگر برتری دارد. معمولاً اعتبار بیشتری با استفاده از روش نمره‌گذاری در مقایسه با رتبه‌بندی طبقه‌ای به دست می‌آید.

ب- مقامهای ورزشی: دومین روش برآورد اعتبار ابزار اندازه‌گیری، محاسبه همبستگی بین نمره‌هایی است که از آن ابزار به دست آمده با آن مقامهای ورزشی که فرد در مسابقات کسب کرده است. چنین فرض می‌شود که مقامهای ورزشی نشانه خوبی از توانایی کلی در مهارت مورد اندازه‌گیری است.

ج – ملاک از پیش تعیین شده: در این روش از ابزار معتبر و قابل قبولی استفاده می‌شود که یک نمره کمی را به عنوان شاخص ملاک ارائه می‌دهد. سپس اعتبار آزمون با محاسبه ضریب همبستگی پیرسون بین نمره‌های آزمون و نمره‌های ابزار مورد قبول، برآورد می‌شود. این روش معمولاً برای ساختن آزمونی که سریعتر یا آسانتر از ابزار مورد قبول اجرا شود، به کار می‌رود.

- اعتبار پیش‌بین: همانند اعتبار همزمان، اعتبار پیش‌بین نیز با استفاده از شاخص ملاک تعیین می‌شود. اعتبار پیش بین ارزش یک شاخص را برای پیش‌بینی عملکرد در شاخص دیگر (ملاک) تعیین می‌کند. به عبارت دیگر نتیجه آزمون تا چه اندازه می‌تواند موفقیت افراد را در زمینه‌ای که آزمون برای اندازه‌گیری آن ساخته شده است را پیش‌بینی کند. مثلاً اندازه‌گیری موفقیت در یک شغل.
- اعتبار سازه (محتوا): هرگاه منظور این باشد که سئوالات آزمون محتوای کامل موضوعی را که برای اندازه‌گیری آن ساخته شده، اندازه‌گیری کند، گفته می‌شود که آزمون دارای اعتبار سازه (روائی محتوا) است. معمولاً آزمونهای پیشرفت تحصیلی را از روی روائی محتوای آن بهتر می‌توان ارزیابی کرد. غالباً تهیه‌کنندگان آزمون به اعتبار (روائی) پیش‌بین بیشتر از سازه (محتوا) توجه دارند که شاید دلیل آن این باشد که روائی پیش‌بین براساس روشهای آماری انجام می‌گیرد و نتیجه به صورت یک ضریب عددی تعیین شده و همچنین جنبه عینی دارد، در حالی که روائی محتوا از طریق تجزیه و تحلیل سئوالات انجام می‌گیرد و بیشتر جنبه عقلی و ذهنی دارد. اگر نظر مربی یک تیم را با نمرات آزمون همان رشته تیمی که از همان تیم اخذ شده، مقایسه کنیم، اعتبار (روائی) محتوا آزمون را ارزیابی کرده‌ایم.

اعتبار منطقی، اعتبار همزمان واعتبار پیش‌بین روشهای بررسی اعتبار آزمون هستند، ولی اعتبار سازه در مقایسه با آنها جدیدتر است و شیوه اعتباریابی پیچیده‌تری دارد. امروزه از این روش به طور فزاینده‌ای در اجرای آزمونهای تربیت بدنی نیز استفاده می‌شود.

اعتبار سازه ترجیحاً در مورد آزمونهای انتزاعی استفاده می‌شود تا آزمونهای ملموس و عینی. آزمون انتزاعی چیزی را اندازه می‌گیرد که به طور مستقیم قابل مشاهده نیست. نگرشها نسبت به فعالیت جسمانی از خصیصه‌های انتزاعی انسانی به شمار می‌روند که به آسانی آشکار نمی‌شوند و براحتی به وسیله افراد بی‌صلاحیت قابل فهم نیستند.

WWW.FUKA.IR

به طور کلی عوامل مؤثر بر اعتبار (روایی) عبارتند از:

- شاخص ملاک برگزیده
- خصوصیتهای آزمودنیها
- پایایی
- عینیت
- آزمونهای طولانی

مقدار ضریب اعتبار

هنگامی که اعتبار همزمان را تعیین می‌کنیم، ضریب 0/90 و بیشتر از آن مطلوب و ضریب بیشتر از 0/80 قابل قبول است. در مورد اعتبار پیش‌بین، در بعضی مواقع آزمونهایی با ضریب اعتبار 0/50 یا 0/60 نیز قابل قبولند. پذیرفتن مقدار ضریب اعتبار به عوامل متعددی بستگی دارد. از جمله، نوع اعتبار (همزمان یا پیش‌بین)، ضریب همبستگی (پیرسون یا چند متغیره)، کیفیت ملاک، مقدار ضریب اعتباری که مورد انتظار است و یا با توجه به مقادیری که دیگران در شرایط مشابه به دست آورده‌اند، موردنظر است، اینکه خطای معیار چقدر کم باشد و چه مقدار واریانس قابل توجیه است.

اعتبار آزمونهای ملاکی

یکی از روشهای اعتباریابی آزمون ملاکی، اعتبار وابسته به حیطه نامیده می‌شود. واژه «حیطه» به توانایی یا رفتار ملاک اطلاق می‌شود که قرار است آزمون آن را اندازه بگیرد. شیوه دیگر اعتباریابی آزمون ملاکی، اعتبار تصمیم نام دارد. این روش به دقت آزمون در مورد طبقه‌بندی افراد به صورت ماهر یا مبتدی سروکار دارد. اساس این روش بر توانایی طبقه‌بندی افراد به صورت ماهر یا مبتدی، مستقل از آزمون است.

رابطه پایایی و اعتبار

داشتن پایایی (اعتبار) شرط اعتبار (روائی) آزمون است، یعنی آزمون اعتبار (روائی) ندارد، مگر آنکه دارای پایایی (اعتبار) کافی باشد. اما بالا بودن ضریب پایایی (اعتبار) آزمون اعتبار (روائی) آن را تضمین نمی‌کند. بنابراین تست ممکن است پایایی (اعتبار) داشته باشد ولی اعتبار (روائی) نداشته باشد، مثلاً یک ترازو ممکن است همیشه 2 کیلو اضافه نشان دهد؛ در این حالت این ترازو، پایایی (اعتبار) دارد، یعنی هر چند بار که اندازه‌گیری صورت گیرد، عدد یکسانی را نشان می‌دهد در حالی که اعتبار (روائی) ندارد، زیرا میزان حقیقی وزن را نشان نمی‌دهد، بنابراین پایایی (اعتبار) شرط لازم برای تست

WWW.FUKA.IR

بوده ولی شرط کافی نمی‌باشد.

عملی بودن

آزمونهایی مناسب می‌باشند که عملاً با توجه به امکانات موجود بسهولت بتوان آنها را به کار گرفت. عملی بودن از چند جهت مورد توجه است:

سهولت در اجرا، سهولت در تصحیح، سهولت در تعبیر و تفسیر، صرفه‌جویی در وقت و صرفه‌جویی در هزینه.

WWW.FUKA.IR

فصل ششم: آمار توصیفی (جدول توزیع فراوانی و نمودارها)

آمار توصیفی

آمار توصیفی به منظور سازمان دادن، خلاصه کردن و توصیف اندازه‌های نمونه به کار می‌رود و هدف آن پیش‌بینی و استنباط پارامتر جامعه مورد مطالعه نیست. در حالی که آمار استنباطی به منظور پیش‌بینی یا برآورد پارامتر جامعه از طریق اندازه‌های نمونه به کار برده می‌شود. این عمل با استفاده از فرایند استدلال قیاسی و براساس نظریه صورت می‌پذیرد. تعیین دقیق پارامترهای جامعه از طریق نمونه امکان‌پذیر نیست و این عمل فقط با احتمال میسر است. این مسأله که مقدار برآورد پیش‌بینی شده تا چه اندازه به مقدار واقعی نزدیک است، به روشهای نمونه‌گیری و همچنین روشهای آماری به کار گرفته شده بستگی دارد.

توزیع فراوانی

توزیع فراوانی عبارت است از سازمان دادن اندازه‌ها یا مشاهدات به صورت طبقات همراه با فراوانی هر طبقه. توزیع فراوانی، داده‌ها را به صورت خلاصه و مرتب، به نحوی که تفسیر آنها آسان شود، در یک جدول نمایش می‌دهد. این جدول شامل دو ستون است، ستون x که با بزرگترین نمره شروع و به کوچکترین نمره خاتمه پیدا می‌کند و ستون f که فراوانی هر نمره را نشان می‌دهد، برای مهیا کردن جدول توزیع فراوانی فعالیتهای زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:

- ثبت اعداد را به ترتیب هر ستونی که با x نشان داده می‌شود، از بزرگترین عدد شروع می‌کنیم و به کوچکترین عدد خاتمه می‌دهیم.
- در مقابل هر عدد در زیر ستونی که خط نشان نامیده می‌شود به اندازه تعداد دفعاتی که هر عدد تکرار می‌شود، خط نشان می‌زنیم. البته ستون خط نشان اختیاری است. حاصل جمع این ستون برابر تعداد کل نمره‌ها است.

WWW.FUKA.IR

جدول ۱: جدول توزیع فراوانی

x	f	x	f	x	f
99	1	83	5	67	1
98	2	82	7	66	3
97	3	81	3	65	2
96	1	80	3	64	0
95	2	79	2	63	0
94	2	78	4	62	1
93	4	77	3	61	1
92	2	76	1	60	3
91	1	75	5	59	2
90	3	74	5	58	0
89	2	73	1	57	1
88	1	72	4	56	1
87	2	71	4	55	1
86	3	70	0	54	1
85	3	69	1		N=100
84	3	68	1		

نحوه ساختن توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده

- محاسبه دامنه تغییرات (R): دامنه تغییرات برابر است با اختلاف بزرگترین عدد با کوچکترین عدد به اضافه 1

1 + کوچکترین عدد - بزرگترین عدد = دامنه تغییرات (R)

- تعیین تعداد طبقات (y): انتخاب تعداد طبقات اختیاری است، اما معمولا تعداد طبقات را بین 10 تا 20 انتخاب می‌کنند. در صورتی که تعداد طبقات کمتر از 10 طبقه باشد، اندازه طبقات بزرگ شود و همین امر موجب از دست دادن اطلاعات بیشتری می‌شود. و چنانچه طبقات بیشتر از 20 طبقه شود، تهیه و تنظیم جدول نیاز به وقت و کار بیشتر دارد و اقتصادی نیست. در صورت عدم تمایل به استفاده از قاعده تجربی فوق، تعداد طبقات را می‌توان با استفاده از فرمول زیر که به قانون «استرژ» معروف است بدست آورد:

$$K = 1 + 3/3 \log n$$

در فرمول فوق n و k به ترتیب عبارتند از: تعداد اعداد و تعداد طبقات. پایه لگاریتم بر مبنای 10 است.

مثال: چنانچه تعداد کل اعداد جمع‌آوری شده برابر 60 باشد، تعداد طبقات طبق فرمول مورد بحث برابر است با:

WWW.FUKA.IR

(log60 در پایه 10 مساوی 1/7782 است)

$$k = 1 + 3/3 \log n \rightarrow 1 + 3/3 \log 60$$

$$k = 1 + 3/3\ (1/7782) \rightarrow\ k = 6/86806 \cong 7$$

- تعیین اندازه یا حجم هر طبقه (i): اندازه طبقه از تقسیم دامنه تغییرات به تعداد طبقات بدست می‌آید:

$$\text{اندازه طبقات (I)} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد طبقات}} = \frac{R}{K}$$

چنانچه عدد بدست آمده، عدد صحیحی باشد، همان عدد را به عنوان اندازه طبقه درنظر می‌گیریم. اما اگر عدد بدست آمده، اعشاری باشد، در این حالت عدد صحیح بالاتر از عدد اعشاری را به عنوان اندازه طبقه درنظر می‌گیریم.

- نوشتن طبقات: معمولاً طبقات را از کوچکترین عددی که اندازه یا فاصله طبقات مضربی از آن است، آغاز می‌کنند. به عنوان مثال وقتی که فاصله طبقات برابر 3 باشد، بهتر است که طبقات را با یکی از اعداد 18، 15، 12، 9 و 6 شروع کرد. پس از تعیین نقطه شروع طبقات، یعنی کوچکترین عدد طبقه که حد پایین اولین یا کوچکترین طبقه نیز نامیده می‌شود، بزرگترین عدد یا حد بالای این طبقه را محاسبه می‌کنیم. پس از نوشتن اولین طبقه فاصله طبقه را به حد پایین و بالای همین طبقه اضافه می‌کنیم تا طبقه بعدی بدست آید. این عمل را تا طبقه‌ای که بزرگترین عدد در آن قرار می‌گیرد، ادامه می‌دهیم.

- زدن خط نشان در مقابل هر طبقه: در پایان به تعداد خط نشانهای هر طبقه، عدد در مقابل همان طبقه قرار می‌دهیم تا فراوانیهای هر طبقه (f) مشخص شود.

مثال: نمرات دراز و نشست 30 نفر از دانشجویان تربیت بدنی دانشگاه کرمان (ورودی 70) به شرح زیر می‌باشد. جدول توزیع فراوانی آنها را رسم نمائید. (جدول 2)

49-58-53-50-68-60-67-72-55-51-47-62-70-58-45

52-64-68-67-61-55-57-63-62-59-56-52-70-58-65

1- دامنه تغییرات (R)

$$R = (H - L) + 1 \rightarrow R = (72 - 45) + 1 = 28$$

WWW.FUKA.IR

2- تعیین تعداد طبقات (K): تعداد طبقات اختیاری است. بنابراین در این مثال تعداد طبقات را 10 می‌گیریم.

3- تعیین اندازه هر طبقه (i):

$$i = \frac{R}{K} = \frac{28}{10} = 2/8 \cong 3$$

4- نوشتن طبقات

5- زدن خط نشان

X	خط نشان	F
72-74	/	1
69-71	//	2
66-68	////	4
63-65	///	3
60-62	////	4
57-59	/////	5
54-56	///	3
51-53	////	4
48-50	//	2
45-47	//	2

توزیع فراوانی نسبی

برای بدست آوردن این فراوانی، فراوانی مطلق (f_i) هر طبقه را بر تعداد کل داده‌ها (N) تقسیم می‌کنیم. (جدول 3)

توزیع فراوانی نسبی درصدی

اگر فراوانی نسبی هر طبقه را در 100 ضرب نماییم، فراوانی نسبی درصدی به دست می‌آید. (جدول 3)

توزیع فراوانی تراکمی (تجمعی)

این فراوانی از جمع کردن فراوانیها به صورت متوالی از پایینترین طبقه با طبقات بعدی به دست می‌آید. بنابراین فراوانی هر طبقه (cf) برابر است با حاصل جمع فراوانی آن طبقه با فراوانیهای طبقات پایینتر از آن؛ به عبارت دیگر فراوانی تراکمی هر طبقه مساوی است با مجموع فراوانیهای طبقه پایین و طبقه موردنظر.

توزیع فراوانی تراکمی درصدی (Cf%)

برای محاسبه فراوانی تراکمی درصدی هر طبقه، فراوانی تراکمی همان طبقه به مجموع کل اعداد (N) تقسیم می‌کنیم. سپس حاصل تقسیم را درصد ضرب می‌نمائیم.

$$Cf\ \% = \frac{Cf}{N} \times 100$$

WWW.FUKA.IR

جدول ۳: توزیع فراوانی نسبی و تراکمی درصدی نمره‌های یک آزمون ریاضی

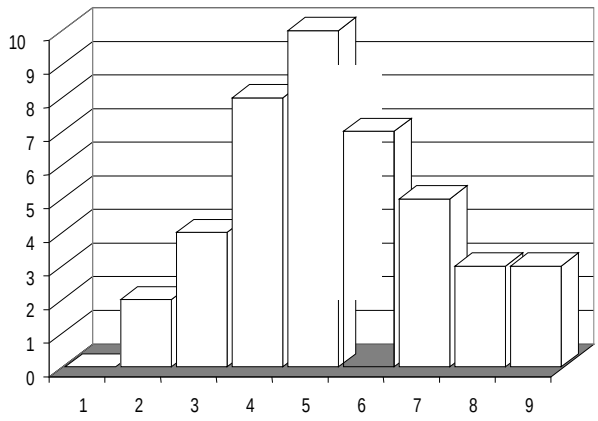
طبقات	فراوانی	فراوانی تراکمی(cf)	فراوانی تراکمی درصدی (cf%)	فراوانی نسبی	فراوانی نسبی درصدی
۹۰-۱۰۱	۱	۵۰	۱۰۰	۰/۰۲	۲
۹۶-۹۸	۳	۴۹	۹۸	۰/۰۶	۶
۹۳-۹۵	۴	۴۶	۹۲	۰/۰۸	۸
۹۰-۹۲	۳	۴۲	۸۴	۰/۰۶	۶
۸۷-۸۹	۲	۳۹	۷۸	۰/۰۴	۴
۸۴-۸۶	۵	۳۷	۷۴	۰/۱	۱۰
۸۱-۸۳	۷	۳۲	۶۴	۰/۱۴	۱۴
۷۸-۸۰	۵	۲۵	۵۰	۰/۱	۱۰
۷۵-۷۷	۴	۲۰	۴۰	۰/۰۸	۸
۷۲-۷۴	۵	۱۶	۳۲	۰/۱	۱۰
۶۹-۷۱	۳	۱۱	۲۲	۰/۰۶	۶
۶۶-۶۸	۲	۸	۱۶	۰/۰۴	۴
۶۳-۶۵	۱	۶	۱۲	۰/۰۲	۲
۶۰-۶۳	۲	۵	۱۰	۰/۰۴	۴
۵۷-۵۹	۱	۳	۶	۰/۰۲	۲
۵۴-۵۶	۲	۲	۴	۰/۰۴	۴

نمودار فراوانی

یک توزیع فراوانی را می‌توان با چند نوع نمودار به شرح زیر نمایش داد:

WWW.FUKA.IR

هیستوگرام:



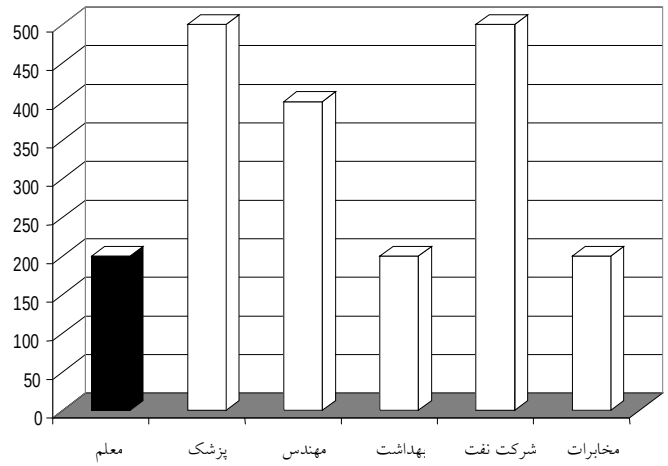
نمودار 1- نمودار هیستوگرام

هیستوگرام نموداری است که از طریق آن اطلاعات تنظیم و طبقه‌بندی شده در جدول توزیع فراوانی نمایش داده می‌شود. این نمودار از ستونهایی که به همه چسبیده شده‌اند، تشکیل شده است. اتصال ستونها در هیستوگرام موجب شده است که این نمودار وسیله مناسبی برای نمایش داده‌های ناشی از اجرای متغیرهای پیوسته گردد. این نمودار برای نمایش متغیرهائی که با استفاده از مقیاسهای فاصله‌ای و نسبی اندازه‌گیری شده‌اند، به کار برده می‌شود. در هیستوگرام هر ستون نشان دهنده یک طبقه از اعداد است. عرض هر ستون برابر فاصله طبقه و ارتفاع آن مساوی فراوانی همان طبقه است. (نمودار 1)

نمودار ستونی:

نمودار ستونی همانند نمودار هیستوگرام است. تنها اختلافی که بین این دو وجود دارد این است که در نمودار ستونی، ستونها مجزا از یکدیگر هستند و از این نمودار وقتی استفاده می‌شود که داده‌های جمع‌آوری شده متعلق به متغیرهای گسسته باشند و با استفاده از مقیاس اسمی اندازه‌گیری شده‌اند. همانند هیستوگرام، در نمودار ستونی برای نمایش طبقات گسسته از مستطیل استفاده می‌شود. ارتفاع هر ستون برابر فراوانی و عرض همان ستون، که بر روی محور X ترسیم می‌شود، برای نمایش هر گروه یا طبقه به کار برده می‌شود.

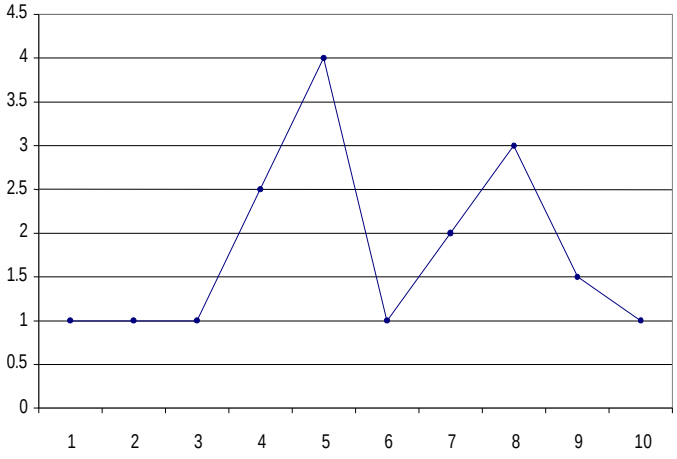
WWW.FUKA.IR



نمودار ۲- نمودار ستونی درآمد اقشار مختلف

نمودار چند ضلعی:

نمودار چند ضلعی از تمام نمودارهایی که به منظور توصیف توزیعهای آماری به کار برده می‌شود، مورد استفاده بیشتری دارد. دلیل این امر هم سهولت ساختن و توصیف آن است. در این نمودار مثل تمام نمودارها از دو محور عمودی (y) و افقی (x) استفاده می‌شود.



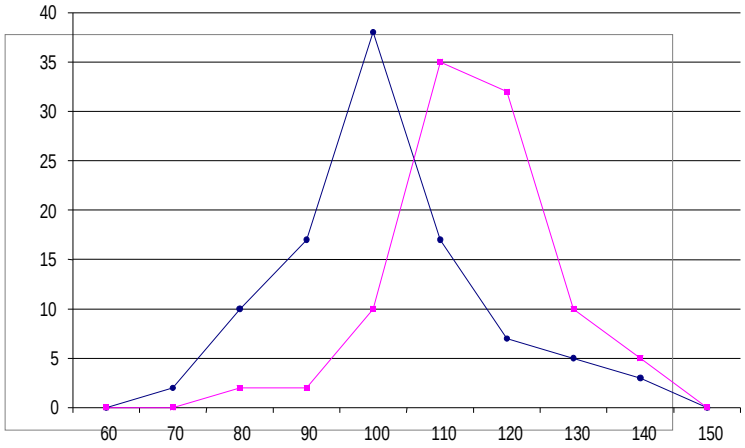
نمودار ۳: نمودار چند ضلعی

WWW.FUKA.IR

در نمودار چند ضلعی محور y به منظور نمایش فراوانیها به کار برده می‌شود و در کنار این محور f نوشته می‌شود. اعداد یا نمره‌هایی که از اندازه‌گیری ویژگی مورد مطالعه به دست آمده است، در روی محور x نمایش داده می‌شود. برای ترسیم این نمودار از نقاط میانی طبقات استفاده می‌شود.

ترسیم نمودار چند ضلعی در شرایطی که دو دسته فراوانی مختلف وجود دارد:

در خیلی از موارد برای یک گروه نمره دو دسته فراوانی مختلف وجود دارد و ما علاقه‌مندیم که نمره‌های این گروه را در روی یک دستگاه محور مختصات ترسیم کنیم. اگر نمودار این دو توزیع را روی یک محور مختصات ترسیم نمائیم با مشکلاتی روبرو خواهیم شد. چون فراوانیهای مختلفی برای هر طبقه وجود دارد، بنابراین ممکن است خطوط در بالای همدیگر واقع شود و درنتیجه مقایسه نمودارها به صورت مستقیم امکانپذیر نباشد.



نمودار ۴- نمودار چند ضلعی با دو دسته فراوانی

در چنین شرایطی بهترین راه تبدیل فراوانیها به درصد یا نسبت و ترسیم آنها است. بنابراین فراوانیها را به درصد تبدیل می‌کنیم و به همین منظور دو ستون P1 و P2 در جدول قرار می‌دهیم. برای محاسبه ستونهای P1 و P2 فراوانی هر طبقه را به مجموع فراوانی طبقات تقسیم می‌کنیم، سپس حاصل را در 100 ضرب می‌نمائیم. پس از محاسبه درصدهای طبقات یا به عبارت دیگر تبدیل دو دسته فراوانی به درصد، به ترسیم نمودار چند ضلعی می‌پردازیم. در چنین شرایطی محور y برای نمایش درصدها به کار برده می‌شود و در روی محور x نمره‌های آزمون قرار داده می‌شود.

WWW.FUKA.IR

نمودار چند ضلعی تراکمی (اجایو):

این نمودار وقتی مفید است که پژوهشگر علاقه‌مند باشد وضعیت یک نمره یا یک فرد را نسبت به بقیه نمره‌ها یا افراد مشخص کند. به عنوان مثال تعیین اینکه نمره یک فرد از چند درصد نمره‌ها بیشتر یا کمتر است.

برای ترسیم نمودار تراکمی، ابتدا فراوانیهای تراکمی هر طبقه محاسبه می‌شود. فراوانی تراکمی هر طبقه برابر است با فراوانی همان طبقه به اضافه مجموع فراوانی طبقات پایینتر از آن. نمودار چند ضلعی تجمعی از طریق قرار دادن نمره‌ها یا ویژگی مورد اندازه‌گیری بر روی محور افقی و فراوانیهای تجمعی بر محور عمودی ترسیم می‌شود.

WWW.FUKA.IR

فصل هفتم: آمار توصیفی (شاخصهای گرایش مرکزی)

شاخصهای گرایش مرکزی

شاخصهای گرایش مرکزی به ترتیب اهمیت عبارتند از:

- میانگین
- میانه
- نما

نما یا مُد (mo)

ساده‌ترین شاخص گرایش مرکزی است و عبارت است از نمره‌ای که در توزیع فراوانی دارای بیشترین تکرار (فراوانی) باشد. نما با داده‌های اسمی به کار برده می‌شود. نما یک شاخص بی‌ثبات می‌باشد، زیرا اضافه یا حذف کردن یک نمره می‌تواند مقدار آن را به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر دهد.

نما همیشه در نزدیک مرکز توزیع فراوانی قرار ندارد. به همین دلیل نمی‌توان به عنوان شاخص مرکزی به آن اطمینان داشت، نما به عنوان یک شاخص مرکزی، استفاده محدودی دارد. نما مخصوصاً در گروههای کوچک دارای اعتبار نیست و نما را نمی‌توان به صورت ریاضی دستکاری کرد.

نما از بین شاخصهای مرکزی دارای کمترین مفروضات است. مناسبترین مورد استفاده آن زمانی است که مقیاس اندازه‌گیری به کار برده شده اسمی باشد. نما در مقایسه با سایر شاخصهای مرکزی به سهولت محاسبه می‌شود.

اگر در توزیعی هیچ عددی دارای بیشترین فراوانی نباشد یا به عبارت ساده‌تر تمام اعداد به اندازه یکدیگر تکرار شده باشند، نتیجتاً توزیع دارای نما نخواهد بود. به توزیعهایی که فراوانی دو عدد بیشتر از بقیه و به اندازه یکدیگر تکرار شده باشند، توزیع دو جمله‌ای و اگر بیش از دو نما باشد، توزیع چند جمله‌ای گفته می‌شود. برای برآورد سریع مقادیر متوسط (گرایشهای مرکزی) از نما استفاده می‌شود.

مثال: نما در اعداد زیر عدد 5 است.

4-4-5-6-4-7-8-5-10-5-6-5

WWW.FUKA.IR

میانه (md)

نقطه وسط توزیع نمرات، میانه می‌باشد و نقطه‌ای است که نیمی از نمره‌ها در بالای آن و نیم دیگر در زیر آن قرار دارند. اندازه یا حجم واحدهای اندازه‌گیری در میانه تأثیر ندارد. چون میانه براساس نمره‌های رتبه‌بندی به دست می‌آید، بنابراین مورد استفاده آن زمانی است که مقیاس اندازه‌گیری رتبه‌ای باشد. میانه را می‌توان با مقیاسهای فاصله‌ای و نسبی به کاربرد، اما مقیاسهای مذکور در محاسبه میانه به کار برده نمی‌شوند.

اولین قدم در محاسبه میانه، مرتب کردن اعداد است. توجه شود که اندازه یا حجم واحدهای اندازه‌گیری در میانه تأثیری ندارد. بنابراین میانه نسبت به اعداد بزرگ یا کوچک حساس نیست. میانه را زمانی می‌توان به کار برد که مقیاس اندازه‌گیری حداقل رتبه‌ای باشد، اما آن را با مقیاسهای فاصله‌ای و نسبی نیز می‌توان به کار برد.

ویژگی مهم میانه

مجموع قدرمطلق انحرافات نمره‌ها از میانه کوچکتر یا مساوی مجموع قدرمطلق انحرافات نمره‌ها از هر عدد دیگری (مثلاً میانگین) است.

محاسبه میانه

برای پیدا کردن میانه اعدادی که بصورت جدول توزیع فراوانی مرتب نشده‌اند، یعنی اینکه تعداد آنها کم است، ابتدا آنها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و سپس با گذاشتن یک علامت روی عدد اول و آخر به ترتیب به وسط نمرات پیش می‌رویم. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، عددی که بدون علامت در وسط باقی می‌ماند، همان میانه است؛ ولی در صورتی که تعداد اعداد زوج باشد، در این حالت دو عدد وسط را با هم جمع کرده و تقسیم بر دو می‌نمائیم. عدد بدست آمده، میانه خواهد بود. توجه شود که ممکن است در این حالت عدد بدست آمده (میانه) اعشاری شود.

مثال ۱: میانه اعداد زیر چه عددی است.

1-5-8-12-7-9-11-10-20

حل: ابتدا آنها را مرتب می‌کنیم و سپس میانه را پیدا می‌کنیم. در این مثال، میانه عدد 9 است.

1-5-7-8-9-10-11-12-20

مثال ۲: میانه اعداد زیر را بدست آورید.

WWW.FUKA.IR

5-13-20-18-7-6-14-20-1-17

حل:

1-5-6-7-13-14-17-18-20-20: مرتب کردن اعداد

$$\text{میانه} = \frac{13+14}{2} = 13/5$$

محاسبه میانه در جدول توزیع فراوانی

اما محاسبه میانه در صورتی که جدول توزیع فراوانی موجود باشد، همانطور که در قسمت انحراف چارکی ذکر خواهد شد، از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود. به مثالی که در قسمت انحراف چارکی آورده شده مراجعه شود.

$$md = L + (\frac{\frac{N}{2} - C}{F}) \times i$$

میانگین (X)

معتبرترین شاخص گرایش مرکزی است. میانگین از طریق حاصل جمع نمرات تقسیم بر تعداد آنها محاسبه می‌شود. میانگین مناسبترین شاخص تمایل مرکزی برای داده‌های فاصله‌ای و نسبی به شمار می‌رود.

ویژگیهای مهم میانگین

- مجموع انحراف نمرات از میانگین برابر صفر است.
- هرگاه عدد ثابت (مثل C) به هر یک از نمرات توزیع افزوده شود، میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم به علاوه عدد ثابت C؛ یعنی $\overline{X} = \overline{X} + C$

مثال: اگر میانگین یک سری اعداد 5 باشد و عدد 2 به تمام آنها افزوده شود، میانگین جدید برابر (5+2=7)7 خواهد بود.

- هرگاه عدد ثابتی (مثل C) از تک تک نمرات یک توزیع کم شود، میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم منهای عدد ثابت C یعنی: $\overline{X} = \overline{X} - C$

مثال: اگر میانگین یک سری اعداد 12 باشد و از هر کدام از آنها 5 نمره کم شود، میانگین جدید برابر با 7 خواهد بود.

- هرگاه مقدار ثابتی (مثل C) در هر یک از داده‌ها ضرب شود، میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم ضربدر مقدار ثابت C یعنی: $\overline{X} = \overline{X} \times C$

WWW.FUKA.IR

مثال: اگر میانگین یک سری اعداد 7 باشد و عدد 2 در تک تک نمرات ضرب شود، میانگین جدید برابر 14 خواهد بود.

- هرگاه تک تک نمرات توزیع بر عدد ثابتی (مثل C) تقسیم شود، میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم تقسیم بر عدد ثابت C یعنی: $\overline{X} = \overline{X} / C$

مثال: اگر میانگین یک سری اعداد برابر 8 باشد و تک تک نمرات بر عدد 2 تقسیم شوند، میانگین جدید برابر 4 خواهد بود.

- میانگین به ارزش عددی تمام نمرات بستگی دارد و در صورتی که ارزش یک عدد تغییر کند، میانگین نیز تغییر پیدا خواهد کرد، بهترین استفاده میانگین زمانی است که مقیاس اندازه‌گیری فاصله‌ای یا نسبی باشد.
- همیشه مجموع مجذور انحراف نمرات از میانگین کوچکتر یا مساوی با مجموع مجذور انحراف نمرات از هر عدد دیگری است.
- اگر به نصف نمرات یک گروه، عدد ثابتی اضافه و از نصف دیگر عدد ثابت دیگری کم نمائیم، میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم به اضافه یا منهای میانگین دو عدد ثابت.

مثال۱: اگر به نصف رکوردهای یک کلاس عدد 4 اضافه و از نصف دیگر عدد 2 را کم نمائیم، میانگین جدید چه تغییری خواهد کرد؟

حل: میانگین دو عدد 4 و 2 برابر است با $1(1 = \frac{4-2}{2})$ بنابراین، میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم به اضافه عدد 1.

مثال ۲: اگر از نصف رکوردهای یک کلاس عدد 6 کم و به نصف دیگر عدد 2 اضافه شود، میانگین جدید چه تغییری خواهد کرد؟

حل: میانگین دو عدد 6 و 2 برابر است با $-2(-2 = \frac{2-6}{2})$ بنابراین میانگین جدید برابر است با میانگین قدیم منهای عدد 2.

مثال ۳: اگر به نصف رکوردهای یک کلاس عدد 6 اضافه و از نصف دیگر رکوردها عدد 6 کم شود، میانگین جدید چه تغییری خواهد کرد؟

حل: چون میانگین دو عدد اضافه شده و کم شده برابر صفر است $(0 = \frac{6-6}{2})$ بنابراین میانگین جدید تغییری نخواهد کرد.

WWW.FUKA.IR

محاسبه میانگین

در صورتی که تعداد اعداد کم باشند، آنها را با هم جمع کرده و بر تعداد آنها تقسیم می‌کنیم. یعنی:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

ولی در صورتیکه جدول توزیع فراوانی موجود باشد، ابتدا تک تک نمرات را در فراوانی خودش ضرب می‌کنیم و سپس آنها را جمع کرده و بر تعداد اعداد تقسیم می‌کنیم (جدول 1): یعنی:

$$\overline{X} = \frac{\sum F_x}{N}$$

میانگین مرکب یا میانگین میانگینها $(\overline{x}_T)$

اگر جمع نمونه‌ها یا تعداد اعضای هر گروه مساوی باشد، در این حالت میانگین مرکب برابر است با مجموع میانگینها تقسیم بر تعداد میانگین ها.

مثال: اگر نمرات سه کلاس 60 نفری برابر 14-13-18 باشد، میانگین مرکب برابر 15 خواهد بود.

$$(\overline{X}_T = \frac{14+13+18}{3} = 15)$$

در صورتی که گروهها نامساوی باشد و تعداد افراد هر گروه برابر نباشد، میانگین مرکب عبارتست از مجموع ضرب هر میانگین در تعداد مربوطه تقسیم بر مجموع کل نمونه‌ها و یا:

$$\overline{X}_T = \frac{\sum \overline{X} n}{N_T}$$

مثال: در صورتیکه $(n_1 = 15 \text{ و } \overline{x}_1 = 65)$، $(n_2 = 20 \text{ و } \overline{x}_2 = 30)$ و $(n_3 = 10 \text{ و } \overline{x}_3 = 40)$ باشد، میانگین مرکب چه عددی خواهد بود.

$$\overline{X}_T = \frac{65\times15 + 30\times20\times40\times10}{10+20+15} = 43/88$$

WWW.FUKA.IR

جدول ۱: توزیع فراوانی برای محاسبه میانگین

طبقات(x)	F	Fx	X'	$F_{x'}$
42-44	3	129	+4	12
39-41	11	440	+3	33
36-38	8	296	+2	16
33-35	23	782	+1	23
30-32	35	1085	0	0
27-29	14	392	-1	-14
24-26	10	250	-2	-20
21-23	9	198	-3	-27
18-20	6	114	-4	-24
15-17	1	16	-5	-5
جمع	N=120	$\sum f_x = 3702$		$\sum fx' = -6$

محاسبه میانگین اعداد طبقه‌بندی شده از راه میانگین فرضی (راه کوتاه)

محاسبه میانگین با استفاده از این روش مستلزم مراحل زیر است: (جدول 1)

- پس از تهیه و تنظیم جدول توزیع فراوانی، ابتدا طبقه‌ای را که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد، انتخاب کنید.معمولاً طبقه‌ای انتخاب می‌شود که در وسط طبقات قرار دارد و یا طبقه‌ای که دارای بزرگترین فراوانی است. ضمناً بایستی توجه داشت، هر طبقه‌ای که انتخاب شود، تاثیری در مقدار میانگین ندارد. انتخاب طبقه‌ای که در وسط قرار دارد یا طبقه‌ای که دارای بزرگترین فراوانی است، صرفاً به خاطر سهولت در محاسبات است.
- ستون دیگری با عنوان X' به جدول توزیع اضافه کنید. در این ستون در جلوی طبقه‌ای که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد، صفر قرار دهید.
- فاصله هر یک از طبقات را با طبقه‌ای که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد، تعیین کنید. در این روش فاصله طبقه‌ای در ستون X برابر یک می‌باشد. توجه داشته باشید به طبقاتی که بالاتر یا بزرگتر از طبقه انتخاب شده هستند، علامت مثبت و به طبقاتی که پایینتر یا کوچکتر هستند، علامت منفی اضافه کنید.
- ستونهای فراوانی (f) و X' هر طبقه را در یکدیگر ضرب کنید. تا ستون fx' به دست آید
- ستون fx' را جمع جبری کنید.
- با جایگزین کردن مقادیر محاسبه شده در فرمول زیر خواهیم داشت:

$$\overline{X} = M' + \frac{\sum Fx'}{N} \times i$$

WWW.FUKA.IR

در فرمول فوق

M' = نقطه میانی طبقه‌ای که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد.

I = فاصله طبقات

N= تعداد کل نمره‌ها

انتخاب یک اندازه گرایش مرکزی

در انتخاب اندازه‌های گرایش مرکزی عوامل مختلفی بایستی مورد توجه قرار گیرد. اولین عامل، مقیاس اندازه‌گیری به کار برده شده است. در صورتی که مقیاس اندازه‌گیری اسمی باشد، نما صحیح‌ترین شاخصی است که بایستی به کار برده شود.

مثال: فرض کنید دانشجویان یک دانشکده براساس محل سکونت به سه گروه تقسیم شده‌اند. 25 درصد در آپارتمان، 60 درصد در خوابگاههای دانشجوئی و 15 درصد در خانه‌های ویلائی زندگی می‌کردند. در این مثال چون مقیاس به کار برده شده اسمی است، بنابراین نما شاخص مناسبی برای تعیین میزان گرایش به مرکز است.

در صورتی که قصد محاسبه متوسط حقوق ماهانه کارکنان موسسه‌ای را داریم که اختلاف حقوق در بین آنها خیلی زیاد است، میانه شاخص بسیار مناسبی خواهد بود. به این معنی که حقوقها را به ترتیب (مقیاس رتبه‌ای) مرتب کرده و عددی که توزیع را به دو قسمت مساوی تقسیم کند، انتخاب می‌کنیم. در چنین شرایطی استفاده از میانگین به دلیل وجود فقط چند حقوق بالا درست نیست. میانه یک شاخص ترتیبی است و زمانی به کار برده می‌شود که اطلاعات جمع‌آوری شده به صورت ترتیبی هستند.

در صورتی که مقیاس اندازه‌گیری به کار برده شده فاصله‌ای یا نسبی باشد، میانگین به عنوان یک شاخص مناسب به کار برده می‌شود. البته با مقیاسهای فوق می‌توان میانه و نما را نیز به کار برد. به عنوان مثال، چنانچه یک آزمون ریاضی در یک کلاس اجرا شود، برای محاسبه متوسط نمره‌های کلاس در این آزمون، میانگین، شاخص دقیقی خواهد بود.

دومین ملاک در انتخاب یکی از اندازه‌های مرکزی، هدفی است که با توجه به آن اندازه مرکزی محاسبه می‌شود. در صورتی که هدف این است که ارزش یا مقدار هریک از مشاهدات یا اعداد در شاخص مرکزی مشارکت داشته باشد، میانگین مناسب‌ترین شاخص است. میانه زمانی به کار برده می‌شود که پژوهشگران نمی‌خواهند نمره‌های فوق‌العاده بزرگ یا کوچک در محاسبه شاخص مرکزی تأثیر داشته باشند. در صورتی که هدف محاسبات آماری شاخصی است که با عنایت به آن، عمل استنباط یا برآورد صورت

می‌گیرد، میانگین مناسب‌ترین شاخص است.

WWW.FUKA.IR

رابطه بین میانگین، میانه و نما

میانگین × 2 - میانه × 3 = نما $mo = 3md - 2\bar{x}$

معیارهای مهم برای مقایسه نمودارها

- میانگین
- انحراف استاندارد (انحراف معیار)
- کجی (مثبت و منفی)

مثال: فرض کنید حقوق ماهانه کارکنان مؤسسه‌ای (10 نفر) به شرح زیر باشد، در این صورت محاسبه میانگین شاخص خوبی برای انتخاب اندازه‌گیری مرکزی نیست. (اعداد به هزار تومان است)

900 و 980 و 950 و 900 و 500 و 450 و 420 و 430 و 400 و 300

WWW.FUKA.IR

فصل هشتم: آمار توصیفی (شاخصهای پراکندگی)

شاخصهای پراکندگی

وجود یا فقدان پراکندگی ضرورتاً نه خوب است نه بد. این قضاوت بایستی با توجه به هدف پژوهش صورت گیرد. به عنوان مثال در صورتی که هدف یک آزمون تعیین میزان معلومات یک گروه باشد، پراکندگی زیاد مطلوب خواهد بود، اما پس از تدریس یا آموزش، معلم انتظار دارد که کلیه دانش‌آموزان مطالب تدریس شده را یاد گرفته باشند. در این حالت پراکندگی کم مورد انتظار است.

شاخصهای پراکندگی به ترتیب اهمیت

شاخصهای پراکندگی به ترتیب اهمیت عبارتند از:

- انحراف استاندارد (انحراف معیار)
- واریانس
- انحراف چارکی
- دامنه تغییرات

دامنه تغییرات (R)

دامنه تغییرات یک شاخص پایدار پراکندگی نیست، زیرا مقدار آن با تغییر یک نمره (کوچکترین یا بزرگترین) تغییر می‌کند. استفاده از دامنه تغییرات مستلزم داشتن مقیاس فاصله‌ای است و در شرایطی که مقیاس اندازه‌گیری اسمی یا ترتیبی است، دامنه تغییرات شاخص مناسبی نیست. عیب این شاخص اینست که مقدار آن به حجم نمونه بستگی دارد؛ یعنی هرچه حجم نمونه بیشتر باشد، احتمال اینکه دامنه تغییرات زیاد شود، بیشتر خواهد بود.

دامنه تغییرات عبارت است از بزرگترین عدد منهای کوچکترین عدد به علاوه عدد 1:

البته این در صورتی است که اعداد صحیح باشند، در صورتی که اعداد اعشاری باشند، با توجه به تعداد اعشارهای اعداد، دامنه تغییرات برابر است با بزرگترین عدد منهای کوچکترین عدد بعلاوه 0/1 یا 0/01 یا... به عبارت دیگر:

در صورتی که اعداد صحیح (بدون اعشار) باشند:

WWW.FUKA.IR

R= (بزرگترین عدد- کوچکترین عدد) + 1 یا R=(H-L)+1

در صورتیکه اعداد اعشاری باشند:

R= (بزرگترین عدد – کوچکترین عدد) + 0/1 یا 0/01 یا R= (H-L) +0/1 یا 1/01

مثال: دامنه تغییرات دو گروه زیر را بدست آورید:

گروه A: 8-35-14-7-17-15-20 ⟵ R= (35-7)+1 = 29

گروه B: 6/5- 2/5- 3/12- 8/7- 2/7- 4/2 ⟵ R=(15/2-2/4) +0/1=12/9

گاهی در تستها، دامنه تغییرات و فاصله طبقاتی نمرات داده می‌شود و تعداد طبقات موردنظر می‌باشد، برای حل این گونه مسائل از فرمول زیر استفاده می‌کنیم. در فرمول فوق K تعداد طبقات، R دامنه تغییرات و I فاصله طبقاتی است. حال اگر عدد بدست آمده صحیح (بدون اعشاری) باشد، تعداد طبقات مشخص است ولی اگر عدد اعشاری بدست‌اید یک طبقه به عدد صحیح عدد اعشاری اضافه می‌کنیم تا تعداد طبقات بدست آید.

$$K = \frac{R}{i}$$

مثال: اگر دامنه تغییرات یک سری نمره 31 و فاصله طبقاتی 5 باشد، چند طبقه خواهیم داشت؟

حل: با استفاده از فرمول داریم:

$$K = \frac{R}{i} = \frac{31}{5} = 6/2$$

چون 6/2 عددی اعشاری است، بنابراین یک طبقه به عدد صحیح آن یعنی 6 اضافه می‌کنیم و تعداد طبقات را 7 محسوب می‌نمائیم.

انحراف چارکی

انحراف چارکی عبارت است از نصف فاصله بین چارکهای اول و سوم. انحراف چارکی همانند میانه تحت تأثیر نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک قرار نمی‌گیرد. انحراف چارکی زمانی استفاده می‌شود که مقیاس اندازه‌گیری حداقل فاصله‌ای باشد. هنگامی که نمودار نمرات بصورت کجی باشد، این شاخص خوبی برای نشان دادن پراکندگی است. همچنین هنگامی که نمودار نمره‌ها به صورت کجی (مثبت یا منفی) است، انحراف چارکی شاخص مناسبی برای نشان دادن پراکندگی است.

چارک متوسط: فاصله بین چارکهای اول و سوم (تفاضل آنها)، چارک متوسط (دامنه تغییر بین چارکها) نام دارد.

WWW.FUKA.IR

چارک‌ها:

- چارک اول را Q_1 می‌نامند که همان نقطه 25% است؛ یعنی Q_1 نقطه‌ای است که 25% افراد زیر این نقطه و 75% افراد بالای آن قرار دارد.
- چارک دوم همان میانه است که آن را Q_2 می‌گویند و نقطه 50% می‌باشد، یعنی نقطه‌ای است که 50% افراد بالای آن و 50% زیر آن قرار دارند.
- چارک سوم را Q_3 می‌نامند که همان نقطه 75% است؛ یعنی Q_3 نقطه‌ای است که 75% افراد زیر این نقطه و 25% افراد بالای آن قرار دارند.

انحراف چارکی در واقع میانگین چارک اول و سوم است، یعنی:

$$\text{انحراف چارکی} = \frac{\text{چارک اول } (Q_1) - \text{چارک سوم } (Q_3)}{2}$$

طرز بدست آوردن انحراف چارکی

برای بدست آوردن انحراف چارکی در صورتی که تعداد نمونه‌ها کم باشد (و دسته‌بندی نشده باشند) به صورت زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا میانه (وسط) نمرات را پیدا می‌کنیم و سپس نقطه وسط بین میانه و عدد اول و بعد نقطه وسط بین میانه و عدد آخر را بدست آورده و آنها را به ترتیب Q_1 و Q_3 می‌نامیم. سپس از طریق فرمول انحراف چارکی عمل می‌نمائیم. (البته در صورتی که اعداد نامرتب باشند، ابتدا آنها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم).

مثال: انحراف چارکی اعداد روبه‌رو را محاسبه کنید:

7-9-15-3-4-12-18-20-21

حل: مرتب کردن اعداد: 3-4-7-9-12-15-18-20-21

در مثال روبرو 12 عدد میانه، 7 چارک اول و 18 چارک سوم می‌باشد بنابراین انحراف چارکی برابر است با:

$$\frac{7-18}{2} = \frac{11}{2} = 5/5$$

WWW.FUKA.IR

محاسبه انحراف چارکی در جدول اعداد دسته‌بندی شده

در صورتیکه اعداد طبقه‌بندی شده و بصورت جدول توزیع فراوانی باشند، طریقه محاسبه چارکها به شکل روبه‌روست:

$$Q_1 = L + (\frac{\frac{N}{4} - C}{F}) \times i$$

$$Q_2 = L + (\frac{\frac{N}{2} - C}{F}) \times i$$

$$Q_3 = L + (\frac{\frac{3N}{4} - C}{F}) \times i$$

در فرمولهای بالا، N تعداد داده‌ها، L حد پایین طبقه‌ای که Q_1 یا Q_2 یا Q_3 قرار دارد، f فراوانی مطلق طبقه‌ای که Q_1 یا Q_2 یا Q_3 در آن قرار دارد، I فاصله طبقات می‌باشد.

البته برای حل کردن مسائل اینگونه ابتدا $\frac{N}{2}$ یا $\frac{N}{4}$ یا $\frac{3N}{4}$ را محاسبه می‌کنیم و سپس با توجه به آن، بقیه عملیات ریاضی را انجام می‌دهیم.

مثال: در اعداد دسته‌بندی شده زیر Q_2 را بدست آورید.

X	F	C
10	5	24
9	3	19
8	8	16
7	4	8
6	3	4
5	1	1
	N=24	

حل:

$$\frac{N}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

حال از فراوانی تجمعی طبقه پایین شروع می‌کنیم تا ببینیم که عدد 12 در کدام دسته قرار دارد، سپس فرمول را نوشته و عملیات ریاضی را انجام می‌دهیم:

WWW.FUKA.IR

$$Q_2 = L + (\frac{\frac{N}{2} - C}{F}) \times i \rightarrow Q_2 = 7/5 + (\frac{12-8}{8}) \times 1 = 7/5 + 0/5 = 8$$

انحراف متوسط (MD)

میانگین قدرمطلق انحرافات از میانگین را انحراف متوسط می‌گویند. برای استفاده از انحراف متوسط مقیاس اندازه‌گیری بایستی حداقل فاصله‌ای باشد. محاسبه انحراف متوسط به شکل زیر است:

در صورتی که جدول توزیع فراوانی موجود نباشد:

$$MD = \frac{\sum |X - \overline{X}|}{N}$$

و در صورتی که جدول توزیع فراوانی وجود داشته باشد:

$$MD = \frac{\sum f |X - \overline{X}|}{N}$$

مثال: انحراف متوسط در اعداد زیر را محاسبه نمائید.

18-17-16-14-14-14-12-11-10 $X=14$ و $N=9$

$$MD = \frac{|(18-14)+(17-14)+(16-14)+(14-14)+(14-14)+(14-14)+(12-14)+(11-14)+(10-14)|}{9}$$

$$MD = \frac{18}{9} = 2$$

واریانس: (S^2)

واریانس عبارت است از مجموع مجذور انحراف نمرات از میانگین تقسیم بر تعداد اعداد.

- فرمول واریانس در صورتیکه تعداد اعداد کم باشند و جدول توزیع فراوانی وجود نداشته باشد.

$$S^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{N}$$

- فرمول واریانس در صورتیکه جدول توزیع فراوانی موجود باشد:

$$S^2 = \frac{\sum f (X - \overline{X})^2}{N}$$

- فرمول واریانس از طریق اعداد خام در صورتیکه جدول توزیع فراوانی موجود نباشد:

WWW.FUKA.IR

$$S^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}{N}$$

- فرمول واریانس از طریق اعداد خام در صورتی که جدول توزیع فراوانی موجود باشد:

$$S^2 = \frac{\sum FX^2 - \frac{(\sum FX)^2}{N}}{N}$$

ویژگیهای واریانس

1- در صورتی که یک عدد ثابت به تک تک نمرات یک توزیع افزوده یا کم شود واریانس نمرات جدید هیچ تغییری نخواهد کرد. مثلاً در صورتی که واریانس یک سری اعداد 2 باشد و عدد 5 از تک تک نمرات کم شود، واریانس اعداد جدید برابر 2 خواهد بود (تغییر نخواهد کرد).

2- اگر تک تک نمرات یک توزیع در عدد ثابتی مثل C ضرب شود، واریانس اعداد جدید برابر است با واریانس قدیم ضرب در C^2،مثلاً اگر واریانس یک سری اعداد 5 باشد و تک‌تک نمرات در 2 ضرب شود، واریانس جدید برابر عدد 20 خواهد بود، یعنی

($2^2 \times 5 = 20$)

3- اگر تک تک نمرات یک توزیع بر عدد ثابتی مثل C تقسیم شود، واریانس جدید برابر است با واریانس قدیم تقسیم بر C^2. مثلا، اگر واریانس یک سری اعداد 16 باشد و تک‌تک نمرات بر عدد 2 تقسیم شوند، واریانس جدید برابر 4 خواهد بود. ($\frac{16}{2^2} = 4$)

4- هرقدر انباشتگی نمرات حول میانگین بیشتر باشد، واریانس کوچکتر خواهد بود و برعکس.

5- واریانس هیچگاه منفی نمی‌شود.

6- بزرگ یا کوچک بودن واریانس نسبی است و استفاده از واریانس زمانی است که مقیاس اندازه‌گیری حداقل فاصله‌ای باشد.

انحراف معیار (انحراف استاندارد یا S)

انحراف معیار جذر واریانس می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{S^2}$$

انحراف معیار برای مقایسه خصائصی که ممکن است کاملاً با یکدیگر متفاوت باشند و یا با واحدهای مختلفی بیان شده

WWW.FUKA.IR

باشند، روش مناسبی به شمار می‌رود. اندازه انحراف معیار مستقل از اندازه میانگین است. استفاده از انحراف استاندارد مستلزم این است که مقیاس اندازه‌گیری به کار برده شده حداقل فاصله‌ای باشد. انحراف استاندارد معتبرترین شاخص پراکندگی است، زیرا در محاسبه آن ارزش مقداری هر یک از اطلاعات جمع‌آوری شده مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ویژگیهای انحراف استاندارد

1- اگر عدد ثابتی مثل C به تک تک نمرات یک توزیع افزوده و یا کم گردد، انحراف معیار جدید هیچگونه تغییری نخواهد کرد.

2- اگر تک تک نمرات یک توزیع در عدد ثابتی مثل C ضرب شود، انحراف معیار جدید نیز برابر است با انحراف معیار قدیم ضربدر عدد ثابت C. مثلاً اگر انحراف معیار یک سری اعداد 4 باشد و تک‌تک نمرات در 5 ضرب شوند، انحراف معیار جدید برابر 20 خواهد بود.

3- اگر تک‌تک نمرات یک توزیع بر عدد ثابت C تقسیم شود، انحراف معیار جدید برابر است با انحراف معیار قدیم تقسیم بر عدد ثابت C. مثلاً، اگر انحراف معیار یک سری اعداد 25 باشد و تک‌تک اعداد توزیع بر عدد 5 تقسیم شوند، انحراف معیار اعداد جدید برابر 5 خواهد بود. $(\frac{25}{5}=5)$

4- انحراف معیار نیز مانند واریانس هیچگاه منفی نمی‌شود.

5- انحراف معیار بر حسب بزرگی و یا کوچکی مورد تفسیر قرار نمی‌گیرد، بلکه پژوهشگر به کمک این شاخص به تفسیر نمرات جمع‌آوری شده می‌پردازد.

6- استفاده از انحراف استاندارد زمانی است که مقیاس اندازه‌گیری حداقل فاصله‌ای باشد.

7- انحراف استاندارد معتبرترین شاخص پراکندگی است، زیرا در محاسبه آن ارزش عددی هر یک از داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین از این شاخص برای انجام اعمال ریاضی می‌توان استفاده کرد.

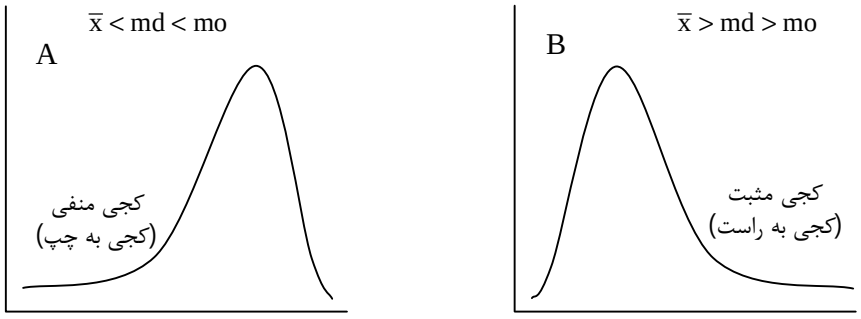
WWW.FUKA.IR

فصل نهم: آمار توصیفی (شاخصهای موقعیت نسبی)

کجی‌ها

معمولاً نموداری که متقارن نباشد، دارای کجی مثبت یا منفی خواهد بود. در منحنی متقارن کجی برابر صفر است. در توزیع متقارن فاصله بین چارک اول (Q_1) تا میانه (Q_2) و فاصله بین چارک سوم (Q_3) تا میانه مساوی است، در حالی که در کجی‌ها این رابطه برقرار نیست. کجی به دو شکل وجود دارد:

- کجی مثبت (کجی به راست): زمانی که کشیدگی به سمت راست منحنی باشد که در این حالت رابطه بین Q_1 و Q_2 و Q_3 به شکل روبه‌رو است: ($Q_3 - Q_2 < Q_2 - Q_1$). در کجی مثبت، میانگین دارای بالاترین و نما پایین‌ترین و میانه نیز در وسط این دو قرار دارد. در این توزیع میانگین همیشه بزرگتر از میانه است و نما معمولاً کوچکتر از میانه خواهد بود. (شکل 1)
- کجی منفی (کجی به چپ): زمانی که کشیدگی بیشتر به سمت چپ منحنی باشد. که در این حالت رابطه بین Q_1 و Q_2 و Q_3 به شکل روبه‌رو است: ($Q_3 - Q_2 > Q_2 - Q_1$). در کجی منفی، میانگین همیشه کوچکتر از میانه است و نما معمولاً بزرگتر از میانه می‌باشد. (شکل 1)



شکل ۱- کجی مثبت و منفی

WWW.FUKA.IR

فرمول کجی پیرسون

فرمول کجی پیرسون، عبارت است از میانگین منهای نما تقسیم بر انحراف استاندارد؛ یعنی:

$$\frac{\text{نما- میانگین}}{\text{انحراف استاندارد}}$$

اگر عدد بدست آمده مثبت باشد، منحنی کجی مثبت و در صورتی که عدد بدست آمده منفی باشد، منحنی کجی منفی خواهد داشت.

ویژگی کجی‌ها

در نمودار متقارن و طبیعی، مکعب (توان دوم) مجموع انحراف نمره‌ها از میانگین برابر صفر است در حالی که در کجی مثبت، مکعب مجموع انحراف نمره‌ها از میانگین عدد مثبت و در کجی منفی، عدد منفی خواهد شد.

رتبه درصدی

رتبه درصدی موقعیت فرد یا نمره را در داخل گروه مشخص می‌کند، نه بصورت یک ارزش مطلق. رتبه‌های درصدی نشان دهنده واحدهای مساوی در مقیاس اندازه‌گیری نیست، بنابراین رتبه‌های درصدی یک شاخص آماری ترتیبی است. رتبه درصدی که غالباً برای توصیف نمره‌ای در رابطه با نمره‌های دیگر مفید است، نقطه‌ای است در یک توزیع که درصد معینی از نمره‌ها در زیر آن قرار دارند. اگر رتبه 80 درصدی برابر نمره 65 باشد، 80 درصد نمره‌ها زیر 65 خواهند بود. میانه، رتبه 50 درصدی است زیرا 50 درصد نمره‌ها زیر آن قرار دارند.

اگر چند نفر از یک کلاس نمرات مشابه و یکسانی گرفته باشند، رتبه آنها با هم برابر خواهد بود، با درنظر گرفتن این نکته که رتبه یک به هیچکدام از آنها تعلق نخواهد گرفت، یعنی در چنین مواردی رتبه یک نخواهیم داشت. (در صورتی که تمام افراد بالاترین نمره را بدست آورده باشند).

رتبه‌های درصدی از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$PR_x = (cfb + \frac{fw}{2})\ (\frac{100}{n})$$

PR_x رتبه درصدی نمره X، cfb تعداد نمره‌های زیر X (وقتی که وارد ستون می‌شویم یک سطح زیر X)، fw فراوانی X و n تعداد نمره‌هاست.

WWW.FUKA.IR

رتبه درصدی را می‌توان از فرمول زیر هم محاسبه نمود:

$$\text{رتبه درصدی} = 100 - \frac{(100RK - 50)}{N}$$

در فرمول فوق، RK رتبه فرد از بالا است.

مثال: ایلیا در میان همکلاسان خود که 139 نفر می‌باشند، رتبه 27 را احراز کرده است، بدین معنی که 26 نفر بالاتر از وی و 112 نفر پایین‌تر از او قرار گرفته‌اند. رتبه درصدی او برابر است با:

$$PRx = 100 - \frac{(2700 - 50)}{139} = 100 - 19 = 81$$

محاسبه رتبه برای چند رکورد برابر

در بعضی موارد رکوردهای افراد در رابطه با یک تست داده می‌شود و چند نفر از این افراد دارای رکوردهای مساوی هستند، سپس خواسته می‌شود که رتبه افراد محاسبه شود. برای حل این گونه مسائل ابتدا رکوردها را از بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم، سپس به هر کدام از رکوردها از بالا به پایین (از بزرگ به کوچک) شماره ردیف می‌دهیم، حال کسانی که دارای رکوردهای یکسانی باشند، برای پیدا کردن یک رتبه مشترک بین آنها، ابتدا شماره ردیف آنها را با هم جمع کرده و سپس بر تعداد آنها تقسیم می‌کنیم. عدد بدست آمده رتبه مشترک برای آنها می‌باشد و نفرات دیگر که رکوردهای یکسانی ندارند شماره ردیف آنها رکوردهای آنها محسوب خواهد شد، برای روشن شدن این موضوع به مثال زیر توجه کنید:

مثال: در جدول زیر رکوردهای هر فرد آورده شده است. رتبه‌های افراد را مشخص کنید:

افراد	رکورد	شماره ردیف	رتبه
علی	7/5	1	2
حسین	7/5	2	2
کاظم	7/5	3	2
احمد	7	4	4
نقی	6/5	5	5
حسن	6	6	6

WWW.FUKA.IR

چون علی، حسین و کاظم رکوردهای یکسانی را کسب کرده‌اند. ابتدا شماره ردیف آنها را با هم جمع و سپس بر تعداد آنها که 3 می‌باشد، تقسیم می‌کنیم، یعنی $(\frac{1+2+3}{3}=2)$ بنابراین رتبه این سه نفر 2 خواهد بود و رتبه نفرات دیگر نیز شماره ردیف آنها می‌باشد.

نقاط درصدی (صدکها)

نقاط درصدی زمانی به کار برده می‌شوند که پژوهشگر بخواهد از یک جامعه قسمتی یا تعدادی را انتخاب کند. در اینجا رتبه درصدی را داریم که از طریق آن می‌خواهیم نمره آزمون (صدک) را حساب کنیم. جایی که امتیاز بیشتر نمره بهتری محسوب می‌شود. از این فرمول برای محاسبه نمره آزمون که با رتبه خاصی متناظر است، استفاده می‌کنیم.

نقطه درصدی، نقطه‌ای است که مشخص می‌کند چند درصد افراد زیر آن عدد و چند درصد بالای آن قرار دارند، مثلاً نقطه درصدی 58 نشان‌دهنده این است که 58، درصد از افراد زیر این نقطه و 42 درصد از افراد بالای آن است و یا میانه که همان نقطه 50 درصد است. یعنی 50 درصد از داده‌ها زیر این نقطه (میانه) و 50 درصد از افراد بالای آن قرار دارد. توجه شود که نقطه درصدی جزء اعداد خام است و در جدول توزیع فراوانی در ستون Xها قرار دارد.

فرمول نقاط درصدی: $P_x = L + (\frac{P_N - f_b}{f_i}) \times i$

در فرمول فوق، Pn حاصل ضرب نقطه درصدی موردنظر در تعداد کل نمره‌ها (N)، f_b فراوانی تراکمی طبقه زیر طبقه موردنظر که از P_N بدست آمده و fi فراوانی مطلق طبقه موردنظر است.

فرمول صدکها به شکل زیر نیز آورده می‌شود:

$$P = |r| + [\frac{\frac{(PR)(n)}{100} - cfb}{fw}](UM)$$

در فرمول فوق، P نمره آزمون (صدک) که با رتبه درصدی متناظر است، X نمره‌ای که صدک را دربرمی‌گیرد (نمره‌ای که زیر آن فراوانیهای صدک موردنظر قرار می‌گیرد)، |r| حد واقعی پایینی (X-0/5UM) ,PR رتبه درصدی، n تعداد نمره‌ها (مجموع فراوانی ستون)، cfb تعداد نمره‌های زیر X، fw فراوانی X، و UM واحد اندازه‌گیری است که نمره‌های آزمون با آن بیان می‌شود.

موقعی که امتیاز کمتر نمره بهتر به حساب می‌آید، فرمول به این صورت درمی‌آید:

WWW.FUKA.IR

WWW.FUKA.IR

در فرمول مقابل، url حد واقعی

$$P = url + \left[\frac{cfb - \frac{(PR)(n)}{100}}{fw}\right](um)$$

بالایی (X+0/5UM) است.

انتخاب افراد براساس نقاط درصدی

گاهی در مسائل، نمرات مربوط به تستها داده می‌شود و خواسته می‌شود که چند درصد از افراد بایستی انتخاب شوند. در این حالت نمره شخص موردنظر است. برای حل این گونه مسائل از فرمول نقاط درصدی استفاده می‌کنیم.

مثال: در جدول روبه‌رو رکوردهای 20 نفر آورده شده است. اگر بخواهیم 25 درصد از آنها را که نمره بهتری آورده‌اند، انتخاب کنیم حداقل نمره را محاسبه کنید.

حل: چون 25 درصد از نفرات بهتر قرار است انتخاب شود، بنابراین بایستی نقطه 75 درصد را محاسبه نمود؛ چرا که نقاط درصدی نشان دهنده این می‌باشند که چند درصد افراد بالای آن و چند درصد زیر آن است. مثلاً نقطه 75 درصد نشان می‌دهد که 75 درصد افراد زیر آن و 25 درصد بالای آن است.

X	F	Fc
19-20	2	20
17-18	3	18
15-16	5	15
13-14	6	10
11-12	4	4

$$P_N = \frac{75}{100} \times 20 = 15$$

$$P_{\%75} = L + \left(\frac{P_N - F_b}{f_i}\right) \times i$$

$$= 14/5 + \left(\frac{15-10}{5}\right) \times 2 = 16/5$$

WWW.FUKA.IR

فصل دهم: نمرات استاندارد و انواع آن

نمرات استاندارد

نمره استاندارد وضعیت فرد را نسبت به میانگین تعیین می‌کند. این نمرات حداقل با مقیاس فاصله‌ای به کار برده می‌شوند و تعیین می‌کنند که یک نمره چند انحراف استاندارد بالاتر و یا پایینتر از میانگین قرار دارد.

نمرات استاندارد Z

در نمره استاندارد Z دامنه نمرات بین 3+ و 3- می‌باشد، البته در برخی منابع دامنه نمرات Z را بین 5+ و 5- نیز در نظر می‌گیرند. هنگام تبدیل یک سری اعداد به نمره استاندارد Z، میانگین برابر صفر و انحراف استاندارد را برابر با یک می‌گیریم؛ یعنی در نمره استاندارد میانگین صفر و انحراف استاندارد 1 خواهد بود. در نمرات Z فاصله بین اعداد اصلی تغییری نخواهد کرد.

واحد اندازه‌گیری نمرات استاندارد، انحراف استاندارد است و شکل توزیع نمرات Z همانند نمرات اصلی است. توزیع Z زمانی به کار می‌رود که مقیاس اندازه‌گیری حداقل فاصله‌ای باشد. فرمول Z به قرار زیر است:

$$Z = \frac{X - \overline{X}}{S}$$

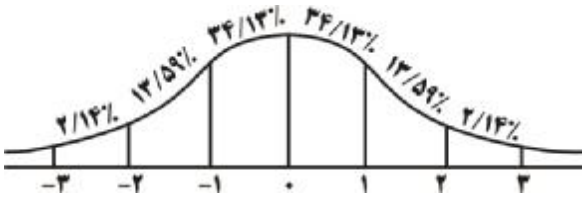
یعنی برای بدست آوردن نمره Z هر عدد، آن عدد را از میانگین کم می‌کنیم و سپس بر انحراف استاندارد تقسیم می‌نمائیم.

مثال: اگر میانگین اعداد زیر، 8 و انحراف استاندارد آنها 2 باشد نمرات Z مربوط به هر یک از آنها برابر است با: 14 و 12 و 10 و 8 و 6 و 4 و 2 نمرات اصلی

3 و 2 و 1 و 0 و 1- و 2- و 3- (نمره Z نمرات اصلی)

در نمودار متقارن (طبیعی) زیر، نمره Z و نقاط درصدی مربوطه آورده شده است. با استفاده از این نمودار می‌توان از روی نمره استاندارد Z نقاط درصدی را محاسبه نمود.

WWW.FUKA.IR



نمودار ۱- توزیع طبیعی و نمرات Z

مثال ۱: اگر میانگین نمرات درس فیزیولوژی 57 و واریانس نمرات 4 باشد، چند درصد از افراد در دامنه (61-53) قرار دارند؟

حل: برای حل اینگونه مسایل ابتدا آنها را به نمره Z تبدیل می‌کنیم و سپس با استفاده از نمرات Z جواب را محاسبه می‌کنیم. در این مسئله چون واریانس 4 می‌باشد. بنابراین انحراف استاندارد 2 خواهد بود.

$$Z_A = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{53-57}{2} = -2 \quad Z_B = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{61-57}{2} = 2$$

اعداد Z بدست آمده برای دامنه نمرات فوق (2 و 2-) می‌باشد که با توجه به منحنی نمرات استاندارد حدود 95 درصد از افراد در فاصله بین 2Z و 2Z- قرار خواهند گرفت.

مثال ۲: میانگین نمرات درس بسکتبال 53 و واریانس نمرات 4 می‌باشد. اگر علی در درس بسکتبال نمره 55 گرفته باشد، از چند درصد از افراد نمره بالاتری گرفته و همچنین از چند درصد افراد بالاتر از میانگین قرار گرفته است.

حل: چون واریانس نمرات 4 است، بنابراین انحراف استاندارد 2 خواهد بود.

$$Z = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{55-53}{2} = 1$$

یعنی علی در نقطه 1Z قرار دارد. بنابراین از 84 درصد از افراد نمره بالاتری گرفته است و همچنین از 34 درصد افراد بالاتر از میانگین نیز نمره بهتری گرفته است.

مثال ۳: میانگین نمرات فوتبال 42 و انحراف استاندارد 3 می‌باشد، چند درصد افراد بین نمره 36 و میانگین قرار گرفته‌اند.

حل:

$$Z = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{36-42}{3} = 2$$

باتوجه به داده‌های مسئله، نمره 36 معادل 2Z می‌باشد، بنابراین در فاصله بین میانگین و 2Z در نمرات استاندارد حدود

WWW.FUKA.IR

48 درصد از افراد قرار می‌گیرند.

مثال ۴: میانگین نمرات سنجش 15 و انحراف استاندارد آنها 1/5 می‌باشد، رتبه درصدی فردی که نمره خام او 15/75 باشد را محاسبه کنید.

حل:

$$Z = \frac{X - \overline{X}}{2} = \frac{15/75 - 15}{1/5} = 0/5$$

چون Z بدست آمده برای فردی که نمره 15/75 گرفته است، برابر 0/5 می‌باشد؛ یعنی این فرد 0/5Z از میانگین بالاتر قرار گرفته است. حال چون در فاصله 1Z بالاتر از میانگین 34 درصد از افراد قرار دارند، بنابراین در فاصله 0/5Z تقریباً نصف این مقدار یعنی 17 درصد از افراد قرار دارند. چون مسئله رتبه درصدی وی را خواسته است، بنابراین بایستی با 50 درصد قبل از میانگین نیز جمع گردد، یعنی رتبه درصدی چنین فردی 67 خواهد بود. (67=17+50).

مثال ۵: اگر میانگین نمرات درس ورزش 14 و انحراف استاندارد آنها 3 باشد، دامنه نمرات افرادی که 1/5 انحراف استاندارد از میانگین فاصله دارند را محاسبه کنید.

حل: چون دامنه نمرات افرادی که 1/5 انحراف استاندارد از میانگین فاصله دارند مورد نظر است، بنابراین بایستی 1/5Z و 1/5Z- را محاسبه نمود.

$$Z_A = \frac{X_A - \overline{X}}{S} \rightarrow 1/5 = \frac{X_A - 14}{3} \rightarrow X_A = 18/5$$

$$Z_B = \frac{X_B - \overline{X}}{S} \rightarrow 1/5 = \frac{X_B - 14}{3} \rightarrow X_B = 9/5$$

بنابراین دامنه نمرات بین (9/5-18/5) می‌باشد.

گاهی رکوردهایی در رابطه با تستهای مختلف چند نفر داده می‌شود و یک نمره استاندارد برای یکی از نفرات خواسته می‌شود. برای حل این گونه مسائل ابتدا به رکوردهای نفر مورد نظر دقت می‌شود، اگر رکوردهای وی مساوی با میانگین رکوردها باشد، نمره استاندارد او صفر خواهد بود و در غیر اینصورت با استفاده از میانگین و انحراف استاندارد بایستی نمره Z را برای هر کدام بدست آورد.

WWW.FUKA.IR

مثال ۶: در جدول زیر یک نمره استاندارد برای نفر A تعیین کنید:

افراد	دراز و نشست	بارفیکس
A	2	3
B	3	5
C	1	1

حل: باتوجه به اینکه برای بدست آوردن نمره استاندارد از فرمول $Z=\frac{X-\overline{X}}{S}$ استفاده می‌شود، چون میانگین نمرات دراز و نشست و بارفیکس به ترتیب برابر 2 و 3 می‌باشد و رکورد نفر A نیز در دو تست موردنظر برابر میانگین تستها می‌باشد، بنابراین بدون انجام اعمال ریاضی و از روی مشاهده می‌توان دریافت که نمره Z وی صفر می‌باشد، چرا که در نمرات Z هر فرد که رکورد وی برابر میانگین باشد، نمره Z او صفر خواهد بود.

نمره T

نمره T همیشه مثبت است و دامنه تغییرات آن بین 20 تا 80 می‌باشد که اگر دامنه نمرات Z را 5+ و 5- فرض کنیم، دامنه نمرات T نیز بین 0 و 100 خواهد شد. میانگین در نمرات T برابر 50 و انحراف استاندارد 10 می‌باشد. نمره T را می‌توان از روی نمره Z محاسبه کرد.

$$T=50+10z=50+10(\frac{X-\overline{X}}{S})$$

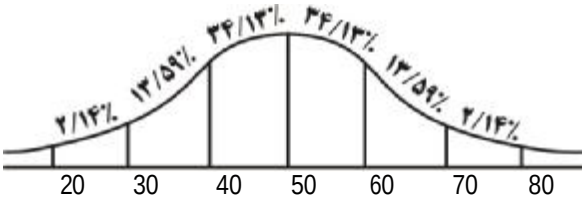
نمره T در دوهای سرعت یا در رکوردهای زمان مطرح می‌باشند و زمان کمتر نمره بهتری می‌گیرد. از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$T=\frac{10(\overline{X}-X)}{s}+50$$

اصولاً نمره T کاربرد بیشتری نسبت به نمره Z دارد، زیرا استفاده از نمره Z مستلزم به کار بردن علامت مثبت و منفی است و همچنین اعداد اعشاری در نمره Z وجود دارند که این دو در نمره T وجود ندارد، زیرا نمره T همیشه مثبت می‌باشد و اعداد آن بصورت صحیح (بدون اعشار) بیان می‌گردند.

WWW.FUKA.IR

در نمودار متقارن (طبیعی) زیر، نمره T و نقاط درصدی مربوطه آورده شده است. با استفاده از این نمودار می‌توان از روی نمره استاندارد T، نقاط درصدی را محاسبه نمود. (نمودار 2)



نمودار ۲- نمودار توزیع طبیعی و نمرات T

مثال ۱: اگر نمره T ایلیا در درس حرکت‌شناسی برابر 60 باشد، از چند درصد افراد کلاس نمره بالاتری گرفته است.

حل: چون نمره T ایلیا 60 می‌باشد، بنابراین یک انحراف استاندارد بالاتر از میانگین قرار دارد. با توجه به نمودار طبیعی به سادگی مشاهده می‌گردد که ایلیا از 84 درصد افراد نمره بالاتری گرفته است.

مثال ۲: اگر میانگین و انحراف معیار درس فیزیولوژی ورزشی دانشجویان دانشگاه تهران در سال تحصیلی 1382-1381 به ترتیب برابر 16 و 1/5 باشد، نمره T افرادی که در دامنه (19-14/5) قرار گرفته‌اند را محاسبه نمائید.

حل: در نمرات T میانگین برابر 50 می‌باشد، با توجه به اینکه عدد 19، دو انحراف معیار بالاتر از میانگین و عدد 14/5، یک انحراف معیار پائینتر از میانگین قرار دارد، بنابراین با توجه به نمودار طبیعی، نمرات T افراد بین (70-40) خواهد بود.

مثال ۳: اگر نمره درس تغذیه ورزشی ایلیا برابر 18 و نمره استاندارد T او معادل 70 باشد، در صورتی که انحراف معیار نمرات کلاس برابر 2 باشد، میانگین نمرات اصلی چه عددی می‌باشد.

حل: چون نمره T ایلیا 70 می‌باشد، بنابراین 2 انحراف استاندارد بالاتر از میانگین قرار دارد. با توجه به نمره وی و انحراف استاندارد نمرات کلاس، به سادگی مشخص می‌شود که میانگین نمرات اصلی کلاس 14 می‌باشد:

میانگین نمرات اصلی =18-2s =18-2×2 =18 -4 =14

نمره IQ (بهره هوشی)

در نمره IQ میانگین برابر 100 و انحراف استاندارد 15 است. بنابراین دامنه تغییرات آن بین 55 تا 145 می‌باشد. مثلاً فردی که بهره هوشی او مساوی میانگین باشد، نمره IQ او برابر 100 خواهد بود و یا اینکه فردی که یک انحراف

WWW.FUKA.IR

استاندارد بالاتر از میانگین بهره هوشی دارد، نمره IQ او برابر 115 خواهد بود. برای بدست آوردن بهره هوشی می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$IQ = 100 + 15z$

فرمول کلی برای تبدیل نمرات Z به نمرات استاندارد مختلف:

نمره استاندارد موردنظر $= \overline{X} + SZ$

در فرمول فوق X میانگین و S انحراف استاندارد آن است.

مثال: نمره استاندارد فردی که در امتحان تافل شرکت نموده و 1/45 انحراف استاندارد بالاتر از میانگین قرار دارد، در صورتی که نتایج امتحان بصورت نمره استاندارد با میانگین 500 و انحراف استاندارد 100 گزارش شده باشد، محاسبه کنید.

نمره استاندارد موردنظر = $X+SZ=500+100\times1/45=645$

نمره‌های نه‌گانه

نمره‌هایی هستند که از یک رقم تشکیل شده‌اند و دامنه آنها بین 1 تا 9 می‌باشد، میانگین این نمرات 5 و انحراف استاندارد آنها 2 می‌باشد، یعنی:

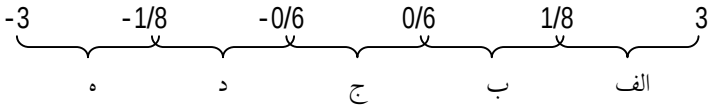
نمره نه‌گانه = $2Z + 5$

نمرات حرفی

نمرات حرفی شامل نمره الف، ب، ج، د و ه می‌باشند. اعدادی که در زیر نمودار طبیعی یک انحراف استاندارد از میانگین (بالا یا پایین) فاصله دارند، نمره حرفی ج، اعدادی که در فاصله بین یک و دو انحراف استاندارد بالاتر از میانگین قرار دارند، نمره ب، افرادی که بین 2 تا 3 انحراف استاندارد بالاتر از میانگین قرار دارند، نمره الف و افرادی که بین 1 تا 2 انحراف استاندارد پایینتر از میانگین قرار دارند، نمره د، اعدادی که بین 2 تا 3 انحراف استاندارد پایینتر از میانگین قرار دارند، نمره ه خواهند گرفت.

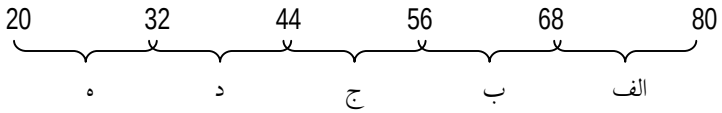
مثلاً کسی که نمره او برابر با میانگین باشد نمره حرفی ج خواهد گرفت.

نمرات حرفی در نمره Z



نمره حرفی در نمره T

WWW.FUKA.IR



مجموع نمره‌های حرفی

این روش موقعی به کار برده می‌شود که نمره‌های آزمون متشکل از واحدهای مختلف مقیاس اندازه‌گیری است که قابلیت جمع‌پذیری ندارند. نمره‌های هر آزمون به نمره‌های حرفی تبدیل می‌شوند و سپس نمره‌های حرفی، خود به اعداد تبدیل می‌شوند. از مجموع این نمره‌ها برای تعیین نمره نهایی هر دانش‌آموز استفاده می‌کنیم.

نمره‌های حرفی در مقابل نمره‌های T

در تصمیم‌گیری بین انتخاب نمره‌های حرفی و نمره‌های T دو ملاک دقت و سرعت باید به خاطر سپرده شوند. مجموع نمره‌های T از مجموع نمره‌های حرفی دقیقتر است، به دلیل اینکه نمره T بالاتر بیانگر نمره بهتری است. بدون شک بعضی از دانش‌آموزان در همه آزمونها شرکت نمی‌کنند. این موضوع می‌تواند مشکلی جدی به هنگام محاسبه نمره نهایی بوجود آورد. در چنین مواقعی بهترین روش این است که میانگین عملکرد دانش‌آموز را در آزمونهایی که شرکت کرده است به جای هر نمره ناتمام بگذاریم، از این رو می‌توانیم برآوردی از کل نمره به دست آوریم و آنگاه نمره نهایی را تعیین کنیم؛ برای مثال فرض کنید نمره‌های دانش‌آموزی در 5 ماده از 7 ماده آزمون آمادگی به این شرح باشد:

ماده	نمره	نمره T
درازو نشست	100	56/45
کشش از بارفیکس		
دو رفت و برگشت	11/3	45/94
پرش طول		
پرتاب توپ	135	55/13
دو 600 یارد	128	44/22
دو 50 یارد سرعت	8/6	41/48

دقت کنید که نمره‌ای برای آزمونهای کشش از بارفیکس و پرش طول وجود ندارد. میانگین نمره T برای 5 آزمون 48/64 است، بنابراین:

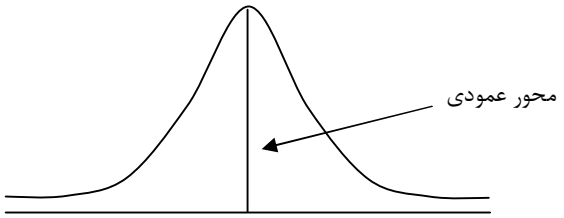
مجموع نمره‌های T برآورد شده برای 7 آزمون 340/48 می‌شود:

$\frac{243/22}{5} = 48/64$ 7(48/64)=340/48

WWW.FUKA.IR

ویژگیهای منحنی طبیعی

منحنی طبیعی را می‌توان از جنبه ریاضی زنگوله‌ای، متقارن و در نقطه‌ای که همزمان نما، میانه و میانگین مرکزیت دارند، تعریف کرد (نمودار 3). چون نقطه مرکزی هم میانه و هم نماست، نمره‌ای بیشترین فراوانی را دارد که نصف نمره‌ها در پایین آن قرار گیرند. از نظر تعریف ریاضی، منحنی طبیعی دارای میانگین صفر و انحراف معیار یک است، از این رو منحنی طبیعی ترسیم تعداد نامحدودی از نمره‌های Z می‌باشد.



میانگین = میانه = نما

نمودار ۳- نمودار توزیع طبیعی

ویژگیهای منحنی طبیعی عبارتند از: (نمودار 4)

1- منحنی طبیعی حول میانگین متقارن است و حداکثر ارتفاع آن در میانگین قرار دارد.

2- در منحنی طبیعی میانگین، میانه و نما بر هم منطبقند.

3- سه انحراف استاندارد در هر طرف میانگین وجود دارد (در کل 6 انحراف استاندارد)

4- در فاصله یک انحراف استاندارد از میانگین 68% از افراد قرار دارند.

5- در فاصله بین 1 تا 2 انحراف استاندارد بالاتر یا پایینتر از میانگین 13/59% از افراد قرار دارند.

6- در فاصله بین 2 تا 3 انحراف استاندارد بالاتر یا پایینتر از میانگین 2/15% از افراد قرار دارند.

7- در فاصله 2 انحراف استاندارد از میانگین حدود 95% از افراد قرار دارند.

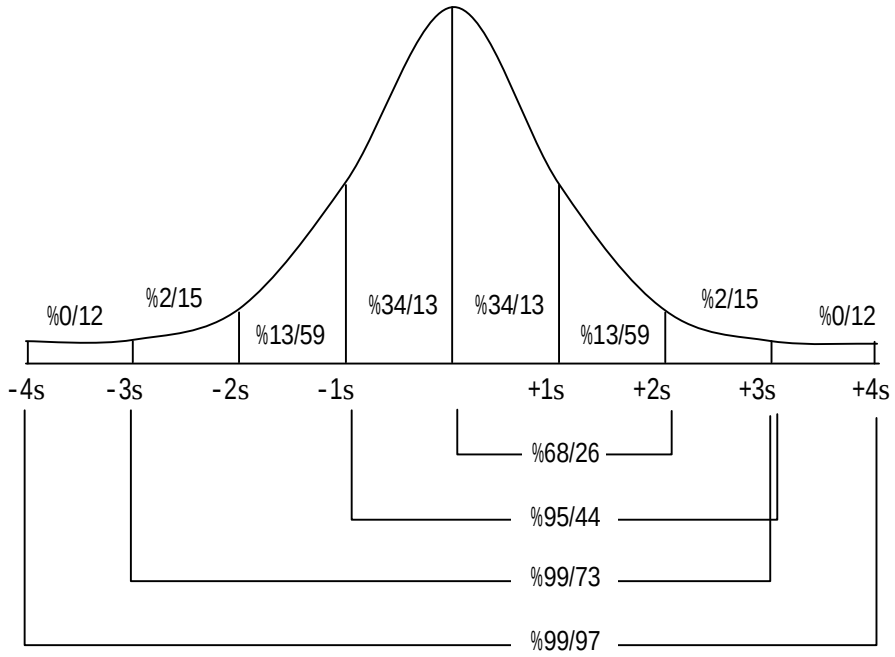
8- در فاصله 3 انحراف استاندارد از میانگین حدود 99/74% از افراد قرار دارند.

9- سطح منحنی بین میانگین و 1Z برابر 34/13% سطح تمام منحنی است.

10- منحنی طبیعی هیچگاه محور افقی را قطع نخواهد کرد؛ یعنی دو انتهای منحنی طبیعی باز می‌باشد.

11- منحنی نرمال (طبیعی) برای محاسبه رتبه درصدی و طبیعی کردن یک توزیع فراوانی به کار می‌رود.

WWW.FUKA.IR



نمودار ۴- نمودار توزیع طبیعی و سطوح زیر منحنی

WWW.FUKA.IR

فصل یازدهم: ضریب همبستگی و تفسیر آن

ضریب همبستگی (r)

ضریب همبستگی بین دو یا چند متغیر بیان کننده این مطلب است که آیا تغییر در یک متغیر موجب تغییر در متغیر دیگر می‌شود یا خیر. توجه شود که ضریب همبستگی نشان دهنده رابطه علت و معلولی بین متغیرها نیست. ضریب همبستگی بین 1+ و 1- تغییر می‌کند. به این دو ضریب، ضریب همبستگی کامل گفته می‌شود. با این تفاوت که 1+ ضریب همبستگی کامل و مستقیم (مثبت) است و 1- همبستگی کامل و معکوس (منفی) را نشان می‌دهد. در علوم انسانی ضریب همبستگی کامل به ندرت یافت می‌شود. چنانچه بین دو متغیر همبستگی وجود نداشته باشد، ضریب همبستگی صفر خواهد بود.

ضریب همبستگی با مقیاس فاصله‌ای و نسبی به کار برده می‌شود. ضریب همبستگی را می‌توان به صورت نسبت به کار برد؛ ولی مثلاً نمی‌توان گفت که ضریب همبستگی 90% دقیقاً دو برابر 45% است.

در محاسبه r فرض می‌کنیم که بین دو مجموعه از نمره‌ها، اساسا ارتباط خطی وجود دارد.اما اگر یک رابطه منحنی‌وار باشد، ضریب همبستگی رابطه را به خوبی برآورد نمی‌کند؛ عوامل دیگری نیز در ضریب همبستگی تأثیر می‌گذارند. یکی از این عوامل پایایی نمره‌هاست. پایایی کم باعث کاهش ضریب همبستگی می‌شود. عامل دیگر دامنه نمره‌هاست. ضریب همبستگی برای گروه متجانس کوچکتر از ضریب همبستگی برای گروه نامتجانس است. همچنین زمانی به محاسبه ضریب همبستگی اقدام می‌کنیم که گروه مورد آزمون بزرگ باشد.

تحلیل ضریب همبستگی

- ضریب همبستگی مثبت: بالا بودن اندازه یک صفت با بالا بودن اندازه صفت دیگر، یا پایین بودن اندازه یک صفت با پایین بودن اندازه صفت دیگر همراه باشد.
- ضریب همبستگی منفی: بالا بودن اندازه یک صفت با پایین بودن صفت دیگر، و یا پایین بودن یک صفت با بالا بودن صفت دیگر همراه باشد.

هر قدر ضریب همبستگی قویتر باشد، پراکندگی نقاط روی خط رگرسیون کمتر است. در همبستگی کامل تمام نقاط

WWW.FUKA.IR

روی خط رگرسیون قرار می‌گیرند و در همبستگی صفر پراکندگی نقاط از خط رگرسیون خیلی زیاد است و حتی نمی‌توان خطی برای نقاط متصور شد.

ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپرمن (ρ)

ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپرمن به عنوان ساده‌ترین نوع تحلیل همبستگی شناخته شده است. در اینجا جفت متغیرها به جای اندازه فاصله‌ای یا نسبی به صورت اندازه‌های ترتیبی (رتبه‌ای) بیان می‌شوند. برای محاسبه ضریب همبستگی رتبه‌ای بی‌پارامتریک اسپرمن، فرمول نسبتاً ساده زیر به کار می‌رود:

در فرمول مقابل: $\rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$

$\sum D^2$ = مجموع مجذورات تفاوت بین جفت رتبه‌ها

D = تفاوت بین جفت رتبه‌ها

N = تعداد جفت رتبه‌ها

مثال:

دانش‌آموز	رتبه‌های معلم‌اول	رتبه‌های معلم‌دوم	D	D^2
الف	1	1	0	0
ب	3	2	+1	1
ج	4	5	-1	1
د	7	9	-2	4
ه	6	6	0	0
و	9	8	+1	1
ز	8	10	-2	4
ح	10	7	+3	9
ط	2	4	-2	14
ی	5	3	+2	4

دو معلم ده نفر دانش‌آموز را از نظر توانایی کلامی رتبه‌بندی کردند. ضریب همبستگی بین این دو رتبه‌بندی میزان هماهنگی قضاوت این دو معلم را نشان می‌دهد.

$$\rho = 1 - \frac{6(28)}{10(100-1)} = 1 - \frac{168}{10(99)} \rightarrow \rho = 1 - \frac{168}{990} = 1 - 0/17 = \rho = +0/83$$

WWW.FUKA.IR

ضریب همبستگی 0/83+ توافق زیاد بین این دو قضاوت را نشان می‌دهد.

ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن را به سرعت و به آسانی می‌توان محاسبه کرد.این روش در صورتی که داده‌ها تنها به صورت مقیاس رتبه‌ای در اختیار باشند و یا تعداد زوج متغیرها از 9 بیشتر و از 30 کمتر باشد و بیش از چند مورد از رتبه‌ها برابر نباشند، روش مناسبی است. این روش برای معلمان هنگامی که می‌خواهند آنرا فقط در مورد دانش‌آموزان یک کلاس اعمال کنند، مفید است.

ضریب همبستگی گشتاوری پیرسون

ضریب همبستگی گشتاوری پیرسون به عنوان متداولترین و دقیق‌ترین ضریب همبستگی شناخته شده است. این روش را در موارد زیر ممکن است مورد استفاده قرار داد:

1- داده‌ها برحسب نمره‌های فاصله‌ای یا نسبی بیان شده باشند.

2- توزیع X و Y دارای یک رابطه خطی باشد.

3- واریانس دو توزیع تقریبا یکسان باشند.

4- هر یک از دو توزیع بیش از یک نما نداشته باشد.

ضریب همبستگی را می‌توان باتبدیل نمره‌های خام به نمره‌های سیگمائی و محاسبه میانگین حاصل ضرب هر یک از جفت نمره‌های سیگمائی به دست آورد. یعنی:

$$r = \frac{\Sigma(z_x)(z_y)}{N}$$

روش استفاده از نمره Z در محاسبه ضریب همبستگی عملا مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. زیرا این روش مستلزم آن است که هر یک از نمره‌ها به نمره سیگمائی تبدیل شود. استفاده از روش نمره‌های خام آسانتر، است و چنانچه امکان استفاده از ماشین محاسبه یا کامپیوتر فراهم باشد، غالباً از این روش استفاده می‌شود. فرمول ضریب همبستگی با استفاده از نمرات خام به قرار زیر است:

$$\gamma = \frac{n\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2][n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}}$$

ضریب تشخیص

مجذور ضریب همبستگی که بصورت درصد اعلام می‌شود، ضریب تشخیص نام دارد.

WWW.FUKA.IR

پیش‌بینی تحلیل رگرسیون

اصطلاحات همبستگی، رگرسیون و پیش‌بینی در آمار بسیار به هم نزدیکند و غالباً به جای همدیگر نیز به کار برده می‌شوند. همبستگی به رابطه بین دو متغیر اشاره می‌کند. رگرسیون مدل آماری است که برای پیش‌بینی عملکرد در یک متغیر از طریق متغیر دیگر به کار می‌رود؛ برای مثال پیش‌بینی درصد چربی بدن از طریق اندازه‌گیری ضخامت چربی زیر پوست.

پیش‌بینی

یکی از موارد استفاده استنباطی و مهم ضریب همبستگی و خط رگرسیون y بر روی x، پیش‌بینی اندازه‌های مجهول Y از روی اندازه‌های مهم X است. صورت کلی معادله پیش‌بینی ساده به این شرح است:

$$Y = bX + c$$

در فرمول فوق، b ضریب ثابت است و شیب خط رگرسیون نامیده می‌شود. ثابت c که تقاطع Y نامیده می‌شود نقطه‌ای است که خط رگرسیون محور عمودی را قطع می‌کند. C آن مقدار Y است که با X مساوی با صفر، متناظر است. یکی از این روشهای پیش‌بینی استفاده از معادله رگرسیون است. فرمول پیش‌بینی Y از روی X به صورت زیر است:

$$\hat{Y} = r(\frac{\sigma_y}{\sigma_x})(X - M_x) + M_y$$

مثال: اطلاعات درسی زیر در مورد دو دانش‌آموز دبیرستانی بنامهای ایلیا (A) و کیمیا (B) موجود است. با استفاده از آنها، معدل نمرات سال اول دانشکده دو فرد مذکور را پیش‌بینی نمائید.

ضریب همبستگی بین X و Y	$r = +0/52$
انحراف استاندارد توزیع نمره‌های X	$\sigma_x = 0/60$
انحراف استاندارد توزیع نمره‌های Y	$\sigma_y = 0/50$
میانگین توزیع X	$M_x = 2/10$
میانگین توزیع Y	$M_y = 2/40$
معدل نمرات دبیرستانی	X=?
معدل نمرات سال اول دانشکده	Y=?

WWW.FUKA.IR

پیش‌بینی معدل دانشجوی A

$$X_A = 2/00$$

$$\hat{Y} = r(\frac{\sigma_y}{\sigma_x})(X - M_x) + M_y$$

$$\hat{Y}_A = 0/52(\frac{0/50}{0/60})(2/00 - 2/10) + 2/40$$

$$\hat{Y}_A = 0/43(-0/10) + 2/40$$

$$\hat{Y}_A = -0/04 + 2/40$$

$$\hat{Y}_A = 2/36$$

پیش‌بینی در مورد دانشجوی B

$$X_B = 3/10$$

$$\hat{Y} = r(\frac{\sigma_y}{\sigma_x})(X - M_x) + M_y$$

$$\hat{Y}_B = 0/52(\frac{0/50}{0/60})(3/10 - 2/10) + 2/40$$

$$\hat{Y}_B = 0/43(1/00) + 2/40$$

$$\hat{Y}_B = -0/43 + 2/40$$

$$\hat{Y}_B = 2/83$$

بنابراین در مورد دانشجوی A که معدل نمره‌های دبیرستانی او زیر میانگین بود، معدل پیش‌بینی شده نمره‌های سال اول دانشکده او نیز زیر میانگین است و در مورد دانشجوی B که معدل نمره‌های دبیرستانی وی به گونه چشمگیری بالاتر از میانگین بود، معدل پیش‌بینی شده نمره‌های سال اول وی نیز تا حد قابل ملاحظه‌ای بالاتر از میانگین است. این نتایج با ضریب همبستگی مثبت نمره بالای X همراه با نمره بالای Y هماهنگی دارد.

خطاهای پیش‌بینی

هرگاه ضریب همبستگی براساس مجموعه کافی از داده‌ها محاسبه شود و اندازه آن نیز برابر 1+ باشد، پیش‌بینی به دور از هرگونه خطا خواهد بود. همبستگی کامل نشان می‌دهد در ازاء هر مقدار که به X افزوده می‌شود، اندازه Y با افزایشی متناسب با آن (هنگامی که همبستگی مثبت است) و یا با کاهشی متناسب با آن (هنگامی که همبستگی منفی است) همراه خواهد بود و هیچ مورد استثنائی وجود ندارد اما چنانچه r کمتر از 1+ یا 1- باشد، خطای پیش‌بینی اجتناب‌ناپذیر

WWW.FUKA.IR

است. زیرا در این رابطه هماهنگ و منظم بین متغیرها، موارد استثنائی وجود داشته است. خط رگرسیون از همه نقاط تقاطع مقادیر x و Y که برای تعیین شیب از آنها استفاده شده است، نمی‌گذرد و بر همه آنها منطبق نمی‌شود. اندازه‌ای که برای تخمین این خطا به کار می‌رود، خطای استاندارد برآورد (σ_{est}) نامیده می‌شود.

$$\sigma_{est} = \sigma_y \sqrt{1-r^2}$$

هر اندازه که ضریب همبستگی افزایش یابد، از خطای استاندارد برآورد کاسته می‌شود. هنگامی که $r = \pm 1/00$ است.

$$\sigma_{est} = \sigma_y \sqrt{1-r^2} = \sigma_y \sqrt{1-(1)^2} = \sigma_y (0) = 0$$

و هنگامی که $r = 0$ است.

$$\sigma_{est} = \sigma_y \sqrt{1-(0)^2} = \sigma_y (1) = \sigma_y$$

هنگامی که $r = 0$ است (یا ضریب همبستگی بین دو متغیر نامعلوم است)، بهترین پیش‌بینی هر مقدار Y از روی X آن است که گفته شود، اندازه آن برابر میانگین Yها است. این گفته با واقعیت تطبیق می‌کند، زیرا می‌دانیم که در یک توزیع طبیعی بیشتر نمره‌ها حول میانگین انباشته می‌شوند و احتمالاً در حدود 68 درصد نمره‌ها بین فاصله‌ای معادل یک انحراف معیار بالاتر یا پایینتر از میانگین قرار می‌گیرند. در این حالت خطای استاندارد برآورد را ممکن است برابر انحراف معیار Y فرض کنیم، زیرا هنگامی که $r = 0$ است، داریم $\sigma_{est} = \sigma_y$.

هرگاه ضریب همبستگی بیش از صفر باشد، این پیش‌بینی کورانه را می‌توان به دو صورت زیر بهبود بخشید:

- با رسم عمودی از محور Xها از نقطه‌ای که اندازه معینی از X را نشان می‌دهد تا خط رگرسیون را در نقطه‌ای قطع کند و رسم عمودی از آن نقطه بر محور yها، که در این صورت محل تقاطع این عمود با محور Yها، مقدار Y پیش‌بینی شده را نشان می‌دهد.
- با کاهش خطای پیش‌بینی Y از راه محاسبه، تا معلوم شود مقدار σ_y بر اثر ضریب همبستگی تا چه اندازه کاهش می‌یابد.

به عنوان مثال، هنگامی که $r = \pm 0/60$ است، داریم:

$$\sigma_{est} = \sigma_y \sqrt{1-(\gamma)^2} = \sigma_y \sqrt{1-(0/60)^2} = \sigma_y \sqrt{1-0/36} = \sigma_y \sqrt{0/64} = 0/80\sigma_y$$

بنابراین برآورد خطای Y از σ_y به 0/80 کاهش یافته است. تفسیر خطای استاندارد برآورد مانند تفسیر انحراف معیار است. اگر $r = \pm 0/60$ باشد، خطای استاندارد برآورد Y برابر $0/80\sigma_y$ خواهد بود. نمره واقعی پیشرفت تحصیلی Y با

WWW.FUKA.IR

احتمال 68 درصد بین فاصله‌ای دوحد معادل $\pm 0/80\sigma_y$ از Y پیش‌بینی شده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر با احتمال 68 درصد می‌توان گفت که نمره پیش‌بینی شده بیش از یک خطای استاندارد برآورد از نمره واقعی بالاتر نخواهد بود.

همبستگی پاره‌ای و چند متغیری

با استفاده از روش همبستگی پاره‌ای ممکن است رابطه بین بیش از دو متغیر را اندازه‌گیری کرد. این کار را می‌توان با ثابت نگاهداشتن متغیرهای معین یا با صرف‌نظر کردن موقتی از آنها و بدین ترتیب با «حذف» تأثیر یک عامل مستقل انجام داد. روش همبستگی پاره‌ای، محاسبه همبستگیهای چند متغیری را ممکن می‌سازد که برای تعیین نفوذ یا وزن نسبی هر یک از عوامل در رابطه مورد بحث مفید است. به عنوان مثال، یک دانشگاه معادله رگرسیون چند متغیری (یک شاخص پیش‌بینی) را محاسبه کرده است که سه عامل وزنی را که با موفقیت تحصیلی در دانشگاه رابطه نزدیکی دارند، دربرمی‌گیرد:

1- رتبه در آخرین کلاس دبیرستان

2- معدل دوره دبیرستان

3- نمره‌های امتحانات ورودی دانشگاهها

به تجربه ثابت شده است که برای هدفهای پیش‌بینی، ترکیب این سه عامل با نسبتهای مناسب، از هر یک از آنها به تنهائی و یا از دو مورد از عوامل مذکور دقیقتر است. مؤلفان کتابهای آمار غالباً یک ملاک تقریبی را برای ارزشیابی ضریب همبستگی ارائه می‌دهند:

ضریب همبستگی (r)	رابطه
0 – 0/20	ناچیز
0/20 – 0/40	کم
0/40 – 0/60	متوسط
0/60 – 0/80	قابل‌توجه
0/80 – 1/00	زیاد تا خیلی‌زیاد

WWW.FUKA.IR

مسائل

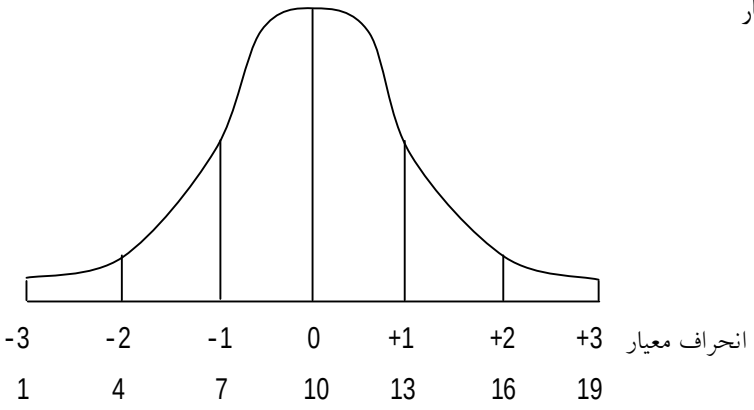
۱- اگر میانگین نمرات درس ورزش ۱۰ و انحراف استاندارد آن ۳ باشد، علی چه نمره‌ای بگیرد و تا حداقل از ۸۴ درصد افراد نمره بیشتری گرفته باشد.

1) 1 2) 4 3) 16 4) 13

در چنین مسائلی که میانگین و انحراف استاندارد داده و مسأله از ما می‌خواهد که فرد موردنظر چند درصد از بقیه بهتر یا بدتر گرفته و یا خواهد بداند چه نمره‌ای بگیرد تا از فلان درصد بهتر یا بدتر باشد، بایستی سریعاً منحنی طبیعی را رسم کرد.

S = انحراف معیار

$\bar{X}$ = میانگین



می‌دانیم که نصف منحنی 50 درصد می‌باشد اگر یک انحراف معیار از میانگین به سمت راست حرکت کنیم 34 درصد به این 50 درصد اضافه می‌شود که همان نقطه موردنظر می‌باشد بنابراین نمره 13 جواب مسأله می‌باشد و گزینه (4) صحیح است.

$\bar{X} + 1S = 10 + 3 = 13$

۲- اگر $\sum |X - \bar{X}| = 18$ و تعداد افراد جامعه نیز ۱۸ نفر باشد، انحراف متوسط جامعه را محاسبه نمائید؟

1) 17 2) 18 3) 0 4) 1

جواب:

چون مسأله انحراف متوسط می‌خواهد سریعاً فرمول انحراف متوسط نوشته شده و اعداد را جایگزین می‌کنیم.

$$AD = \frac{\sum |X - X|}{N} = \frac{18}{18} = 1$$

WWW.FUKA.IR

بنابراین گزینه (1) صحیح است.

۳- اگر میانگین نمرات درس یادگیری حرکتی ۱۴ و واریانس نمرات ۴ باشد در صورتی که نمره حسن ۱۰ باشد نمره Z وی را محاسبه نمائید.

1) 2 2) -2 3) 3 4) 0

جواب: در ابتدا بایستی انحراف معیار را محاسبه کنیم چون انحراف معیار جذر واریانس است و بنابراین انحراف استاندارد را در فرمول Z می‌گذاریم تا نمره Z وی بدست آید، بنابراین گزینه (2) صحیح است.

۴-اگر نمره T فردی ۷۰ باشد:

1) نمره وی از حدود 70 درصد کلاس بیشتر است.

2) نمره وی از حدود 70 درصد کلاس کمتر است.

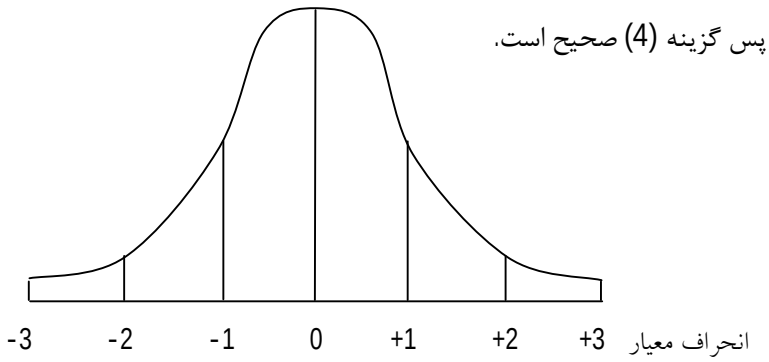
3) نمره وی از حدود 95 درصد کلاس کمتر است.

4) نمره وی از حدود 95 درصد کلاس بیشتر یا برابر آنها است.

جواب: بایستی در ابتدا نمره Z فرد را بدست آورده و طبق منحنی طبیعی جواب صحیح را مشخص کنیم.

بنابراین: $T=10(Z)+50 \Rightarrow Z=\frac{T-50}{10}=\frac{70-50}{10}=2$

حال طبق منحنی طبیعی مشاهده می‌کنیم که نمره Z فرد اگر برابر با 2 باشد فرد از 95 درصد افراد بیشتر یا برابر آنها گرفته است پس گزینه (4) صحیح است.



۵- اگر دامنه Z (±۵) باشد، نمرات T در چه دامنه‌ای قرار می‌گیرند.

1) $20 \le T \le 80$ 2) $-50 \le T \le 50$ 3) $0 \le T \le 100-$ 4) $-100 \le T \le 100-$

جواب: بایستی نمرات Z را طبق فرمول (تبدیل نمرات Z به T) به نمرات T تبدیل کرده و جواب بدست می‌آید.

WWW.FUKA.IR

$T = 50 + 10(Z)$

$T = 50 + 10(+5) = 100 \qquad 0 \le T \le 100$

$T = 50 + 10(-5) = 50 - 50 = 0$

بنابراین گزینه (3) صحیح می‌باشد.

۶-چارک متوسط مقادیر زیر را بدست آورید. 10 و 9 و 8 و 6 و 5 و 3 و 2 و 1

1) 2/5 2) 3 3) 6 4) 5

جواب: می‌دانیم که چارک متوسط از نصف اختلاف بین چارک سوم و چارک اول حاصل می‌شود.

چارک متوسط $= Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

حال برای بدست آوردن چارک اول می‌دانیم که چارک اول فقط 25 درصد می‌باشد از فرمول $\frac{PN}{100}$ چارک اول را بدست می‌آوریم:

$\frac{PN}{100} = \frac{25 \times 8}{100} = 2$

بنابراین دومین عدد (از سمت اعداد کمتر) عدد چارک اول می‌باشد بنابراین چارک اول عدد 2 می‌شود.

همچنین برای چارک سوم که 75% می‌باشد بنابراین از فرمول $\frac{PN}{100}$ استفاده می‌کنیم بنابراین ششمین عدد چارک سوم است، پس عدد 8 می‌شود. سپس با استفاده از چارک اول و چارک سوم، چارک متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

پس گزینه (2) که عدد 3 می‌باشد جواب آزمون است.

توجه: به طورکلی در اعداد طبقه‌بندی نشده (مثل این آزمون) برای چارک اول فرمول $\frac{N}{4}$، چارک دوم و چارک سوم $\frac{3N}{4}$ می‌باشد. لازم به ذکر است جواب این فرمول‌ها مشخص می‌کند که چندمین عدد (از سمت اعداد کمتر شمرده می‌شود) چارک اول، چارک دوم و یا چارک سوم است.

۷- در سه کلاس که تعداد دانشجویان آن به ترتیب ۲۰، ۳۰، ۴۰ نفر بوده و معدل نمرات درس سنجش آنها به ترتیب ۱۰، ۱۵، ۱۳ می‌باشد، معدل کل سه کلاس را بدست آورید؟

1) 15 2) 10 3) 13 4) 12

WWW.FUKA.IR

جواب: $\bar{X}=\frac{n_1x_1+n_2x_2+n_3x_3+0000}{n_1+n_2+n_3+000}=\frac{20\times10+30\times15+40\times13}{20+30+40}=\frac{1170}{90}=13$

۸- میانه اعداد زیر را معین نمایید.

14، 13، 12، 11، 10، 12

1) 10 2) 12 3) 11/5 4) 11

جواب: در ابتدا اعداد را مرتب می‌کنیم.

14، 13، 12، میانه، 12، 11، 10

همچنانکه مشخص شده میانه در بین دو عدد 12 قرار گرفته ا ست.

میانه $=\frac{12+12}{2}=12$

گزینه (2) صحیح می‌باشد.

۹-احمد در درس سنجش نمره ۱۵ و حسین در زبان نمره ۱۷ گرفته است اگر انحراف استاندارد درس سنجش ۳ و انحراف استاندارد درس زبان ۱ باشد، احمد و حسین نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

1) احمد وضعیت بهتری دارد.

2) حسین وضعیت بهتری دارد.

3) احتیاج به ا طلاعات دیگری می‌باشد.

4) وضعیت مرور یکسان است.

جواب: نمرات را به نمره استاندارد Z تبدیل کرده و نمره Z هر کدام که بیشتر باشد همان فرد وضعیت بهتری دارد.

$Z=\frac{X-\bar{X}}{S}$

از آنجا که میانگین هر دو درس نیاز می‌باشد ما احتیاج به اطلاعات دیگری داریم گزینه (3) صحیح می‌باشد.

۱۰-اگر میانه یک سری اعداد ۱۵ و میانگین آنها ۱۴ باشد، نمای اعداد را محاسبه نمایید.

1) 14/5 2) 17 3) 14 4) 15

جواب: نما = (3 × میانه) – (2 × میانگین)

نما = (3×15)-(2×14)=45-18=17

WWW.FUKA.IR

گزینه (2) صحیح است.

۱۱-اگر در یک جامعه طبیعی میانگین نمرات درس فیزیولوژی ۱۲ و انحراف استاندارد آن ۱/۵ باشد. تعیین کنید دامنه نمرات کسانی که ۱ واحد انحراف استاندارد از میانگین جامعه دارند.

1) 10-14　　2) 12-12/5　　3) 10/5-13/5　　4) 11-12

جواب: زمانی که گفته می‌شود که 1 واحد انحراف استاندارد از میانگین منظور این می‌باشد که یک انحراف معیار در دو طرف میانگین دامنه منظور می‌باشد که پس:

$$\begin{cases} 12+1/5=13/5 \\ 12-1/5=10/5 \end{cases}$$

بنابراین گزینه (3) صحیح است.

۱۲-اگر در مجموع نمرات (۱۴-۱۸-۱۴-۱۲-۱۷-۱۴-۱۱) اکبر نمره ۱۴ و هاشم نمره ۱۱ گرفته باشند، رتبه‌های آنها را تعیین کنید.

ردیف	نمرات	رتبه
1	18	1
2	17	2
3	14	4
4	14	4
5	14	4
6	12	6
7	11	7

1) سوم ـ پنجم

2) چهارم ـ هفتم

3) سوم ـ هفتم

4) سوم ـ ششم

جواب: بایستی در ابتدا نمرات را از بزرگ به کوچک مرتب کرد نمرات 18 و 17 به ترتیب رتبه‌های اول و دوم می‌باشند و رتبه‌های نمرات 14 میانگین رتبه‌های آنها می‌شود بنابراین $\frac{3+4+5}{3}=4$ و رتبه‌های نمرات 12 و 11 به ترتیب ششم و هفتم می‌شود. بنابراین اکبر رتبه چهارم و هاشم رتبه هفتم می‌شود و گزینه 2 صحیح می‌باشد.

۱۳- اگر میانگین یک سری نمرات ۱۴ بوده، در صورتی که نمره Z حسن ۲ و نمره خامش ۱۰ باشد، انحراف استاندارد وی را تعیین کنید؟

1) اطلاعات اشتباه می‌شود　　2) -2　　3) 2　　4) 0

جواب: بایستی فرمول را نوشت و ببینیم که آیا اطلاعات کافی داده شده است یا نه:

$$z=\frac{x-\bar{x}}{s} \Rightarrow 2=\frac{10-14}{s} \Rightarrow s=-2$$

WWW.FUKA.IR

انحراف استاندارد 2- می‌شود ولی چون می‌دانیم که انحراف استاندارد هیچگاه عددی منفی نمی‌شود، بنـابراین گزینـه (1) صحیح است.

تست‌های طبقه‌بندی شده تکمیلی سنجش و اندازه‌گیری

الف) مقیاس0های اندازه‌گیری

۱. نسبت دادن اعداد به مقدار معینی از یک صفت را چه می‌گویند؟

1) ارزشیابی 2) نمره خام ج) اندازه‌گیری د) هدف رفتاری

۲. برای بیان نتایج هر نوع اندازه‌گیری باید:

1) صفت مورد اندازه‌گیری قابل مشاهده باشد.

2) وسیله اندازه‌گیری تهیه شود.

3) مقیاس کمی تعیین گردد.

4) صفت مورد اندازه‌گیری تعریف شود.

۳. مقایسه و داوری براساس اطلاعات بدست آمده درباره فرد را با معیاری معین چه می‌گویند؟

1) هدفهای تربیتی

2) ارزشیابی (سنجش)

3) هدفهای رفتاری عکس‌العمل‌ها

4) استعمال

۴. هدایت مستمر یادگیری از طریق کدامیک از انواع ارزشیابی انجام می‌شود. پیشرفت یادگیرندگان

1) تکوینی 2) ورودی 3) تشخیصی 4) پایانی

۵. در ارزشیابی اطلاعات بدست آمده وقتی مفید است که:

1) به هدف ارزشیابی مربوط باشد (روایی)

2) از خطای اندازه‌گیری بدور باشد (پایانی) دقت و ثبات

WWW.FUKA.IR

3) مقیاس کمی آن تهیه شده باشد

4) الف و ب هر دو صحیح است.

۶. نوع عکس‌العمل دانش‌آموز در مورد مطالب آموخته شده را در حقیقت کدامیک از موارد مشخص می‌کند.

1) اندازه‌گیری 2) ارزشیابی 3) هدفهای رفتاری 4) هدفهای تربیتی

۷. به مجموعه سؤالاتی که اطلاعات مفیدی از رفتار فرد در اختیار می‌گذارد چه می‌گویند؟

1) امتحان 2) پرسشنامه 3) مصاحبه 4) مشاهده

۸. تمام رفتارهایی که به توانایی‌های ذهنی و مهارت‌های عقلانی ارتباط دارند به کدام حیطه مربوطند.

1) عاطفی 2) شناختی 3) روانی 4) انتخاب

۹. آزمونها از چه نظر به پیشرفت تحصیلی و استقرار تحصیلی تقسیم می‌شود.

1) از نظر دقت ساخت 2) از نظر هدف

3) از نظر روش اجرا 4) از نظر رفتار مورد اندازه‌گیری

۱۰. آزمونها از چه نقطه نظر به استاندارد شده و سالم ساخته تقسیم می‌شود.

1) از نظر هدف

2) از نظر دقت ساخت

3) از نظر اجرا

4) موضوع مورد اندازه‌گیری

۱۱. وقتی می‌گوییم نمره احمد ۳ برابر نمره حسن است از چه مقیاسی استفاده شده است؟

1) مقیاس اسمی

2) مقیاس فاصله‌ای

3) مقیاس رتبه‌ای

4) مقیاس نسبی

WWW.FUKA.IR

۱۲. وقتی افراد را از بلندترین به کوتاه‌ترین فرد شماره‌گذاری کنیم از چه مقیاسی استفاده می‌کنیم.

1) فاصله‌ای 2) نسبی 3) اسمی (طبقه‌ای) 4) رتبه‌ای

ب) شاخص‌های گرایش مرکزی

۱۳. اگر در امتحان آمادگی جسمانی مبنای قبولی افراد معدل کلاس باشد و افراد مجاز به قرض دادن نمره به همدیگر باشند، در این صورت

1) حتماً عده‌ای از افراد مردود می‌شوند. 2) حتماً نیمی از افراد رد می‌شوند.

3) امکان قبولی همه وجود دارد. 4) امکان ردی همه افراد وجود دارد.

۱۴. در اعداد فرد بین ۵۰ تا ۷۰ جمع انحرافات از میانگین را بدست آورید.

همیشه جمع انحرافات از میانگین برابر ۰ است.

1) 0/5 2) 1 3) صفر 4) 1/25

۱۵. کدامیک از عبارتهای زیر صحیح است؟

1) هر مجموعه از اعداد حتماً دارای یک یا چند نما هستند.

2) هر مجموعه از رکوردهای خام حتماً دارای یک میانگین، میانه و نما هستند.

3) هر مجموعه از اعداد خام حتماً دارای یک میانگین و چند نما هستند.

4) در منحنی واقع در توزیع طبیعی میانگین، میانه و نما برابرند.

۱۶. در جدول روبرو میانگین و میانه به ترتیب چقدر است؟

x	f
9	3
5	4
7	3

1) 6/2 و 6/42 2) 5/5 و 5/85 3) 6/8 و 6/83 4) 7/3 و 6/16

۱۷. اگر نمره یک دانشجو در درس شنا برابر ۱۴ با ضریب ۳، در درس فوتبال برابر ۱۸ با ضریب ۴ و در هندبال برابر ۱۰ با ضریب ۲ باشد، نمره نهایی وی چقدر است؟

1) 17/12 2) 14/88 3) 19/21 4) 12/8

WWW.FUKA.IR

۱۸. در مسابقه دوی صد متر بالاترین رکورد ۱۱/۱۶ و پایین‌ترین رکورد برابر ۱۰/۲۶ می‌باشد. اگر رکوردها را با فاصله ۰/۱ طبقه‌بندی کنیم، چند طبقه خواهیم داشت؟

1) 10 طبقه 2) 5 طبقه 3) 18 طبقه 4) 9 طبقه

۱۹. دونده‌ای ۲۰ روز یک روز در میان تمرین می‌کند. اگر در روز اول ۸۰۰ متر و در روزهای بعد هر روز ۲۰۰ متر به رکورد خود اضافه کند، که روز آخر چند متر دویده و متوسط دوی وی چقدر است؟

1) 1000 و 900 متر 2) 2800 متر و 2600 متر 3) 1800 و 1300 متر 4) 2600 و 1700 متر

۲۰. میانه و نما در اعداد جدول روبرو چقدر است؟

x	f	cf
8 – 9	1	5
6 – 7	2	4
4 – 5	2	2

1) 6/55، 5/50 و 6/50 2) 5/45، 5/70 و 5/40

3) 6/22، 5/40 و 4/60 4) 5/75، 6/50 و 4/50

۲۱. اگر در یک گروه ۳۰ نفری به رکوردهای ۱۰ نفر اول یک نمره اضافه کنیم و از بقیه رکوردها دو نمره کم کنیم چه تغییری در میانگین حاصل می‌شود؟

1) هیچ تغییری نمی‌کند.

2) یک نمره کم می‌شود.

3) نیم نمره کم می‌شود.

4) احتیاج به اطلاعات بیشتری است.

۲۲. در یک توزیع آماری میانگین کوچکتر از نما و میانه است. این توزیع دارای چه نوع کمی می‌باشد؟

1) کجی مثبت

2) کجی منفی

3) این توزیع فاقد کجی است.

4) با این اطلاعات نمی‌توان نوع کجی را مشخص کرد.

WWW.FUKA.IR

۲۳. اگر فراوانی نسبی طبقه‌ای از یک توزیع فراوانی برابر ۰/۱۲ و فراوانی مطلق آن ۱۵ باشد، تعداد کل داده‌ها چقدر است؟

1) 80 2) 95 3) 125 4) 180

WWW.FUKA.IR

۲۴. جدول زیر توزیع فراوانی رشته‌های ورزشی مورد علاقه دانشجویان یک دانشکده را نشان می‌دهد.

فراوانی نسبی علاقمندان رشته‌های والیبال و شنا چقدر است

رشته ورزشی	فراوانی		
	مرد	زن	
بسکتبال	3	2	5
فوتبال	40	10	50
والیبال	4	8	12
شنا	2	6	8
دومیدانی	4	1	5

1) 0/05

2) 0/10

3) 0/20

4) 0/25

۲۵. ارزش و اهمیت نمرات و رکوردهای به دو ویژگی آماری زیر بستگی دارد؛

1) میانگین و میانه

2) نما و میانه

3) میانگین و نما

4) میانگین و انحراف معیار

در یک منحنی که دارای کجی منفی می‌باشد میانگین به سمت چه نمره‌هایی گرایش دارد؟

۲۶. رابطه مقادیر تمایل مرکزی در کلاسی که اکثر افراد وضعیت خوبی دارند به شکل زیر است: کجی منفی

1) میانگین > میانه > نما　　2) میانه > میانگین > نما

3) نما > میانه > میانگین　　4) نما > میانگین > میانه

۲۷. براساس اطلاعات جدول فراوانی تراکمی درصدی و فراوانی درصدی نسبی طبقه سوم به ترتیب چقدر است؟

x	f	x'	
28 – 30	7	29	40
27 – 25	8	26	33
220 – 24	10	23	25
19 – 21	6	20	15
16 – 18	9	17	9

1) 25% و 60%

2) 62/5% و 25%

3) 62% و 20%

4) 62/5% و 20%

WWW.FUKA.IR

۲۸. ضمن تکمیل جدول زیر میانگین داده را حساب کنید (این طبقه بزرگترین طبقه می‌باشد)

ردیف	x	f
1	190 – 195	2
2	184 – 189	4
3	178 – 183	6
4	172 – 177	3

1) میانگین برابر 179/16

2) میانگین برابر 182/5

3) میانگین برابر 180/25

4) میانگین برابر 181/2

۲۹. اگر میانه یکسری اعداد ۱۵ و میانگین آنها ۱۴ باشد، نما چقدر است؟

1) 14 2) 14/5 3) 15 4) 17

۳۰. کدامیک از روابط زیر یک منحنی نرمال صادق نیست؟

1) $\bar{x} - 1sd < \%47/72 < \bar{x} + 2sd$

2) $\bar{x} - 1sd < \%47/72 < \bar{x}$

3) $\bar{x} - 1sd < \%47/72 < \bar{x} - 1sd$

4) $\bar{x} < \%47/72 < \bar{x} + 2sd$

۳۱. در جدول روبرو چارک دوم چقدر است؟

x	f	
17 – 19	1	9
14 – 16	3	8
11 – 13	4	5
8 – 10	1	1

1) 12 2) 14

3) 13/5 4) 15

۳۲. در جدول روبرو میانه و نما به ترتیب چقدر است؟

x	f	
15 – 17	1	16
12 – 14	4	15
9 – 11	2	11
6 – 8	1	9
3 – 5	8	8

1) 5 و 4 2) 5/5 و 3/5

3) 5/5 و 5/5 4) 5/5 و 5

ج) نمرات استاندارد

۳۳. اگر در یک توزیع $\bar{x} = 8$ و $sd = 2$ و در توزیع دیگر $\bar{x} = 8$ و $sd = 2/5$ باشد، رکورد خام ۱۰ در کدام توزیع بهتر است؟

1) در توزیع اول ارزش بیشتری دارد.

2) در هر دو توزیع دارای یک ارزش است.

3) در توزیع دوم ارزش بیشتری دارد.

WWW.FUKA.IR

4) قابل مقایسه و ارزش‌گذاری نیست.

۳۴. اگر در یک توزیع طبیعی میانگین ۸ و انحراف استاندارد ۲ باشد رکورد فردی که ۱۰ می‌باشد از چند درصد نمرات برتر است؟

1) 74 درصد 2) 84 درصد 3) 54 درصد 4) 64 درصد

۳۵. اگر در امتحان آمادگی جسمانی میانگین برابر ۱۲ و واریانس برابر ۴ باشد، دامنه نمره افرادی که ۲ واحد از میانگین انحراف دارند چقدر است؟

1) 4 تا 20 2) 8 تا 16 3) 12 تا 20 4) 12 تا 16

۳۶. وضعیت افرادی که در یک گروه یک واحد از میانگین انحراف دارند، کدام است؟

1) بین 40 تا 50 درصد 2) بین 30 تا 70 درصد 3) بین 20 تا 80 درصد 4) بین 15 تا 85 درصد

۳۷. در آزمون دوی ۱۶۰۰ متر با میانگین ۴ دقیقه و ۵۵ ثانیه و انحراف معیار ۴۵ ثانیه، رکورد ۵ دقیقه و ۴۰ ثانیه از چند درصد نمرات بالاتر است؟

1) 84/13 2) 2/28 درصد 3) 97/72 درصد 4) 15/87 درصد

۳۸. در آزمون دراز و نشست با میانگین ۴۰ و انحراف معیار ۱۰ کدام رکورد از ۸۴/۱۳ درصد رکوردها بالاتر است؟

1) 60 2) 50 3) 45 4) 30

۳۹. در صورتی که نمره یک دانشجو در آزمون آمادگی جسمانی برابر میانگین کلاس باشد نمره استاندارد Z وی چقدر است؟

1) -1 2) +1 3) صفر 4) -1/5

۴۰. در یک آزمون مهارتی بدمینتون میانگین برابر ۱۱۵ و انحراف معیار ۲۵ می‌باشد. رکورد ۹۰ از چند درصد رکوردها بالاتر است؟

1) حدود 2/5 درصد 2) حدود 97/5 درصد 3) حدود 16 درصد 4) حدود 84 درصد

WWW.FUKA.IR

۴۱. نمره استاندارد T دانشجویی که در قسمت کوپر دارای رکورد برابر میانگین بوده و انحراف معیار کلاس ۲۰۰ باشد چقدر است؟

1) 50 2) 35 3) 45 4) 75

۴۲. اگر میانگین بهره هوشی دانشجویان تربیت بدنی ۱۰۵ باشد و واریانس هوش آنها ۱۴۴ باشد، دامنه هوشی افراد از این جامعه که یک واحد از میانگین جامعه فاصله دارند چقدر است؟

1) 105-117 2) 93-105 3) 93-117 4) 91-119

۴۳. در یک کلاس ۲۶ نفره بالاترین رکورد ۲۲ و پایین‌ترین رکورد ۶ می‌باشد. اگر ۳ نفر دارای رکورد ۲۶ و ۵ نفر دارای رکورد ۶ باشند رتبه این افراد را تعیین کنید.

1) رتبه همه افراد گروه قوی دوم و رتبه همه افراد گروه ضعیف بیست و چهارم است.

2) رتبه همه افراد گروه قوی اول و رتبه همه افراد گروه ضعیف بیست و ششم است.

3) رتبه همه افراد گروه قوی سوم و رتبه همه افراد ضعیف بیست و ششم است.

4) هیچکدام

د) نقاط و مرتبه‌های درصدی

۴۴. در نمره‌های جدول روبرو رکورد چند درصد افراد کمتر از ۹ است؟

x	f
10	4
9	3
8	5
6	2
4	6

1) 80 درصد 2) 65 درصد

3) 74 درصد 4) 68 درصد

۴۵. مرتبه‌های درصدی با نقطه‌های درصدی به صورت زیر از یکدیگر تمایز می‌شوند:

1) اولی رتبه و دومی رکورد است.

2) اولی از راه فرمول بدست می‌آید و دومی رکورد افراد است.

3) اولی کمی و دومی کیفی است.

4) اولی برای ارزشیابی و دومی برای تعیین رتبه فرد در گروه به کار می‌رود.

WWW.FUKA.IR

۴۶. چنانچه فردی در یک آزمون با مقیاس ۱۰۰ امتیاز ۶۸ گرفته باشد نمره وی با مقیاس ۲۰ امتیازی چند است؟

1) 13/6 2) 14/6 3) 15/6 4) 16/6

۴۷. اگر میانگین افراد ۱۷۵ باشد، چنانچه فردی دارای قد ۱۸۵ بوده و انحراف معیار برابر با ۱۰، دارای چه رتبه درصدی است؟

1) حدوداً 94% 2) حدوداً 34% 3) حدوداً 84% 4) حدوداً 44%

۴۸. در یک کلاس با تعداد ۲۰ نفر دانش‌آموز که نمره قبولی ۱۰ می‌باشد، ۸ نفر زیر ۱۰، ۲ نفر ۱۰ و ۱۰ نفر بیشتر از ۱۰ شده‌اند درصدهای قبولی و مردودی این کلاس به ترتیب برابر:

1) 40 درصد و 60 درصد 2) 55 درصد و 45 درصد

3) 60 درصد و 40 درصد 4) 50 درصد و 50 درصد

۴۹. نقطه درصدی ۸۵ در جدول روبرو را با استفاده از فرمول زیر تعیین کنید.

x	f
9 – 10	3
7 – 8	5
5 – 6	6
3 – 4	4
1 – 2	2

$$P_y = L + \frac{P.N - cf}{f}.i$$

1) 6/5 2) 7/5 3) 5/5 4) 8/5

۵۰. در جدول زیر ۷۵ درصد نمرات برتر با چه نمره‌ای متمایز می‌شود؟

x	f
18 – 20	5
15 – 17	6
12 – 14	9
19 – 11	3
6 – 8	7

1) 8/71 2) 16-25

3) 9 4) 16

ه) شاخصهای پراکندگی

۵۱. اگر به رکوردهای آزمون کشش بارفیکس با میانگین ۱۲ و انحراف معیار ۱/۵ دو نمره اضافه کنیم انحراف معیار جدید چقدر است؟

1) 6 2) 3/5 3) 3 4) 1/5

WWW.FUKA.IR

۵۲. از کلیه رکوردهای بدست آمده از آزمون دراز و نشست با میانگین ۴۵ و انحراف معیار ۵ دو نمره کم می‌کنیم. انحراف معیار جدید چقدر است؟

1) 5 2) 7/5 3) 2/5 4) 25

۵۳. دامنه تغییرات را در رکوردهای روبرو حساب کنید. ۶/۹۷ و ۷/۲۳ و ۹/۲۵ و ۸/۱ و ۸

1) -2/29 2) -2/28 3) 2/38 4) 2/29

۵۴. در جدول روبرو انحراف چارکی چقدر است؟

x	f
18 – 20	10
15 – 17	5
12 – 14	15
9 – 11	5
6 – 8	5

1) 2/5

2) 3

3) 3/5

4) 4

۵۵. اگر در یک امتحان آمادگی جسمانی نمره همه افراد به میانگین نزدیک باشد؟

1) دامنه تغییرات صفر است.

2) واریانس رکوردها کوچک است.

3) دامنه تغییرات منفی است.

4) همبستگی رکوردها خیلی پایین است.

۵۶. اگر در یک گروه ۱۰ نفری مجموع انحراف رکوردهای بالاتر از میانگین ۲۵ باشد، انحراف متوسط چند است؟

1) 2/5 2) 12/5 3) 3 4) 5

۵۷. اگر میانگین یکسری از اعداد برابر ۵ باشد، در صورتی که نمره Z علی برابر ۳ و نمره خام وی ۱۱ باشد، واریانس نمرات کدام است؟

1) 6 2) 6/2 3) 6/6 4) 10/5

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

1- گزینه‌ی «3» صحیح است.

2- گزینه‌ی «4» صحیح است.

3- گزینه‌ی «4» صحیح است.

4- گزینه‌ی «1» صحیح است.

5- گزینه‌ی «4» صحیح است.

6- گزینه‌ی «3» صحیح است.

7- گزینه‌ی «2» صحیح است.

8- گزینه‌ی «2» صحیح است.

9- گزینه‌ی «4» صحیح است.

10- گزینه‌ی «2» صحیح است.

11-گزینه‌ی «2» صحیح است.

12- گزینه‌ی «4» صحیح است.

13- گزینه‌ی «3» صحیح است.

14- گزینه‌ی «3» صحیح است.

15- گزینه‌ی «4» صحیح است.

16- گزینه‌ی «3» صحیح است.

17- گزینه‌ی «2» صحیح است.

18- گزینه‌ی «4» صحیح است.

19- گزینه‌ی «4» صحیح است.

20- گزینه‌ی «4» صحیح است.

21- گزینه‌ی «2» صحیح است.

22- گزینه‌ی «2» صحیح است.

WWW.FUKA.IR

23- گزینه‌ی «3» صحیح است.

24- گزینه‌ی «4» صحیح است.

25- گزینه‌ی «4» صحیح است.

26- گزینه‌ی «3» صحیح است.

27- گزینه‌ی «3» صحیح است.

28- گزینه‌ی «2» صحیح است.

29- گزینه‌ی «2» صحیح است.

30- گزینه‌ی «4» صحیح است.

31- گزینه‌ی «4» صحیح است.

32- گزینه‌ی «3» صحیح است.

33- گزینه‌ی «1» صحیح است.

34- گزینه‌ی «1» صحیح است.

35- گزینه‌ی «2» صحیح است.

36- گزینه‌ی «2» صحیح است.

37- گزینه‌ی «4» صحیح است.

38- گزینه‌ی «3» صحیح است.

39- گزینه‌ی «3» صحیح است.

40- گزینه‌ی «2» صحیح است.

41- گزینه‌ی «4» صحیح است.

42- گزینه‌ی «1» صحیح است.

44- گزینه‌ی «3» صحیح است.

45- گزینه‌ی «1» صحیح است.

46- گزینه‌ی «2» صحیح است.

WWW.FUKA.IR

47- گزینه‌ی «1» صحیح است.

48- گزینه‌ی «1» صحیح است.

49- گزینه‌ی «3» صحیح است.

50- گزینه‌ی «3» صحیح است.

51- گزینه‌ی «4» صحیح است.

52- گزینه‌ی «2» صحیح است.

53- گزینه‌ی «4» صحیح است.

54- گزینه‌ی «1» صحیح است.

55- گزینه‌ی «4» صحیح است.

56- گزینه‌ی «2» صحیح است.

57- گزینه‌ی «2» صحیح است.

58- گزینه‌ی «4» صحیح است.

59- گزینه‌ی «1» صحیح است.

WWW.FUKA.IR

فصل دوازدهم: آمار توصیفی

کلمه «**statistics**» که به فارسی آن را «آمار» ترجمه کرده‌اند در اغلب زبان‌ها به دو معنی به کار می‌رود:

الف) به معنی ارقام و اعداد واقعی یا تقریبی درباره اموری از قبیل زاد و مرگ، طلاق و ازدواج، تصادفات رانندگی، میزان محصولات کشاورزی و صنعتی و ... .

ب) به معنی روش‌هایی برای جمع‌آوری، تنظیم و تجزیه و تحلیل اطلاعات عددی درباره موضوعی.

این دو مفهوم با هم ارتباط دارند، در این فصل بیشتر به قسمت «الف» که اغلب آمار توصیفی نامیده می‌شود خواهیم پرداخت. به‌طور کلی در بحث آمار توصیفی به سه قسمت عمدهٔ: 1ـ مفاهیم اولیه 2ـ مشخص‌کننده‌های مرکزی 3ـ مشخص‌کننده‌های پراکندگی 4ـ مشخص‌کننده‌های نسبی پراکندگی می‌پردازیم.

مفاهیم اولیه

علم آمار: به مجموعه‌ای از روش‌ها و مراحل مختلف که برای جمع‌آوری اطلاعات اولیه، دسته‌بندی داده‌ها و تجزیه و تحلیل آن‌ها و در نهایت تفسیر آن‌ها به‌کار می‌رود علم آمار می‌گوییم. علم آمار به دو بخش تقسیم می‌شود:

۱ـ آمار توصیفی: قسمتی از روش‌های آماری است که شامل جمع‌آوری اطلاعات، دسته‌بندی آن‌ها و در انتها نمایش این داده‌ها می‌باشد.

۲ـ آمار استنباطی: قسمتی از روش‌های آماری است که در آن اطلاعات به‌دست آمده از آمار توصیفی را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهند و نتایج حاصل از آن را به کل یا قسمتی از جامعه تعمیم می‌دهند.

جمعیت (جامعه آماری): مجموعه تمام عناصری که حداقل دارای یک ویژگی مشترک هستند و در یک زمان مشخص یا موقعیت مناسب، مورد توجه قرار می‌گیرند را جمعیت یا جامعه آماری می‌گوییم.

جامعه دانشجویان رشته کامپیوتر یا مجموعه دانشجویان رشته حسابداری در مقطع کاردانی یا وزن تمامی نوزادانی که از این لحظه به بعد در بیمارستان‌های ایران متولد می‌شوند یا تمامی نقاط درون یک دایره و ... همگی معرف یک جامعه آماری می‌باشند.

جامعه آماری به دو دسته تقسیم می‌شود:

WWW.FUKA.IR

۱ـ جامعه متناهی: جامعه‌ای که تعداد عناصر آن محدود باشد جامعه متناهی نامیده می‌شود.

۲ـ جامعه نامتناهی: جامعه‌ای که تعداد عناصر آن نامحدود باشد جامعه نامتناهی نامیده می‌شود و خود به دو دسته: جامعه نامتناهی شمارش‌پذیر و جامعه نامتناهی شمارش‌ناپذیر تقسیم می‌شود.

تذکر: اگر جامعه‌ای متناهی باشد، تعداد عناصر آن را اندازه یا حجم جامعه می‌گوییم و با حرف **N** نشان می‌دهیم.

مجموعه دانشجویان رشته‌های حسابداری و کامپیوتر یک جامعه متناهی است، مجموعه وزن تمامی نوزادانی که از این لحظه به بعد در بیمارستان‌های ایران متولد می‌شوند یک جامعه نامتناهی شمارش‌پذیر و مجموعه تمامی نقاط درون یک دایره یک جامعه نامتناهی شمارش‌ناپذیر می‌باشد.

نمونه: بخشی از جامعه آماری را نمونه می‌گوییم یا به بیان دیگر هر زیرمجموعه‌ای از جامعه آماری را یک نمونه می‌گوییم. نمونه به دو دسته تقسیم می‌شود:

۱ـ نمونه ساده: نمونه‌ای است که شخص آمارگر در انتخاب آن میل و سلقیه خود را اعمال کرده است.

۲ـ نمونه تصادفی: نمونه‌ای است که میل و سلیقه شخص آمارگر در انتخاب آن دخالت ندارد.

تذکر: تمامی عناصریک جامعه آماری برای انتخاب شدن به عنوان عضوی از نمونه تصادفی دارای شانس یکسانی می‌باشند.

تذکر: در علم آمار نمونه‌های ساده فاقد ارزش می‌باشند و در این کتاب منظور از نمونه همان نمونه‌های تصادفی است. در صورت متناهی بودن نمونه، تعداد عناصر نمونه را اندازه یا حجم نمونه گویند و با حرف **n** نمایش می‌دهند.

برای خرید سیب به میوه‌فروشی مراجعه می‌کنیم صاحب مغازه تعدادی از این سیب‌ها را در اختیار ما قرار می‌دهد، با بررسی آن‌ها متوجه می‌شویم که نوع آن مرغوب بوده و در نتیجه تصمیم می‌گیریم تا یک جعبه از این سیب‌ها را خریداری کنیم. چنانچه صاحب مغازه به منظور فریب دادن مشتری تمام سیب‌های روی جعبه را با سیب‌های مرغوب پوشانده باشد و بقیه سیب‌ها نامرغوب باشند در این‌صورت استنباط ما مبنی بر مرغوب بودن تمام سیب‌ها نادرست است. در این مثال انتخاب اول یک نمونه تصادفی را در اختیار ما قرار می‌دهد ولی انتخاب دوم به دلیل اعمال میل و سلیقه صاحب مغازه یک نمونه ساده می‌باشد.

صفت: به کمیت یا کیفیتی که متعلق به عناصر جامعه آماری است صفت گفته می‌شود. در حقیقت صفت ویژگی عناصر یک جامعه آماری را بیان می‌کند و به دو دسته تقسیم می‌شود:

WWW.FUKA.IR

1ـ صفت ثابت (صفت مشخصه): صفتی است که بین همه عناصر یک جامعه آماری مشترک است.

2ـ صفت متغیر (صفت آماری): صفتی است که از فردی به فرد دیگر در بین عناصر جامعه آماری می‌تواند تغییر کند و به اختصار به آن متغیر می‌گوییم و با حرف **t** نمایش می‌دهیم.

اگر جامعه آماری را جامعه دانشجویان مقطع کاردانی در نظر بگیریم می‌توان «دانشجو بودن» را صفت مشخصه آن دانست و صفاتی از قبیل: قد، وزن، رنگ مو یا هوش دانشجویان مقطع کاردانی را صفت متغیر یا متغیر به حساب آورد.

تذکر: متغیرها به دو دسته کمی و کیفی تقسیم می‌شوند. متغیرهای کمی آن‌هایی هستند که برایشان ابزار سنجش وجود دارد مانند: قد، وزن، سن، مساحت، حجم، درجه حرارت و ... . متغیرهای کیفی آن‌هایی هستند که برایشان ابزار سنجش وجود ندارد مانند: رنگ چشم، رنگ مو، مرغوبیت، مهارت، هوش و ... .

تذکر: صفات متغیر کمی خود به دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند. اگر مقادیر متغیر کمی قابل شمارش باشد به آن متغیر کمی گسسته می‌گوییم و اگر مقادیر متغیر کمی غیرقابل شمارش باشد به آن متغیر کمی پیوسته می‌گوییم. به عنوان مثال به صفاتی از قبیل تعداد دانشجویان یک کلاس، تعداد اتومبیل‌های شهر تهران، متغیر کمی گسسته و به صفاتی از قبیل طول، وزن، قد، مساحت، زمان، متغیر کمی پیوسته می‌گوییم.

مقیاس‌سازی: اختصاص دادن عدد به متغیرها را مقیاس‌سازی گویند، در حقیقت می‌خواهیم عدد حقیقی **x** را تحت قاعده خاص **F** به متغیر **t** نسبت دهیم یعنی $x = F(t)$. به عنوان مثال می‌توان فرض کرد که دمای اتاق متغیر مورد نظر باشد، در این صورت عدد **x** توسط دماسنج **F** به ویژگی دما اختصاص می‌یابد. برحسب این‌که قاعده **F** چگونه باشد می‌توان چهار مقیاس گوناگون به‌دست آورد.

۱ـ مقایس اسمی: از $x = F(t)$ یک مقیاس اسمی به‌دست می‌آید، هرگاه عدد **x** تنها برای تشخیص اسم یا نام استفاده شود. این مقیاس به کد نیز شهرت دارد. البته قابل ذکر است که از این مقیاس برای مقایسه (بزرگتر، کوچکتر یا چند برابر) یا چهار عمل اصلی حساب نمی‌توان استفاده کرد. به عنوان مثال به اتومبیل‌های موجود در کشور یک شماره اختصاص یافته است، اگر شماره خاصی را در نظر بگیرید این شماره فقط بیانگر این است که اتومبیل مورد نظر از چه نوعی، چه رنگی و ... می‌باشد.

WWW.FUKA.IR

۲ـ مقیاس ترتیبی: از $x = F(t)$ یک مقیاس ترتیبی به‌دست می‌آید، اگر شدت و ضعف متغیر **t** در **x** منعکس شود، می‌توان **x** را برای مقایسه به کار برد ولی نمی‌توان روی آن چهار عمل اصلی حساب را انجام داد.

به عنوان مثال زمانی که مرغوبیت کالایی را با درجه 1، 2 و 3 طبقه‌بندی می‌کنیم مشخص می‌شود که در این‌جا 1 به معنی بهتر از 2 و 2 بهتر از 3 است. اما 1 به معنی دو برابر 2 یا نصف 3 نمی‌باشد.

۳ـ مقایس فاصله‌ای: از $x = F(t)$ یک مقیاس فاصله‌ای به‌دست می‌آید اگر این تابع به‌صورت خطی $x = at + b$ با فرض $a > 0$ باشد، که در آن عرض از مبدأ مخالف صفر است $(b \neq 0)$. این مقیاس دارای سه ویژگی زیر است:

الف) صفر به معنی هیچ نیست.

ب) نسبت حفظ نمی‌شود.

ج) نسبت فاصله‌ها حفظ می‌شود.

به عنوان مثال می‌توان فرض کرد که **t** دمای سه جسم A_1، A_2 و A_3 برحسب سانتی‌گراد به ترتیب برابر با، 10 و 30 است، میزان گرمای این سه جسم با درجه فارنهایت طبق رابطه $x = \frac{9}{5}c + 32$ به ترتیب برابر است با: 32، 50 و 86. با مقایسه این دو مقیاس فاصله‌ای داریم:

اولاً: با مقایس اول میزان گرمای A_1 صفر و با مقیاس دوم 32 است بنابراین در اندازه‌گیری با مقیاس فاصله‌ای صفر به معنی «هیچ» نمی‌باشد و صرفاً جنبه قراردادی دارد.

ثانیاً: با مقایس اول میزان گرمای A_3 سه برابر میزان گرمای A_2 است در حالی‌که در مقیاس دوم چنین نیست.

ثالثاً: در مقیاس اول و هم در مقایس دوم اختلاف میزان گرمای A_2 با A_3 دو برابر اختلاف میزان گرمای A_1 با A_2 است.

۴ـ مقیاس نسبتی: از $x = F(t)$ یک مقیاس نسبتی به‌دست می‌آید اگر این تابع به‌صورت $x = at$ $(a > 0)$ باشد. در این مقیاس صفر به معنی «هیچ» است، نسبت حفظ می‌شود و نسبت فاصله‌ها نیز محفوظ می‌باشد. به‌عنوان مثال فرض کنید وزن سه جسم B_1، B_2 و B_3 به ترتیب برحسب کیلوگرم، 15، 20 و 30 می‌باشد، وزن همین سه جسم برحسب تن، (کیلوگرم * 1000) برابر است با: 15000، 20000 و 30000. ملاحظه می‌شود که در هر دو مقیاس نسبت وزن A_3 به A_1 برابر 2 می‌باشد.

WWW.FUKA.IR

تذکر: مقیاس‌های اسمی و ترتیبی عمدتاً برای متغیرهای کیفی و مقیاس‌های فاصله‌ای و نسبتی برای متغیرهای کمی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

پارامتر: هر ویژگی عددی یک جامعه آماری پارامتر نامیده می‌شود مانند: میانگین جامعه (m)، واریانس جامعه (s^2)، میانه (Md).

داده‌های آماری: فرض کنید می‌خواهیم صفت **t** از یک جمعیت را که معمولاً یک متغیر است مطالعه کنیم، اگر این متغیر را در مورد یکایک افراد جامعه آماری یا نمونه‌ای از آن با مقیاس مناسب اندازه‌گیری کنیم، یک مجموعه از اعداد **x** به‌دست می‌آیند که آن را داده می‌نامند. یا به بیان دیگر اعداد حاصل از اندازه‌گیری صفت مورد نظر در یک نمونه آماری را داده‌های آماری می‌نامند. از آن‌جا که توابع به دو دسته گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند، داده‌ها را نیز به دو دسته تقسیم می‌کنیم: داده‌های گسسته و داده‌های پیوسته. روش ساده برای تشخیص سریع داده‌های گسسته و پیوسته چنین است که اگر بین دو دادهٔ نزدیک به هم و قابل تصور هیچ عددی را نتوان تصور و تجسم کرد، آنگاه داده‌ها را گسسته گوییم، مانند تعداد فرزندان خانواده، و اما اگر بین دو مقدار نزدیک به هم و قابل تصور همواره بتوان عدد دیگری را تصور کرد آنگاه داده‌ها را پیوسته گوییم مانند: طول قامت انسان‌ها.

گرد کردن داده‌های پیوسته: داده‌های پیوسته یک عدد حقیقی است که به‌صورت اعشاری با تعدادی ارقام اعشار بیان می‌شود. منظور از گردن کردن عدد حقیقی x، تا **r** رقم اعشار، به‌دست آوردن یک عدد اعشاری x' با حداکثر **r** رقم اعشار است به طوری‌که داشته باشیم:

$$|x - x'| \le 0/5 \times 10^{-r}$$

قاعده کلی برای گرد کردن یک عدد حقیقی تا r رقم اعشار: برای گرد کردن یک عدد حقیقی تا **r** رقم اعشار ابتدا نصف تقریب را به عدد اضافه کرده و سپس **r** رقم اعشار را نگه می‌داریم و بقیه ارقام را صفر می‌کنیم.

عدد ۶۵۱۲/۹۰۵۶۷ را با تقریب‌های ۱۰۰، ۱، ۰/۱، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ گرد کنید.

الف) $\frac{100}{2} = 50 \Rightarrow 6212/90567 + 50 = 6262/90567 \rightarrow 6200$

ب) $\frac{1}{2} = 0/50 \Rightarrow 6212/90567 + 0/5 = 6213/40567 \rightarrow 6213$

WWW.FUKA.IR

ج) $\frac{0/1}{2}=0/05 \rightarrow 6212/90567+0/05=6212/95567 \rightarrow 6212/9$

د) $\frac{0/01}{2}=0/005 \rightarrow 6212/90567+0/005=6212/91067 \rightarrow 6212/91$

م) $\frac{0/001}{2}=0/0005 \rightarrow 6212/90567+0/00005=6212/90617 \rightarrow 6212/906$

عدد ۸۳/۲۳۴۱۱۳ را تا پنج رقم اعشار گرد کنید.

منظور از گرد کردن تا 5 رقم اعشار همان تقریب 10^{-5} یا 0/00001 می‌باشد پس:

$\frac{0/00001}{2}=0/000005 \Rightarrow 83/234113+0/000005=83/234118 \rightarrow 83/23411$

دسته‌بندی داده‌ها و جدول توزیع فراوانی

در آمار توصیفی بعد از جمع‌آوری داده‌ها، دسته‌بندی داده‌ها در یک جدول انجام می‌گیرد. برای انجام این کار ابتدا نیاز است تا تعاریف زیر را مطرح کنیم:

فراوانی: تعداد دفعات تکرار یک شیء و یا عدد را فراوانی آن شیء یا عدد می‌گوییم و با f_i نشان می‌دهیم.

جدول توزیع فراوانی: متداولترین جدول آماری به جدول فراوانی معروف است که این جدول شامل دو ستون که یکی نشان‌دهنده گروه‌ها و دیگری نشان‌دهنده تعداد دفعات تکرار گروه (فراوانی) می‌باشد.

تذکر: در بررسی جدول توزیع فراوانی دو حالت کلی زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: تعداد داده‌های آماری کم باشد.

حالت دوم: تعداد داده‌های آماری زیاد باشد.

حالت اول:

اگر تعداد داده‌های آماری کم باشد برای دسته‌بندی آن‌ها یک جدول توزیع فراوانی رسم می‌کنیم که در ستون اول مقادیری از متغیر (x_i) را می‌نویسیم و در ستون دوم فراوانی مربوط به هر ستون (f_i) را می‌نویسیم.

تعداد قرص‌های استامینافون که ۲۰ خانواده در عرض یک ماه مصرف می‌کنند به‌صورت زیر داده شده است جدول فراوانی آن را تشکیل دهید.

0, 2, 3, 11, 8, 6, 5, 2, 1, 1, 4, 3, 3, 5, 5, 2, 2, 4, 0

WWW.FUKA.IR

تعداد قرص‌ها (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	8	11
فراوانی $(f_i\ (x_i))$	2	2	4	3	2	3	1	1	1

حالت دوم:

اگر تعداد داده‌های آماری زیاد باشد بایستی داده‌ها را دسته‌بندی کنیم و برای طبقات حدود قائل شویم که برای این منظور چند اصطلاح آماری مورد نیاز را تعریف می‌کنیم.

۱ـ دامنه تغییرات: اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین داده را دامنه تغییرات می‌گوییم و با **R** نشان می‌دهیم:

۲ـ تعداد دسته‌ها: در یک جدول توزیع فراوانی تعداد دسته‌ها را با حرف **K** نشان می‌دهیم و انتخاب آن بستگی به دامنه تغییرات دارد. هرچه دامنه تغییرات بزرگتر باشد تعداد دسته‌ها یا طبقات نیز بیشتر می‌شود.

۳ـ طول دسته: هر دسته از دو عدد تشکیل می‌شود، عدد کوچکتر را کران پایین و عدد بزرگتر را کران بالای آن دسته یا طبقه می‌نامیم. اختلاف بین کران پایین و کران بالای هر طبقه را طول دسته (فاصله طبقه) می‌گوییم و با حرف **C** نشان می‌دهیم.

نکته: طول دسته را می‌توان از رابطه مقابل نیز به‌دست آورد:

$$C = \left\lceil \frac{R}{K} \right\rceil$$

۴ـ مرکز دسته (نماینده طبقه): میانگین کران پایین و کران بالای یک دسته را مرکز دسته می‌گوییم که از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$x_i = \frac{\text{کران بالا + کران پایین}}{2} = \frac{L_i + U_i}{2}$$

نکته: فراوانی مرکز دسته‌ها برابر تعداد اعضایی است که در آن دسته قرار گرفته‌اند.

نکته: تفاضل دو مرکز دسته متوالی برابر است با طول دسته.

داده‌های زیر تعداد تلفن‌های زده شده روزانه به اداره مخابرات در ۳۰ روز یک ماه می‌باشد. جدول فراوانی این ۳۰ داده را تشکیل دهید.

173، 177، 172، 172، 184، 170، 169، 159، 164، 178، 172، 177، 171، 173، 166، 164

WWW.FUKA.IR

169، 171، 180، 156، 169، 169، 170، 177، 180، 166، 161، 170، 162، 154

ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم:

154، 156، 159، 161، 162، 164، 164، 166، 166، 169، 169، 169، 169، 170، 170،170

171،171، 172، 172، 172، 173، 173، 177، 177، 177، 178، 180، 180، 184

سپس عبارات مورد نیاز زیر را محاسبه می‌کنیم:

دامنه تغییرات : $R = \max - \min = 184 - 154 = 30$

تعداد دسته‌ها : $K = 5$ (دلخواه)

طول دسته : $C = \frac{R}{K} = \frac{30}{5} = 6$

حال جدول توزیع فراوانی را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

حدود طبقات	154_160	160_166	166_172	172_178	178_184
فراوانی	3	4	11	8	4

تست: داده‌های آماری با ماکسیمم 85 و می‌نیمم 23 را در 7 طبقه دسته‌بندی کرده‌ایم. حدود طبقه چهارم کدام است؟

1) 49 ـ 54 2) 49 ـ 58 3) 50 ـ 58 4) 50 ـ 59

$\max = 85 \quad , \quad \min = 23 \quad , \quad k = 7$

$R = \max - \min = 85 - 23 = 62$

$C = \left\lceil \frac{R}{K} \right\rceil = \left\lceil \frac{62}{7} \right\rceil = \lceil 8/8 \rceil \quad \Rightarrow \quad C = 9$

بنابراین داریم:

(23_32) : دسته اول (32_41) : دسته دوم

(41_50) : دسته سوم (50_59) : دسته چهارم

پس گزینه چهارم صحیح است.

WWW.FUKA.IR

تست: در جدول توزیع فراوانی داده‌ها، نماینده طبقات اول و دوم و آخر به ترتیب 44، 49 و 84 است تعداد طبقات کدام است؟

1) 7 2) 8 3) 9 4) 10

اگر تعداد طبقات K باشد می‌توان نشان داد:

$x_1 = 44 , x_2 = 49 , \mathbf{K} , x_k = 84$

طول دسته اول $C = x_2 - x_1 = 49 - 44 = 5$

حد پایین دسته اول $L_1 = x_1 - \frac{C}{2} = 44 - 2/5 = 41/5$

حد بالای دسته آخر $U_K = x_K + \frac{C}{2} = 84 + 2/5 = 86/5$

$R = 86/5 - 41/5 = 45$

$C = \left\lceil \frac{R}{K} \right\rceil \Rightarrow K = \left\lceil \frac{R}{C} \right\rceil = \left\lceil \frac{45}{5} \right\rceil \Rightarrow K = 9$

تست: بزرگترین داده در یک جدول فراوانی 50، طول دسته‌ها 6 و تعداد دسته‌ها 5 بوده، ارزش یا اندازه مشترک داده‌های دسته اول با چه عددی بیان می‌شود؟

1) 23 2) 20 3) 22 4) 25

$x_{\max} = 50 \quad , \quad C = 6 \quad , \quad K = 5$

$C = \frac{R}{K} \Rightarrow R = C \cdot K = 6 \times 5 \Rightarrow R = 30$

$R = x_{\max} - x_{\min} \Rightarrow 30 = 50 - x_{\min} \Rightarrow x_{\min} = 20$

دسته اول : $(20-26)$

مرکز دسته اول : $x_1 = \frac{26 + 20}{2} = 23$

WWW.FUKA.IR

تست: یک سری از داده‌های آماری را به **K** دسته تقسیم کرده‌ایم طول هر دسته 24 شده است، اگر به تعداد دسته‌ها یکی افزوده شود طول هر دسته 18 می‌شود، **K** کدام است؟

1) 1　　2) 2　　3) 3　　4) 4

$$C_1 = 24 \Rightarrow C_1 = \frac{R}{K} \Rightarrow 24 = \frac{R}{K} \Rightarrow R = 24K$$

$$C_2 = 18 \Rightarrow C_2 = \frac{R}{K+1} \Rightarrow 18 = \frac{R}{K+1} \Rightarrow R = 18(K+1)$$

با استفاده از دو رابطه فوق می‌توان نشان داد که:

$$24K = 18(K+1) \Rightarrow 24K = 18K + 18 \Rightarrow 6K = 18 \Rightarrow K = 3$$

انواع فراوانی

۱ـ فراوانی مطلق: تعداد عناصر هر دسته یا تعداد دفعات تکرار هر داده را فراوانی مطلق آن دسته یا آن داده می‌نامیم و آن را با F_i نمایش می‌دهیم.

نکته: مجموع فراوانی‌های مطلق با تعداد کل داده‌ها (حجم جامعه) برابر می‌باشد:

$$\sum_{i=1}^{K} f_i = f_1 + f_2 + \mathbf{L} + F_K = N$$

۲ـ فراوانی نسبی: نسبت فراوانی مطلق هر دسته یا هر داده به تعداد کل فراوانی‌ها (حجم جامعه) را فراوانی نسبی آن داده می‌نامیم و آن را با f_{p_i} نمایش می‌دهیم:

$$f_{p_i} = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{K} f_i} = \frac{f_i}{N}$$

نکته: مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است.

$$\sum_{i=1}^{K} f_{p_i} = f_{p_1} + f_{p_2} + \mathbf{L} + f_{p_K} = 1 \quad (\mathbf{K} \text{ تعداد طبقات یا دسته‌ها می‌باشد})$$

نکته: به کمک فراوانی نسبی می‌توان تراکم داده‌ها را در هر دسته مشخص نمود.

WWW.FUKA.IR

۳ـ درصد فراوانی نسبی: درصد فراوانی نسبی هر طبقه عبارت است از حاصل‌ضرب فراوانی نسبی آن طبقه در عدد 100 که آن را با p_i نمایش می‌دهیم.

$$P_i = f_{p_i} \times 100$$

$$\sum_{i=1}^{K} P_i = P_1 + P_2 + \mathbf{L} + P_K = 100 \quad (\mathbf{K} \text{ تعداد طبقات یا تعداد دسته‌ها می‌باشد})$$

۴ـ فراوانی تجمعی: مجموع فراوانی مطلق هر طبقه با فراوانی‌های مطلق طبقات قبلی را فراوانی تجمعی آن طبقه می‌نامیم و آن را با F_{ci} نمایش می‌دهیم.

نکته: فراوانی تجمعی طبقه آخر با حجم کل جامعه برابر است.

نکته: فراوانی تجمعی هر طبقه نسبت به فراوانی تجمعی قبل از خودش صعودی است.

۵ـ فراوانی تجمعی نسبی: نسبت فراوانی تجمعی هر دسته به تعداد کل داده‌ها ($\mathbf{N}$) را فراوانی تجمعی نسبی می‌گوییم و آن را با F_{cpi} نمایش می‌دهیم.

$$F_{cpi} = \frac{F_{ci}}{N}$$

۶ـ درصد فراوانی تجمعی نسبی: عبارت است از حاصل‌ضرب فراوانی تجمعی نسبی هر طبقه در عدد 100 که آن را با P_{ci} نمایش می‌دهیم.

$$P_{ci} = F_{cpi} \times 100$$

وزن ۳۰ بسته گز اصفهان تا نزدیکترین کیلو به‌صورت زیر داده شده است. یک جدول فراوانی کامل با ۸ طبقه به طول‌های مساوی پیدا کنید.

158، 146، 157، 149، 125، 144، 132، 150، 164، 138

119، 163، 176، 138، 126، 168، 144، 152، 148، 136

135، 161، 135، 140، 153، 135، 147، 142، 173، 146

$$R = \max - \min = 176 - 119 = 57 \qquad K = 8$$

WWW.FUKA.IR

$$C = \left\lceil \frac{R}{K} \right\rceil = \left\lceil \frac{57}{8} \right\rceil = 8$$

اکنون نماینده هر طبقه (مرکز دسته) را مشخص می‌کنیم:

$$x_1 = L_1 + \frac{C}{2} = 119 + \frac{8}{2} = 123 \qquad x_2 = L_2 + \frac{C}{2} = (119+8) + \frac{8}{2} = 131$$

$$x_3 = 131 + 8 = 139 \qquad x_4 = 139 + 8 = 147$$

$$x_5 = 147 + 8 = 155 \qquad x_6 = 155 + 8 = 163$$

$$x_7 = 163 + 8 = 171 \qquad x_8 = 171 + 8 = 179$$

سپس جدول فراوانی را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

حدود طبقات	x_i	f_i	f_{pi}	P_i	F_{ci}	F_{cpi}	P_{ci}
119_127	123	3	0/1	10	3	0/1	10
127_135	131	1	0/033	3/3	4	0/133	13/3
135_143	139	8	0/266	26/6	12	0/4	40
143_151	147	8	0/266	26/6	20	0/666	66/6
151_159	155	4	0/133	13/3	24	0/8	80
159_167	163	3	0/1	10	27	0/9	90
167_175	171	2	0/066	6/6	29	0/966	96/6
175_183	179	1	0/033	3/3	30	1	100
$\sum$	-	30	1	100	-	-	-

از جدول فوق می‌توان نتیجه گرفت که حدود 10 درصد بسته‌ها وزنی بین 159_167 کیلوگرم دارند حدود 6/6 درصدوزنی بین 167_175 کیلوگرم دارند (با استفاده از P_i) و می‌توان نشان داد که حدود 90 درصد بسته‌ها وزنی کمتر از 167 کیلوگرم و 80 درصد آن‌ها وزنی کمتر از 159 کیلوگرم دارند (با استفاده از P_{ci}).

تعداد ۱۲۰ داده به‌صورت جدول توزیع فراوانی زیر مشخص شده‌اند، جدول فراوانی آن را تکمیل کنید.

WWW.FUKA.IR

حدود طبقات	1_3	4_6	7_9	10_12
فراوانی مطلق	30	15	45	30

حدود طبقات	x_i	f_i	f_{pi}	P_i	F_{ci}	F_{cpi}	P_{ci}
0/5_3/5	2	30	0/25	25	30	0/25	25
3/5_6/5	5	15	0/125	12/5	45	0/375	37/5
6/5_9/5	8	45	0/375	37/5	90	0/75	75
9/5_12/5	11	30	0/25	25	120	1	100
$\sum$	-	120	1	100	-	-	-

تست: اگر فراوانی نسبی طبقه‌ای 0/15 و فراوانی مطلق همین طبقه 12 باشد فراوانی تجمعی طبقه آخر کدام است؟

1) 60 2) 70 3) 80 4) 90

از آن‌جا که فراوانی تجمعی طبقه آخر همان تعداد کل داده‌هاست پس می‌توان نوشت:

$f_i = 12 \quad , \quad f_{pi} = 0/15$

$$f_{pi} = \frac{f_i}{N} \Rightarrow N = \frac{f_i}{f_{pi}} = \frac{12}{0/15} \Rightarrow N = 80$$

تست: اگر فراوانی تجمعی طبقه پنجم 32 و فراوانی مطلق آن 8 باشد، فراوانی تجمعی طبقه چهارم کدام است؟

1) 24 2) 26 3) 36 4) 40

فراوانی تجمعی طبقه چهارم + فراوانی مطلق طبقه پنجم = فراوانی تجمعی طبقه پنجم

$$f_{c_5} = f_5 + f_{c_4} \Rightarrow 32 = 8 + f_{c_4} \Rightarrow f_{c_4} = 24$$

تست: در جدول زیر کران بالای طبقه سوم و فراوانی نسبی این طبقه کدام است؟

1) 49 و 0/2 2) 49/5 و 0/2 3) 39 و 7 4) 50 و 7

متغیر	23_31	32_40	41_49	50_58	59_67
فراوانی	3	6	7	11	8

WWW.FUKA.IR

از آن‌جا که کران پایین هر طبقه با کران بالای طبقه بعدی برابر نیست پس باید میانگین گرفت:

$$\text{کران بالای دسته سوم} = \frac{49+50}{2} = 49/5$$

و برای به‌دست آوردن فراوانی نسبی دسته سوم داریم:

$$f_{p3} = \frac{f_3}{N} \Rightarrow f_{p3} = \frac{7}{35} = 0/2$$

تست: در یک دسته‌بندی داده‌ها، فراوانی کل برابر 120 و فراوانی‌های نسبی دسته اول و دوم به ترتیب 0/4 و 0/2 می‌باشد فراوانی تجمعی دسته دوم کدام است؟

1) 24 2) 36 3) 48 4) 72

$$N = \sum f_i = 120 \ , \ f_{p1} = 0/4 \ , \ f_{p2} = 0/2$$

$$f_{2p} = \frac{F_2}{N} \Rightarrow f_2 = f_{p2} \times N \Rightarrow f_2 = 0/2 \times 120 = 24$$

$$f_{1p} = \frac{F_1}{N} \Rightarrow f_1 = f_{p1} \times N \Rightarrow f_1 = 0/4 \times 120 = 48$$

$$f_{c2} = f_1 + f_2 = 24 + 48 = 72$$

تست: یک سری از داده‌های آماری را به 3 دسته تقسیم کرده‌ایم اگر فراوانی هر دسته به اندازه 0/2 از دسته قبل بیشتر باشد با شرط این‌که فراوانی دسته اول $\left(\frac{r}{3}-1\right)$ باشد، $\mathbf{r}$ کدام است؟

1) 2/8 2) 3/4 3) 3 4) 3/2

می‌دانیم که $\sum f_{pi} = 1$ پس خواهیم داشت:

$$\left(\frac{r}{3}-1\right)+\left(\frac{r}{3}-1+0/2\right)+\left(\frac{r}{3}-1+0/4\right)=1$$

$$r-3+0/6=1 \Rightarrow r=3/4$$

تست: در 120 داده آماری کوچکترین و بزرگترین مقادیر به ترتیب 35 و 57 می‌باشند، این داده‌ها در 9 طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر 32 درصد داده‌ها کمتر از 45 و همچنین 47 درصد داده‌ها کمتر از 47/5 باشند، فراوانی مطلق دسته وسط کدام است؟

WWW.FUKA.IR

18 (4 16 (3 15 (2 12 (1

$\max = 57 \quad , \quad \min = 35 \quad , \quad N = 120 \quad , \quad K = 9$

$R = 57 - 35 = 22 \quad , \quad C = \frac{R}{K} = \frac{22}{9} = 2/5$

(57/5 و 55) دسته آخر ..... و (47/5 و 45): دسته وسط و ..... و (37/5 و 35): دسته اول

با استفاده از فرضیات مسئله می‌توان فهمید که:

درصد فراوانی نسبی طبقه وسط $= 47 - 32 = 15$

فراوانی مطلق طبقه وسط $= \frac{15 \times 120}{100} \Rightarrow f = 18$

تست: 40 داده آماری در یک جدول توزیع فراوانی با 8 دسته طبقه‌بندی شده است، اگر مجموع فراوانی‌های نسبی تا طبقه هفتم برابر 0/75 باشد آنگاه فراوانی طبقه هشتم کدام است؟

9 (4 10 (3 11 (2 12 (1

$\sum_{i=1}^{8} f_{pi} = 1 \Rightarrow f_{p_1} + \mathbf{L} + f_{p_7} + f_{p_8} = 1 \Rightarrow 0/75 + f_{p_8} = 1 \Rightarrow f_{p_8} = 0/25$

$f_{p_8} = \frac{f_8}{N} \Rightarrow f_8 = 0/25 \times 40 = 10$

نمودارهای فراوانی و تحلیل داده‌ها

گاهی برای ارائه یک تصویر روشن از ماهیت داده‌های مورد اندازه‌گیری، این داده‌ها و مقادیر فراوانی آن‌ها را به صورت نمودار ارائه می‌کنیم. به بیان دیگر، داده‌های موجود در جدول توزیع فراوانی را به‌وسیله ترسیم نمودار به بیننده منتقل می‌کنیم. برخی از نمودارها عبارتند از: 1ـ نمودار میله‌ای 2ـ نمودار سوزنی 3ـ نمودار هیستوگرام (بافت نگار) 4ـ نمودار چند ضلعی یا چند بر فراوانی 5ـ نمودار فراوانی تجمعی 6ـ نمودار دایره‌ای 7ـ نمودار ساقه و برگ.

۱ـ نمودار میله‌ای: برای رسم این نمودار روی محور **x**ها متغیرها (مراکز دسته) و روی محور **y**ها فراوانی مطلق (فراوانی نسبی) همان دسته را قرار می‌دهیم. و سپس روی هر مقدار x_i میله‌ای به ارتفاع فراوانی مطلق (نسبی) رسم می‌کنیم.

WWW.FUKA.IR

تذکر: این نمودار بیشتر برای متغیرهای «کیفی» و «کمی گسسته» مناسب است.

۲ـ نمودار سوزنی: برای رسم این نمودار مانند نمودار میله‌ای عمل می‌کنیم فقط با این تفاوت که از میله استفاده نمی‌کنیم بلکه نقاط (x_i , f_i) را مشخص می‌کنیم.

۳ـ نمودار هیستوگرام: برای رسم این نمودار روی محور **x**ها حدود طبقات (حدود دسته‌ها) و روی محور **y**ها فراوانی (مطلق یا نسبی) دسته‌ها را مشخص می‌کنیم. در حقیقت این نمودارها شامل مستطیل‌هایی می‌باشند که در ارتباط با آن‌ها می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

تذکر: نمودار هیستوگرام برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است.

تذکر: به‌طور کلی نمودار هیستوگرام نمایشی از داده‌های دسته‌بندی شده است که در آن سطح مستطیل‌ها متناسب با فراوانی دسته‌ها می‌باشد. در صورتی‌که طول دسته‌ها (قاعده مستطیل‌ها) در نمودار مستطیلی با یکدیگر برابر باشند ارتفاع مستطیل‌ها (فراوانی دسته‌ها) با یکدیگر مقایسه می‌شوند و اگر طول دسته‌ها متفاوت باشند، مساحت مستطیل‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند، هرچه مساحت یک مستطیل بیشتر باشد تعداد نفراتی که در آن دسته قرار دارند بیشتر است.

۴ـ نمودار چند ضلعی: در این نمودار نقاط (x_i , f_i) را مشخص می‌کنیم، با به هم وصل این نقاط به‌وسیله خط‌های شکسته یک چند ضلعی به‌وجود می‌آید که به آن نمودار چندضلعی یا چندبرفراوانی می‌گوییم.

تذکر: در نمودار چند ضلعی دو دسته با فراوانی‌های صفر به ابتدا و انتهای دسته اضافه می‌کنند (فراوانی مرکز دسته قبل از اولین دسته و مرکز دسته بعد از آخرین دسته را صفر می‌گذاریم) و منظور از آن این است که مساحت زیر چند ضلعی فراوانی برابر مساحت نمودار هیستوگرام است.

تذکر: نمودار چندضلعی برای داده‌های کمی پیوسته مناسب است.

تذکر: نمودار چندضلعی فراوانی را می‌توان با در دست داشتن فراوانی نسبی نیز رسم کرد که آن را چند ضلعی فراوانی نسبی می‌گوییم، در این‌صورت اطلاعات منسجم‌تری در اختیار ما قرار می‌گیرد چون می‌توان فراوانی را با کل جامعه مقایسه کرد.

۵ـ نمودار فراوانی تجمعی: برای رسم این نمودار روی محور **x**ها کران‌های هر دسته (حدود دسته‌ها) قرار می‌گیرد و روی محور **y**ها فراوانی تجمعی (مطلق یا نسبی) قرار می‌گیرد با وصل کردن این نقاط نمودار را رسم می‌کنیم.

تذکر: مقادیر فراوانی‌های تجمعی را به کران بالای هر دسته اختصاص می‌دهیم.

تذکر: نمودار فراوانی تجمعی هیچ‌گاه نزولی نمی‌شود.

تذکر: شیب منحنی در هر دسته، با فراوانی مربوط به همان دسته ارتباط مستقیم دارد.

WWW.FUKA.IR

۶ـ نمودار دایره‌ای: برای رسم این نمودار، دایره‌ای رسم می‌کنیم و مساحت دایره را به قطاع‌هایی تقسیم می‌کنیم که سطح هر قطاع متناسب با مقدار یا فراوانی متغیر مورد نظر است. در این نمودار باید زاویه‌های متناسب با فراوانی دسته‌ها را پیدا کرد، برای این کار اگر فراوانی دسته‌ای برابر F_i باشد زاویه نظیر آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$a_i = \frac{f_i}{N} \times 360$$

تذکر: نمودار دایره‌ای بر مبنای فراوانی نسبی $\left(\frac{f_i}{N}\right)$ رسم می‌شود.

تذکر: نمودار دایره‌ای برای نمایش متغیرهای کیفی مناسب است.

۷ـ نمودار ساقه و برگ: داده‌های آماری معمولاً به‌صورت اعداد می‌باشند و از این اعداد می‌توان نموداری تشکیل داد که نمودار ساقه و برگ نامیده می‌شود، در واقع نمودار ساقه و برگ نموداری است که اعداد، تشکیل‌دهنده آن می‌باشند. این نمودار برای داده‌هایی که تفاوت کوچکترین داده و بزرگترین داده آن از نظر تعداد ارقام کم باشد مناسب است.

نمودار ساقه و برگ داده‌های زیر را تشکیل دهید.

39، 39، 38، 38، 28، 27، 23، 15، 11، 10

65، 58، 52، 46، 46، 45، 44، 41، 40

برای تهیه نمودار ساقه و برگ ارقام داده شده را به دو بخش تقسیم می‌کنیم. ساقه شامل یک یا چند رقم اولیه و برگ که با فاصله کمی جلوتر از ساقه به شکل صعودی قرار می‌گیرد شامل ارقام باقی‌مانده اعداد است. بنابراین در این‌جا ارقام اول داده‌ها یعنی 1، 2، 3، 4، 5 و 6 را به‌عنوان ساقه و بقیه داده‌ها را به عنوان شاخه (برگ) در نظر می‌گیریم.

ساقه	برگ
1	0 1 5
2	3 7 8
3	8 8 9 9
4	0 1 4 5 6 6
5	2 8
6	5

نمودار ساقه و برگ داده‌های زیر را تشکیل دهید.

42/1، 37/2، 30/0، 36/8، 44/9، 37/1، 36/9، 41/0، 36/3

40/2، 33/6، 40/5، 33/2، 36/5، 36/6، 41/2، 37/3، 32/7

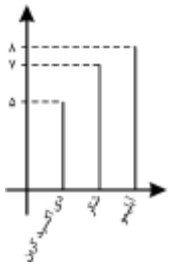
38/6، 35/6، 38/3، 35/9، 40/0، 33/6، 37/5، 37/7، 37/7

WWW.FUKA.IR

ابتدا دو رقم دهگان و یکان را به‌عنوان ساقه و ارقام بعد از ممیز را به‌عنوان برگ برمی‌گزینیم.

ساقه	برگ					
30	0/0					
32	0/7					
33	0/2	0/6	0/6			
35	0/6	0/9				
36	0/3	0/5	0/6	0/8	0/9	
37	0/1	0/2	0/3	0/5	0/7	0/7
38	0/3	0/6				
40	0/0	0/2	0/5			
41	0/0	0/2				
42	0/1					
44	0/9					

تست: نمودار میله‌ای مقابل مربوط به ترکیبات یک نوع نوشیدنی است درصد فراوانی نسبی شکر چقدر است؟



1) 8　　2) 35

3) 40　　4) 25

$$\text{درصد فراوانی نسبی شکر} = \frac{\text{فراوانی شکر}}{\text{فراوانی کل}} \times 100 = \frac{7}{5+7+8} \times 100 = 35$$

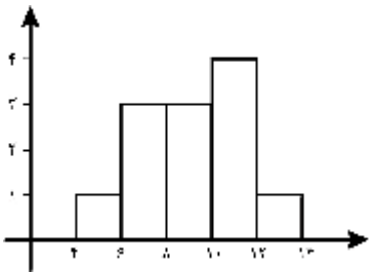
تست: اگر از فراوانی‌های مطلق، یک هیستوگرام کشیده شده باشد، سطح زیر هیستوگرام برابر با مجموع کدام فراوانی است؟

1) نسبی　　2) تجمعی نسبی　　3) تجمعی　　4) مطلق

اگر برای رسم یک هیستوگرام از فراوانی‌های مطلق استفاده کنیم مساحت کل مستطیل‌ها با مجموع فراوانی‌های مطلق برابر می‌شود پس گزینه چهارم صحیح است.

تست: با توجه به نمودار مقابل فراوانی نسبی دسته سوم چه‌قدر است؟

WWW.FUKA.IR



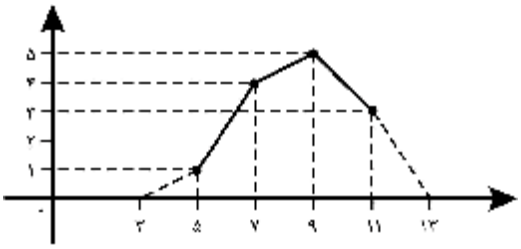
1) 0/3
2) 0/25
3) 0/15
4) 0/2

در هیستوگرام مقابل چون طول دسته‌ها یکسان است پس با توجه به ارتفاع مستطیل‌ها داریم:

$$N = \sum f_i = 1+3+4+1 = 12$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته سوم} = \frac{3}{12} = 0/25$$

تست: با توجه به نمودار چند ضلعی مقابل، سطح زیر نمودار هیستوگرام متناظر با آن کدام است؟

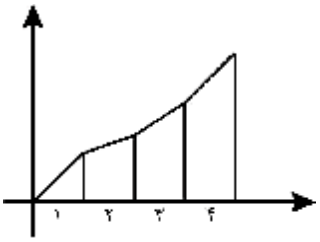


1) 22
2) 25
3) 26
4) 27

می‌دانیم که سطح زیر نمودار یک چندضلعی فراوانی، با مساحت نمودار هیستوگرام (مستطیلی) برابر است پس:

$$S = (2\times1) + (2\times4) + (2\times5) + (2\times3) = 26$$

تست: نمودار تجمعی یک جدول فراوانی با چهار طبقه به‌صورت زیر است، کدام طبقه کمترین فراوانی مطلق را دارد؟

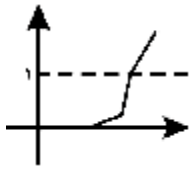


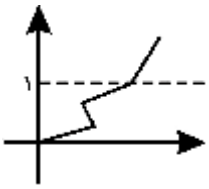
1) 2
2) 1
3) 4
4) 3

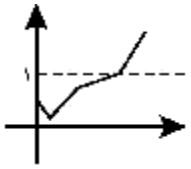
همان‌طور که اشاره شد، شیب خط نمودار فراوانی تجمعی در هر دسته با فراوانی همان دسته رابطه مستقیم دارد. چون شیب نمودار در طبقه دوم از همه شیب‌های دیگر کمتر است پس این طبقه کمترین فراوانی مطلق را دارد بنابراین گزینه اول صحیح است.

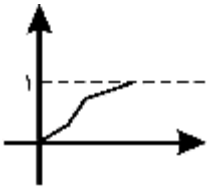
تست: کدام‌یک از نمودارهای زیرنمودار فراوانی تجمعی نسبی است؟

WWW.FUKA.IR

1) 

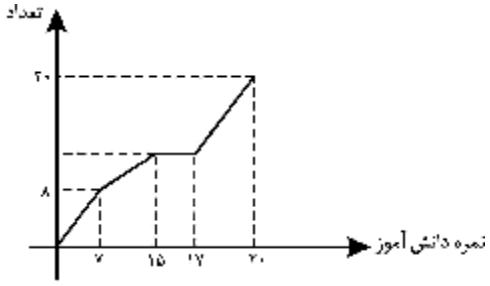
2) 

3) 

4) 

نمودار فراوانی تجمعی نسبی همواره صعودی بوده و سقف نمودار آن از 1 بیشتر نمی‌شود پس گزینه چهارم صحیح است.

تست: با توجه به نمودار مقابل کدام از گزینه‌های زیر درست است؟



1) 8 نفر نمره 6 گرفته‌اند.

2) 2 نفر نمره کمتر از 10 و بیشتر از 8/5 گرفته‌اند.

3) هیچ‌کس نمره بین 15 و 17 نگرفته است.

4) 15 نفر نمره‌ای کمتر از 15 گرفته‌اند.

از آن‌جا که شیب خط نمودار فراوانی تجمعی فوق بین فراوان‌های 15 تا 17 برابر صفر است بنابراین هیچ‌کس نمره‌ای بین 15 تا 17 نگرفته است و گزینه سوم صحیح است.

تست: در انتخابات یک شهر 540000 نفر شرکت کرده‌اند اگر آنان را به 5 گروه سنی تقسیم نموده و با نمودار دایره‌ای نشان دهیم، درصد شرکت‌کنندگان در یک گروه سنی با زاویه قطاع 63 درجه نشان داده می‌شود، این تعداد کدام است؟

1) 94500 2) 94800 3) 95000 4) 94000

$$a_i = \frac{f_i}{N} \times 360 \Rightarrow 63 = \frac{f_i}{540000} \times 360 \Rightarrow f_i = 94500$$

تست: در نمودار دایره‌ای جدول زیر، زاویه مرکزی دسته به نمایندگی 10، برابر 72^0 شده، چند درصد داده‌ها از 11/5 کوچکتر می‌باشند؟

دسته‌ها	2/5_5/5	5/5_8/5	8/5_11/5	11/5_14/5
فراوانی‌ها	8	10	x	6

1) %45 2) %60 3) %40 4) %80

WWW.FUKA.IR

$$N = \sum_{i=1}^{4} f_i = 8 + 10 + x + 6 \quad \Rightarrow \quad N = 24 + x$$

$$a_i = \frac{f_i}{N} \times 360 \quad \Rightarrow \quad 72^0 = \frac{x}{24 + x} \times 360 \quad \Rightarrow \quad 24 + x = 5x \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

$$\Rightarrow \quad N = 24 + 6 = 30$$

تعداد داده‌های کمتر از 11/5 برابر $8+10+6=24$ می‌شود بنابراین درصد داده‌های کمتر از 11/5 برابر است با:

$$\frac{24}{30} \times 100 = \%80$$

تست: توزیع گروه‌های خونی تعدادی از افراد به‌صورت

A	B	AB	O
24	14	10	12

است درصد مساحت مربوط به گروه خونی **O** در نمودار دایره‌ای کدام است؟

1) 15 2) 20 3) 25 4) 40

$$N = 24 + 14 + 10 + 12 \quad \Rightarrow \quad N = 60$$

$$S_i = \frac{f_i}{N} \times 100 \quad \Rightarrow \quad S_o = \frac{12}{60} \times 100 \quad \Rightarrow \quad S_o = \%20$$

تست: برای رسم داده‌هایی که تفاوت کوچکترین و بزرگترین داده آن‌ها از نظر تعداد ارقام کم باشد، کدام نمودار مناسب است؟

1) دایره‌ای 2) ساقه و برگ 3) میله‌ای 4) چندبرفراوانی

گزینه 2 صحیح است.

WWW.FUKA.IR

تست: در نمودار ساقه و برگ، 50 داده بین 10 و 20 می‌باشد که برخی داده‌ها شامل یک رقم اعشار بوده، برگ‌های مربوط به اتصال 14 روی این ساقه به‌صورت 0355556779 14 نمایش داده شده «چند درصد داده‌ها» درست عدد 14/5 بوده‌اند؟

1) 4 2) 8 3) 10 4) 20

با توجه به داده‌های مسئله می‌توان فهمید که تعداد عدد 14/5، 4تا می‌باشد و از طرفی تعداد کل داده‌ها برابر 50 است بنابراین داریم:

$$\text{درصد عدد } 14/5 = \frac{4}{50} \times 100 = 8$$

مشخص‌کننده‌های مرکزی

در هنگامی که داده‌ها طبقه‌بندی می‌شوند هر داده شخصیت فردی خود را از دست می‌دهد و شخصیت گروهی پیدا می‌کند و نماینده هر گروه بازگوکننده کلید داده‌های آن گروه می‌باشد. مشخص‌کننده‌های مرکزی (شاخص‌های مرکزی) معیارهایی هستند که محل تمرکز داده‌ها را معرفی می‌کنند. بنابراین برای محاسبه مشخص‌کننده‌های مرکزی مراکز داده‌ها به عنوان نماینده داده‌هایی که در هر دسته قرار دارند معرفی می‌شوند. مهمترین مشخص‌کننده‌های مرکزی عبارتند از: میانگین، میانه، و چندکها.

میانگین

مشهورترین مشخص‌کننده مرکزی میانگین است. میانگین انواع گوناگون دارد که شش نوع آن عبارتند از: میانگین حسابی، میانگین وزنی (موزون)، میانگین هندسی، میانگین توافقی یا هارمونیک (همساز)، میانگین درجه دوم، میانگین درجه $\mathbf{r}$ ام. در آمار عمدتاً با میانگین حسابی سر و کار داریم و در بحث‌های پس از این بخش هر کجا از میانگین صحبت می‌شود منظور میانگین حسابی است.

1ـ میانگین حسابی

تعدادی از مشاهدات که بیشتر داده‌ها حول آن متمرکز شده‌اند میانگین حسابی نامیده می‌شود. میانگین حسابی مربوط به جامعه را با نماد m و میانگین حسابی مربوط به نمونه را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم. برای محاسبه میانگین باید دقت کرد که آیا داده‌های مورد نظر طبقه‌بندی شده است یا خیر به همین منظور می‌توان نشان داد:

WWW.FUKA.IR

الف) میانگین در داده‌های طبقه‌بندی نشده: میانگین داده‌های $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

ب) میانگین در داده‌های طبقه‌بندی شده: اگر نشان دسته‌ها (مرکز طبقات) $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ باشد و فراوانی مطلق طبقات $f_1 , f_2 , \mathbf{K} , f_n$ باشد (**n** تعداد طبقات است) می‌توان نشان داد:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \mathbf{L} + f_n x_n}{N} = \sum_{i=1}^{n} f_{pi} x_i$$

$$N = \sum_{i=1}^{n} f_i = f_1 + f_2 + \mathbf{L} + f_n$$

میانگین داده‌های زیر را به‌دست آورید.

1 , 7 , 3 , 4 , 11 , 17 , 2 , 8 , 10

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1+7+3+4+11+17+2+8+10}{9} = 7$$

تست: معدل دانش‌آموزی با نمرات 16، 15، 16/5 و 17/5 برحسب درصد چند است؟

1) %81/5 2) %81/25 3) %80 4) %81

معدل همان میانگین حسابی است پس:

$$\bar{x} = \frac{16+15+16/5+17/5}{4} = 16/25$$

با استفاده از تناسب معدل برحسب درصد محاسبه می‌شود:

$$\frac{20 \mid 100}{16/25 \mid x} \Rightarrow x = \frac{16/25 \times 100}{20} = \%81/25$$

تست: میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

حدود طبقات	11_13	14_16	17_19
فراوانی	4	6	2

1) 14/5 2) 14 3) 15 4) 15/5

WWW.FUKA.IR

ابتدا مرکز دسته‌ها (مرکز طبقات) را به‌دست می‌آوریم و سپس می‌توان نوشت:

مرکز دسته	12	15	18
فراوانی	4	6	2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N} = \frac{12\times4 + 15\times6 + 18\times2}{4+6+2} = \frac{48+90+36}{12} = 14/5$$

تست: اگر میانگین داده‌های جدول زیر برابر 4 باشد درصد فراوانی نسبی طبقه آخر کدام است؟

حدود طبقات	0_2	2_4	4_6	6_8
فراوانی	5	7	4	x

1) 24/12

2) 27/27

3) 28/32

4) 29/05

پس از محاسبه مرکز طبقات داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$4 = \frac{(1\times5) + (3\times7) + (5\times4) + (7x)}{5+7+4+x} \Rightarrow 4 = \frac{5+21+20+7x}{16+x}$$

$$\Rightarrow 64+4x = 46+7x \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$

درصد فراوانی نسبی طبقه آخر $= \frac{6}{5+7+4+6}\times100 = \frac{6}{22}\times100$; 27/27

نکات مهم در ارتباط با میانگین حسابی

1ـ در هر جامعه آماری فقط یک میانگین حسابی وجود دارد.

2ـ اگر داده‌های آماری $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ تشکیل یک تصاعد حسابی (عددی) دهند آنگاه:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_n}{2}$$

3ـ میانگین تنها شاخص مرکزی است که اگر به جای کلیه داده‌ها قرار بگیرد مجموع داده‌ها تغییر نخواهد کرد.

4ـ مجموع انحرافات داده‌ها از میانگین برابر صفر است یعنی:

WWW.FUKA.IR

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0 \text{ یا } \sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\bar{x})=0$$

5ـ مجموع مربعات انحرافات داده‌ها از میانگین کمترین مقدار ممکن است یعنی:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\min \text{ یا } \sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\bar{x})^2=\min$$

6ـ اگر همه داده‌های آماری با یک عدد جمع یا تفریق کنیم، میانگین نیز با آن عدد جمع یا تفریق می‌شود.

7ـ اگر همه داده‌های آماری را در یک عدد ضرب یا تقسیم کنیم، میانگین نیز در آن عدد ضرب یا تقسیم می‌شود.

تست: معدل حدسی تعدادی نمره 11 در نظر گرفته شده تفاوت آن از یکایک نمرات 5−، 1−، 3 و 7 گردیده معدل واقعی نمرات چه عددی است؟

1) 7 2) 10 3) 12 4) 15

اگر x_4، x_3، x_2 و x_1 نمرات مورد نظر باشند خواهیم داشت:

$$\begin{array}{lll} x_1-11=-5 & \Rightarrow & x_1=6 \\ x_2-11=-1 & \Rightarrow & x=10 \\ x_3-11=3 & \Rightarrow & x_3=14 \\ x_4-11=7 & \Rightarrow & x_4=18 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \bar{x}=\frac{6+10+14+18}{4}=12$$

تست: میانگین 4 درس یک دانش‌آموز هر کدام با ضریب 1 برابر 15/5 است، نمره درس پنجم وی که با ضریب 2 منظور می‌گردد چه عددی باشد تا میانگین 5 درس وی 16/5 گردد؟

1) 18/25 2) 18/5 3) 18/75 4) 19

فراوانی 4 درس اول یک و فراوانی درس پنجم برابر 2 است پس:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i} \Rightarrow 16/5=\frac{(4\times 15/5)+(2x)}{4+2} \Rightarrow 16/5\times 6=62+2x \Rightarrow x=18/5$$

تست: میانگین 5 داده آماری برابر 37/3 و میانگین 6 داده آماری دیگر برابر 45 می‌باشد، میانگین این 11 داده آماری کدام است؟

1) 41 2) 41/25 3) 41/5 4) 41/75

WWW.FUKA.IR

نکته: اگر میانگین **n** داده برابر **x** و میانگین **m** داده برابر **y** باشد آنگاه میانگین کل $(m+n)$ داده) برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{nx + my}{n+m}$$

بنابراین داریم:

$$\bar{x} = \frac{(5\times 37/5) + (6\times 45)}{(5+6)} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 41/5$$

تست: اگر میانگین داده‌های $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ برابر $2a$ باشد میانگین، $2x_1 - a , 2x_2 - a , \mathbf{K} , 2x_n - a$ کدام است؟

1) صفر　　2) $4a$　　3) $\mathbf{a}$　　4) $3a$

تمام داده‌ها در عدد 2 ضرب شده و از همه آن‌ها عدد **a** کاسته شده است پس میانگین برابر است با:

$$\bar{X}_{\text{جدید}} = 2\bar{x} - a \quad \Rightarrow \quad \bar{X} = 2(2a) - a = 3a$$

تست: میانگین نمرات یک دانشجو برابر 15 است، اگر به هر یک از نمرات این دانشجو به اندازه 20 درصد آن نمره را اضافه کنیم میانگین داده‌های جدید کدام است؟

1) 15　　2) 16　　3) 17　　4) 18

منظور از 20% همان 0/2 می‌باشد بنابراین:

$$\bar{X} = \bar{x} + 0/2\bar{x} \quad \Rightarrow \quad \bar{X} = 1/2\bar{x} \quad \Rightarrow \quad \bar{X} = 1/2\times 15 = 18$$

تست: اگر میانگین داده‌های $x_1 - 1 , x_2 - 2 , \mathbf{K} , x_n - n$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانگین داده‌های $x_1 + 1 , x_2 + 2 , \mathbf{K} , x_n + n$ کدام است؟

1) $\bar{x} + \frac{n+1}{2}$　　2) $2\bar{x}$　　3) $\bar{x} + \frac{n(n+1)}{2}$　　4) $\bar{x} + n + 1$

$$\bar{x} = \frac{(x_1 - 1) + (x_2 - 2) + \mathbf{L} + (x_n - n)}{n} = \frac{(x_1 + x_2 + \mathbf{L} + x_n) - (1 + 2 + \mathbf{L} + n)}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \mathbf{L} + x_n}{n} - \frac{n(n+1)/2}{n} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_1 + x_2 + \mathbf{L} + x_n}{n} = \bar{x} + \frac{n+1}{2}$$

$$\bar{X} = \frac{(x_1 + 1) + (x_2 + 2) + \mathbf{L} + (x_n + n)}{n} = \left(\frac{x_1 + x_2 + \mathbf{L} + x_n}{n}\right) + \frac{(n+1)}{2}$$

WWW.FUKA.IR

$$\bar{X} = \bar{x} + \frac{n+1}{2} + \frac{(n+1)}{2} \quad \Rightarrow \quad \bar{X} = \bar{x} + (n+1)$$

تست: اگر میانگین داده‌های $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ برابر 4 باشد $\sum_{i=1}^{n} (3x_i - 6)$ کدام است؟

1) صفر 2) $6n$ 3) 3 4) $3n+6$

عبارت $\sum_{i=1}^{n} (3x_i - 6)$ را می‌توان به‌صورت زیر هم نوشت:

$$\sum_{i=1}^{n} (3x_i - 6) = \sum_{i=1}^{n} (3x_i - 12 + 6) = 3\sum_{i=1}^{n} (x_i - 4) + \sum_{i=1}^{n} 6$$

از آن‌جا که مجموع انحرافات داده‌ها از میانگین برابر صفر است پس:

$$\sum_{i=1}^{n} (3x_i - 6) = 3(0) + \sum_{i=1}^{n} 6 = 6n$$

2ـ میانگین وزنی (موزون)

چنانچه داده‌ها دارای ارزش نسبی یکسان نباشند میانگین حسابی نمی‌تواند مقدار واقعی متوسط را مشخص کنید در این گونه موارد برای مشخص کردن معدل یا مقدار متوسط از میانگین وزنی استفاده می‌کنیم. اگر $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ دارای ارزش‌های $w_1 , w_2 , \mathbf{K} , w_n$ باشند میانگین وزنی آن‌ها عبارت است از:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \mathbf{L} + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \mathbf{L} + w_n}$$

تست: دانشجویی در یک ترم در درس 3 واحدی آمار نمره 18، در درس 2 واحدی زبان نمره 17/5، در درس 3 واحدی ریاضی نمره 19 و در درس تک واحدی تنظیم خانواده نمره 12 گرفته است، میانگین یا معدل این دانشجو در این ترم کدام است؟

1) 16/62 2) 17/5 3) 18/25 4) 17/75

WWW.FUKA.IR

از آن‌جا که واحدهای تمام دروس یکسان نیست پس هر کدام از دروس دارای ارزش نسبی خاصی می‌باشند بنابراین:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{4} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = \frac{(3\times18)+(2\times17/5)+(3\times19)+(1\times12)}{3+2+3+1} = 17/5$$

تست: معدل یک دانشجو در 7 درس 16/7 بوده اگر نمره یک درس 4 واحدی که 18 بوده است حذف شود معدل 6 درس باقیمانده او کدام است؟ (سه درس باقیمانده 3 واحدی و سه درس دیگر 2 واحدی می‌باشند.)

1) 16/35 2) 16/6 3) 16/2 4) 16/15

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{7} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{7} w_i} \Rightarrow 16/7 = \frac{\sum_{i=1}^{7} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{7} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{7} w_i x_i}{19}$$

$$\sum_{i=1}^{7} w_i x_i = 16/7\times19 \Rightarrow \sum_{i=1}^{6} w_i x_i = 16/7\times19 - 4\times18 = 317/3 - 72 = 245/3$$

$$\bar{X}_w = \frac{\sum_{i=1}^{6} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{6} w_i} = \frac{245/3}{(3\times3)+(3\times2)} = \frac{245/3}{15} = 16/35$$

3ـ میانگین هندسی

اگر داده‌ها به‌صورت درصد، نسبت، شاخص نرخ رشد و ... بیان شده باشند آنگاه میانگین حسابی نمی‌تواند مقدار واقعی متوسط داده‌ها را مشخص کند در این حالت باید از میانگین هندسی استفاده کرد. روش محاسبه میانگین هندسی برای داده‌های طبقه‌بندی شده و طبقه‌بندی نشده متفاوت است بنابراین می‌توان نشان داد:

الف) میانگین هندسی داده‌های طبقه‌بندی نشده: اگر $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ همگی مثبت باشند داریم:

$$(G)\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \mathbf{L} \cdot x_n} = \sqrt{\prod_{i=1}^{n} x_i}$$

WWW.FUKA.IR

ب) میانگین هندسی داده‌های طبقه‌بندی شده: اگر $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ همگی مثبت باشند داریم:

$$(G)\bar{x}_G = \sqrt[N]{x_1^{F_1} \cdot x_2^{F_2} \cdot \mathbf{L}\ x_n^{F_n}} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{n} x_i^{F_i}}$$

نکته: اگر از میانگین هندسی در دو قسمت فوق لگاریتم (در مبنای 10) بگیریم و از خواص لگاریتم استفاده کنیم آنگاه خواهیم داشت:

$$\log(\bar{x}_G) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n} \qquad \log(\bar{x}_G) = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \log x_i}{N}$$

میانگین هندسی اعداد ۱۲۸، ۱۲۵، ۵ و ۲ را به‌دست آورید.

$$\bar{x}_G = \sqrt[4]{2\times5\times125\times128} = \sqrt[4]{2\times5\times5^3\times2^7} = \sqrt[4]{2^8\times5^4} = 2^2\times5 = 20$$

میانگین هندسی داده‌های جدول زیر برابر کدام می‌باشد؟

حدود طبقات	1_3	5_7	8_10	11_13
فراوانی	1	2	1	2

ابتدا مراکز طبقات را پیدا می‌کنیم و سپس می‌نویسیم:

$$\bar{x}_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{4} x_i^{f_i}} = \sqrt[6]{2^1\times6^2\times9^1\times12^2} = \sqrt[6]{2^1\times2^2\times3^2\times3^2\times2^4\times3^2}$$

$$\bar{x}_G = \sqrt[6]{2\times2^6\times3^6} = 2\times3\sqrt[6]{2} = 6\sqrt[6]{2}$$

قیمت نوعی کالا در چهار سال گذشته برحسب تومان به ترتیب ۱۰۰، ۱۵۰، ۳۰۰ و ۸۰۰ بوده است قیمت این کالا به‌طور متوسط سالیانه چند برابر شده است؟

نسبت قیمت‌های هر سال به سال قبل عبارتند از $\frac{150}{100}$، $\frac{300}{150}$ و $\frac{800}{300}$ آنگاه با استفاده از رابطهٔ میانگین هندسی داریم:

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{\frac{150}{100}\times\frac{300}{150}\times\frac{800}{300}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

یعنی قیمت این کالا به‌طور متوسط سالیانه 2 برابر شده است.

WWW.FUKA.IR

تست: شاخص قیمت محصولی در سال 1371، 400 و در سال 1373، 900 تومان بوده است، متوسط نرخ تورم در این فاصله زمانی کدام بوده است؟

1) 25% 2) 125% 3) 75% 4) 50%

$$\bar{x}_G = \sqrt{\frac{72^{\text{سال}}}{71^{\text{سال}}} \times \frac{73^{\text{سال}}}{72^{\text{سال}}}} = \sqrt{\frac{73^{\text{سال}}}{71^{\text{سال}}}} = \sqrt{\frac{900}{400}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

چون $\bar{x}_G = \frac{3}{2}$ است پس متوسط نرخ تورم این محصول در 2 سال ذکر شده برابر 50% می‌باشد.

تست: با تغییر مدیریت در یک فروشگاه بزرگ، فروش در سال اول دو برابر سال قبل، در سال دوم سه برابر سال اول و در سال سوم چهار برابر سال اول شده است به‌طور متوسط، فروش از آغاز مدیریت چند برابر شده است؟

1) سه برابر 2) بیش از سه برابر

3) قدری کمتر از سه برابر 4) دو برابر

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{\frac{\text{سال اول}}{\text{سال قبل}} \times \frac{\text{سال دوم}}{\text{سال اول}} \times \frac{\text{سال سوم}}{\text{سال دوم}}} = \sqrt[3]{2 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{3}} = 2$$

دقت کنید که:

$$\frac{\text{سال سوم}}{\text{سال اول}} = 4 \Rightarrow \frac{\text{سال سوم}}{\text{سال دوم}} = \frac{\text{سال سوم}}{\text{سال اول}} \times \frac{\text{سال اول}}{\text{سال دوم}} = 4 \times \frac{1}{3}$$

سرمایه یک شرکت $12/5 \times 10^6$ تومان است سرمایه شرکت بعد از یکسان ۱۸٪ نسبت به سال قبل اضافه می‌شود و اگر در سال سوم ۱۴٪ نسبت به سال دوم و در سال چهارم ۲۲٪ نسبت به سال سوم افزایش یابد مطلوب است متوسط رشد سرمایه این شرکت در سه سال گذشته.

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = \sqrt[3]{\frac{\text{سال دوم}}{\text{سال اول}} \times \frac{\text{سال سوم}}{\text{سال دوم}} \times \frac{\text{سال چهارم}}{\text{سال سوم}}} = \sqrt[3]{1/18 \times 1/14 \times 1/22}$$

از آن‌جا که محاسبه ریشه سوم عدد فوق کاری دشوار است می‌توان از بحث لگاریتم نیز استفاده کرد یعنی:

$$\log \bar{x}_G = \frac{1}{3}(\log 1/18 + \log 1/14 + \log 1/22) \Rightarrow \bar{x}_G \; ; \; 1/178$$

یعنی به‌طور متوسط 8/17 درصد افزایش داشته است.

WWW.FUKA.IR

4ـ میانگین توافقی (هارمونیک)

چنانچه داده‌ها به‌صورت میزان تغییرات (مانند سرعت، شتاب و ...) بیان شده باشند در این‌صورت میانگین‌های حسابی و هندسی نمی‌تواند مقدار متوسط واقعی داده‌ها را مشخص کنند. برای این نوع داده‌ها میانگین توافقی مناسب است. میانگین توافقی نیز برای داده‌های طبقه‌بندی شده و طبقه‌بندی نشده متفاوت می‌باشد و می‌توان نشان داد:

الف) میانگین توافقی داده‌های طبقه‌بندی نشده: اگر $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ همگی هم علامت و مخالف صفر باشند داریم:

$$(H)\bar{x}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \mathbf{L} + \frac{1}{x_n}}$$

ب) میانگین توافقی داده‌های طبقه‌بندی شده: اگر $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ همگی هم‌علامت و مخالف صفر باشند داریم:

$$(H)\bar{x}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{f_1 + f_2 + \mathbf{L} + f_n}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \mathbf{L} + \frac{f_n}{x_n}}$$

تذکر: اگر داده‌ها نسبت‌هایی باشند که صورت و مخرج آن‌ها دارای واحد متفاوت هستند ولی صورت نسبت‌ها مساوی است در این صورت از میانگین توافقی استفاده می‌کنیم ولی اما اگر مخرج نسبت‌ها مساوی باشند از میانگین حسابی استفاده می‌کنیم.

تذکر: اگر داده‌ها دارای وزن باشند میانگین توافقی آن‌ها به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(H)\bar{x}_H = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{x_i}} = \frac{w_1 + w_2 + \mathbf{L} + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \mathbf{L} + \frac{w_n}{x_n}}$$

اتومبیلی سه قطعه از یک تونل را با سرعت‌های ۵۰، ۶۰ و ۷۰ کیلومتر در ساعت طی می‌کند:

الف) اگراین سه قطعه از تونل طول‌های یکسان داشته باشند سرعت متوسط این اتومبیل درون تونل چقدر است؟

ب) اگر به ترتیب $\frac{1}{5}$، $\frac{2}{5}$ و $\frac{2}{5}$ تونل را با سرعت‌های داده شده طی کند سرعت متوسط آن درون تونل چقدر است؟

الف) چون طول‌های هر سه قطعه از تونل یکسان است می‌توان نوشت:

WWW.FUKA.IR

$$\bar{x}_H = \frac{3}{\frac{1}{50}+\frac{1}{60}+\frac{1}{70}} \Rightarrow \bar{x}_H = 58/88$$

ب) چون طول‌های سه قطعه از تونل یکسان نمی‌باشد پس داده‌ها دارای ارزش نسبی یکسانی نمی‌باشند و می‌توان نوشت:

$$\bar{x}_H = \frac{\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}}{\frac{\frac{1}{5}}{50}+\frac{\frac{2}{5}}{60}+\frac{\frac{2}{5}}{70}} \Rightarrow \bar{x}_H = 61/05$$

تست: اتومبیلی زمان حرکت خود را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کند، اگر در این چهار قسمت به ترتیب با سرعت‌های 30، 50، 45 و 75 کیلومتر در ساعت حرکت کند سرعت متوسط اتومبیل چقدر است؟

1) $45\ \frac{km}{h}$ 2) $50\ \frac{km}{h}$ 3) $55\ \frac{km}{h}$ 4) $60\ \frac{km}{h}$

از آن جا که واحد صورت و مخرج داده‌ها $\left(\frac{km}{h}\right)$ یکسان نیست و مخرج نسبت‌ها $\left(\frac{t}{4}\right)$ یکسان می‌باشد می‌توان از میانگین حسابی استفاده کرد و نوشت:

$$\bar{x} = \bar{V} = \frac{30+50+45+75}{4} = \frac{200}{4} = 5\ \frac{km}{h}$$

تست: اتومبیلی مسافت بین دوشهر را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده است و در این چهار قسمت به ترتیب با سرعت‌های 30، 50، 45 و 75 کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند، سرعت متوسط این اتومبیل چقدر است؟

1) $45\ \frac{km}{h}$ 2) $50\ \frac{km}{h}$ 3) $55\ \frac{km}{h}$ 4) $60\ \frac{km}{h}$

واحد صورت و مخرج داده‌ها $\left(\frac{km}{h}\right)$ یکسان نیست ولی مقدار صورت نسبت‌ها یکسان است بنابراین از میانگین توافقی استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:

$$\bar{x}_H = \bar{V} = \frac{4}{\frac{1}{30}+\frac{1}{50}+\frac{1}{45}+\frac{1}{75}} = 45\ \frac{km}{h}$$

تست: فرض کنید در یک مسافرت، 100 کیلومتر را با قطار با سرعت متوسط 70 کیلومتر در ساعت و 700 کیلومتر را با کشتی با سرعت متوسط 45 کیلومتر در ساعت و 150 کیلومتر را با تاکسی با سرعت متوسط 110 کیلومتر در ساعت و

WWW.FUKA.IR

900 کیلومتر را با هواپیما با سرعت متوسط 600 کیلومتر در ساعت طی نموده باشیم، سرعت متوسط در طول این مسافرت برای کل این مسافت چقدر است؟

1) 107 2) 206/25 3) 111/3 4) 93/2

$$\bar{x}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{4} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{100+700+150+900}{\frac{100}{70}+\frac{700}{45}+\frac{150}{110}+\frac{900}{600}}$$

$$\bar{x}_H = 93/2 \frac{km}{h}$$

تست: سه ماشین کالای یکسانی را تولید می‌کنند، اولی یک کالا را در 3 دقیقه، دومی در 4 دقیقه و سومی در 12 دقیقه تولید می‌کنند، اگر این سه ماشین با هم کار کنند به‌طور متوسط یک کالا در چند دقیقه تولید می‌شود؟

1) 4 2) کمتر از 4 3) اندکی بیشتر از 4 4) 4/5

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{4+3+1}{12}} = \frac{3}{\frac{8}{12}} = \frac{36}{8}$$

$\bar{x}_H = 4/5$ دقیقه

WWW.FUKA.IR

5ـ میانگین درجه 2

میانگین درجه 2 برای هر نوع داده‌ای قابل محاسبه است و میانگین درجه دوم داده‌های $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ عبارت است از:

$$(Q)\bar{x}_Q = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n}\left(x_1^2 + x_2^2 + \mathbf{L} + x_n^2\right)}$$

$$(Q)\bar{x}_Q = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i\, x_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N}\left(f_1 x_1^2 + f_2 x_2^2 + \mathbf{L} + f_n x_n^2\right)}$$

نکته: اگر داده‌ها دارای ارزش یکسانی نباشند میانگین درجه 2 آن‌ها به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$(Q)\bar{x}_Q = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i^2} \quad , \quad 0<w<1 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

میانگین درجه ۲ داده‌های ۷، ۵، ۵، ۴ و ۲ را به‌دست آورید.

$$\bar{x}_Q = \sqrt{\frac{2^2+4^2+5^2+5^2+7^2}{5}} \; ; \; 4/88$$

6ـ میانگین درجه r

چنانچه $\mathbf{r}$ یک عدد صحیح غیرصفر باشد آنگاه میانگین درجه $\mathbf{r}$ ام به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{x}_r = \sqrt[r]{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^r} = \sqrt[r]{\frac{1}{n}\left(x_1^r + x_2^r + \mathbf{L} + x_n^r\right)}$$

$$\bar{x}_r = \sqrt[r]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i\, x_i^r} = \sqrt[r]{\frac{1}{N}\left(f_1 x_1^r + f_2 x_2^r + \mathbf{L} + f_n x_n^r\right)}$$

نکته: اگر داده‌ها دارای ارزش یکسانی نباشند میانگین درجه $\mathbf{r}$ ام آن‌ها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{x}_r = \sqrt[r]{\sum_{i=1}^{n} w_i\, x_i^r} \quad , \quad 0<w_i<1 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

نکته: میانگین درجه $\mathbf{r}$، کاملترین نوع میانگین است. انواع دیگر میانگین‌ها حالت‌های خاص این میانگین می‌باشند.

نکته: رابطه زیر همواره بین میانگین های مختلف برقرار است:

$$\bar{x}_H \le \bar{x}_G \le \bar{x} \le \bar{x}_Q$$

WWW.FUKA.IR

میانه

میانه کمیتی است که در وسط صف منظم داده‌ها قرار دارد. یا به بیان دیگر میانه عددی است که نصف داده‌ها از آن بزرگتر و نصف دیگر داده‌ها از آن کوچکتر می‌باشند و آن را با نماد Md نمایش می‌دهیم. روش محاسبه میانه برای داده‌های طبقه‌بندی شده و طبقه‌بندی نشده متفاوت است و می‌توان نشان داد:

الف) میانه داده‌های طبقه‌بندی نشده: ابتدا داده‌های $x_1 , x_2 , \mathbf{K} , x_n$ را به‌صورت صعودی مرتب می‌کنیم ردیف میانه از رابطه $\frac{n+1}{2}$ به‌دست می‌آید و خود میانه را می‌توان با استفاده از فرمول‌های زیر به‌دست آورد:

$$Md = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & : \text{فرد } n \\ \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right) & : \text{زوج } n \end{cases}$$

ب) میانه داده‌های طبقه‌بندی شده: ابتدا ستون فراوانی تجمعی را تشکیل می‌دهیم، اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $\frac{N}{2}$ باشد طبقه میانه‌دار نامیده می‌شود، پس از مشخص کردن طبقه میانه‌دار، میانه را از فرمول زیر به‌دست می‌آوریم:

$$Md = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{ci-1}}{f_i} \right) \times C$$

L_i : کران پایین طبقه میانه‌دار f_i : فراوانی مطلق طبقه میانه‌دار

F_{ci-1} : فراوانی تجمعی طبقه ماقبل میانه‌دار C : فاصله طبقات (طول دسته)

میانه و ردیف میانه داده‌های زیر را به‌دست آورید.

1 2 0 3 3 4 5

ابتدا داده‌ها را به‌صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

0 1 2 3 3 4 5

$$\text{ردیف میانه} = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

یعنی چهارمین عدد در وسط صف منظم داده‌ها قرار دارد. چون تعداد داده‌ها $(n = 7)$ فرد است بنابراین:

WWW.FUKA.IR

$$Md = x_{\frac{n+1}{2}} = x_4 \quad \Rightarrow \quad Md = 3$$

میانه و ردیف میانه داده‌های زیر را به‌دست آورید.

9 7 8 6 8 10 9 9 5 7

تعداد داده‌ها $(n=10)$ زوج می‌باشد پس بعد از مرتب کردن داده‌ها به‌صورت صعودی می‌توان نوشت:

5 6 7 7 8 8 9 9 9 10

$$\text{ردیف میانه} = \frac{n+1}{2} = \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5/5$$

شماره ردیف میانه عددی اعشاری است که بین دو عدد صحیح متوالی 5 و 6 می‌باشد پس پنجمین و ششمین داده در صف منظم داده‌ها دو عددی می‌باشند که در وسط صف منظم قرار دارند. از آن‌جا که تعداد داده‌ها زوج است برای محاسبه میانه داریم:

$$Md = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right) = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{10}{2}} + x_{\frac{10}{2}+1}\right) = \frac{1}{2}\left(x_5 + x_6\right)$$

$$Md = \frac{1}{2}(8+8) = 8$$

تست: میانه داده‌های $\left\{2^n \mid x \in N \ , \ n \le 10\right\}$ کدام است؟

1) 32 2) 48 3) 36 4) 64

داده‌های مورد نظر عبارتند از:

$2^1 , 2^2 , 2^3 , \mathbf{K} , 2^{10}$

تعداد داده‌ها زوج می‌باشد پس میانه آن‌ها عبارت است از:

$$Md = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}\left(2^5 + 2^6\right) = \frac{1}{2}(32+64) = 48$$

تست: میانگین داده‌های $3 , 5 , x , 1 , 2$ برابر 3 است، میانه این داده‌ها کدام است؟

1) 3/5 2) 2/5 3) 3 4) 4/5

$$\bar{x} = \frac{1+2+x+3+5}{5} \quad \Rightarrow \quad 3 = \frac{11+x}{5} \quad \Rightarrow \quad x = 4$$

WWW.FUKA.IR

$$Md = x_{\frac{n+1}{2}} \quad \Rightarrow \quad Md = x_3 = 3$$

چون بعد از مرتب کردن داده‌ها خواهیم داشت: $1, 2, 3, 4, 5$.

تست: در یک جامعه آماری فواصل داده‌ها از یکدیگر 4، بیشترین داده 42 و تعداد داده‌ها برابر 10 است میانه این داده‌ها چقدر است؟

1) 20　　2) 22　　3) 24　　4) 26

داده‌های آماری فوق تشکیل تصاعد عددی با جمله آخر $a_{10} = 42$، قدرنسبت $d = 4$ و تعداد جملات $n = 10$ است از آن‌جا که تعداد داده‌ها زوج می‌باشد میانگین دو داده وسطی برابر میانه است بنابراین:

$$Md = \frac{a_5 + a_6}{2} = \frac{\left(a_{10} - 5d\right) + \left(a_{10} - 4d\right)}{2} = \frac{2a_{10} - 9d}{2} = \frac{2(42) - 9(4)}{2}$$

$$Md = 42 - 18 = 24$$

نکته: اگر داده‌های گسسته همراه با فراوانی باشند برای محاسبه میانه ابتدا ستون فراوانی تجمعی را تشکیل می‌دهیم اگر تعداد داده‌ها فرد باشد $t = \frac{N+1}{2}$ و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد $t = \frac{N}{2}$ می‌گیریم و مقدار **t** بین دو فراوانی تجمعی و یا مساوی یکی از فراوانی‌های تجمعی است در این‌صورت:

فرد : $F_{ci-1} < t \le F_{ci} \quad \Rightarrow \quad Md = x_i$

زوج :
$$\left.\begin{array}{l} F_{ci-1} < t < F_{ci} \quad \Rightarrow \quad Md = x_i \\ t = F_{ci} \quad \Rightarrow \quad Md = \frac{1}{2}\left(x_i + x_{i+1}\right) \end{array}\right\}$$

جدول توزیع فراوانی زیر، میانه هر جدول را به‌دست آورید.

الف)

x_i	6	7	8	9	10
f_i	2	3	1	7	2
F_{ci}	2	5	6	13	15

ب)

x_i	6	7	8	9	10
f_i	2	3	2	3	2
F_{ci}	2	5	7	10	12

ج)

x_i	6	7	8	9	10
f_i	2	3	2	5	2
F_{ci}	2	5	7	12	14

WWW.FUKA.IR

الف) چون $N=2+3+1+7+2=15$ فرد است پس $t=\frac{N+1}{2}=8$ و در این‌صورت:

$$6<t<13 \quad \Rightarrow \quad Md=9$$

$x_i=9$ نشان دسته‌ای است که فراوانی تجمعی آن $F_{ci}=13$ است.

ب) چون $N=2+3+2+3+2=12$ زوج است پس $t=\frac{N}{2}=6$ و در این‌صورت:

$$5<t<7 \quad \Rightarrow \quad Md=8$$

$x_i=8$ نشان دسته‌ای است که فراوانی تجمعی آن $F_{ci}=7$ می‌باشد.

ج) چون $N=2+3+2+5+2=14$ زوج است پس $t=\frac{N}{2}=7$ در این صورت:

$$t=F_{ci}=7 \quad \Rightarrow \quad Md=\frac{1}{2}\left(x_i+x_{i+1}\right)=\frac{1}{2}(8+9)=8/5$$

تست: میانه در داده‌های جدول زیر کدام است؟

x_i	5	12	15	20
f_i	6	8	12	4

1) 10　　2) 13/5

3) 15　　4) هیچ‌کدام

ابتدا ردیف فراوانی تجمعی را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

x_i	5	12	15	20
f_i	6	8	12	4
F_{ci}	6	14	26	30

از آن‌جا که $N=6+8+12+4=30$ زوج است بنابراین:

$$t=\frac{N}{2}=\frac{30}{2}=15 \quad \Rightarrow \quad 14<t<26 \quad \Rightarrow \quad Md=15$$

میانه داده‌های زیر را به‌دست آورید.

حدود طبقات	20_40	40_60	60_80	80_100	100_120
فراوانی	6	9	11	14	20

ابتدا فراوانی تجمعی هر طبقه را به‌دست می‌آوریم:

حدود طبقات	20_40	40_60	60_80	80_100	100_120
فراوانی	6	9	11	14	20
فراوانی تجمعی	6	15	26	40	60

WWW.FUKA.IR

چون داده‌های مورد نظر طبقه‌بندی شده‌اند پس اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر از $\frac{N}{2}=\frac{60}{2}=30$ است را طبقه میانه‌دار می‌گوییم، طبقه میانه‌دار طبقه چهارم خواهد بود سپس می‌توان نوشت:

$$Md = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{ci-1}}{f_i} \right) \times C$$

$$Md = 80 + \left(\frac{\frac{60}{2} - 26}{14} \right) \times 20 = 80 + \left(\frac{4}{14} \right) \times 20 = 85/71$$

میانه را از توزیع جدول زیر حساب کنید.

حدود طبقات	10_25	25_40	40_55	55_70	70_85	85_100
فراوانی‌ها	6	20	44	26	3	1

داده‌های مورد نظر طبقه‌بندی شده‌اند پس ابتدا فراوانی‌های تجمعی را می‌یابیم و سپس مانند قبل عمل می‌کنیم:

CL	10−25	25−40	40−55	55−70	70−85	85−100
f_i	6	20	44	26	3	1
F_{ci}	6	26	70	96	99	100

از آن‌جا که $\frac{N}{2}=50$ پس طبقه سوم طبقه میانه‌دار می‌باشد و:

$$Md = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{ci-1}}{f_i} \right) \times C = 40 + \left(\frac{50-26}{44} \right)(15) = 40 + \left(\frac{24}{44} \right) 15 = 48/18$$

WWW.FUKA.IR

نکات مهم در ارتباط با میانه

1ـ در هر جامعه آماری فقط یک میانه وجود دارد.

2ـ اگر یک عدد ثابت به تمام داده‌ها اضافه یا کم شود آن عدد به میانه نیز اضافه یا کم می‌شود.

3ـ اگر یک عدد ثابت در تمام داده‌ها ضرب یا تقسیم شود آن عدد در میانه نیز ضرب یا تقسیم می‌شود.

4ـ اگر در بین داده‌ها، داده‌ای وجود داشته باشد که اختلاف آن با بقیه داده‌ها زیاد است از میانه به عنوان شاخص مرکـزی استفاده می‌کنیم.

5ـ از نظر هندسی میانه خطی عمود به معادله $x = Md$ است که نمودار هیستوگرام را از نظر سطح به دو قسـمت مسـاوی تقسیم می‌کند.

6ـ عبارت $\sum_{i=1}^{n} |x_i - Md|$ و $\sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - Md|$ همواره می‌نیمم است.

تست: میزان سود شرکت سهامی گیتا در شش سال گذشته برحسب درصد فروش به ترتیب 4، 2، 3، 4، 26 و 0 می‌باشد کدام‌یک از کمیت‌های زیر به عنوان شاخص مرکزی وضع سودآوری شرکت را بهتر نشان می‌دهد؟

1) 3/5 2) 3 3) 4 4) 7

در بین داده‌های موجود چون اختلاف داده 26 با بقیه زیاد است پس باید از شاخص مرکزی میانه استفاده کنیم:

$$Md = \frac{3+4}{2} = 3/5$$

تست: میانه 4 عدد x_1 , x_2 , x_3 , x_4 برابر a است میانه اعداد $2-\frac{x_4}{3}$، $2-\frac{x_3}{3}$، $2-\frac{x_2}{3}$ و $2-\frac{x_1}{3}$ کدام است؟

1) $2-a$ 2) $-\frac{a}{3}$ 3) $\frac{a}{3}-2$ 4) $2-\frac{a}{3}$

تمام اعداد در عدد $-\frac{1}{3}$ ضرب و با عدد 2 جمع شده‌اند پس میانه آن‌ها برابر می‌شود با:

$$Md = 2-\frac{a}{3}$$

تست: با استفاده از داده‌های زیر اگر عبارت $\sum_{i=1}^{n} |a-x_i|$ می‌نیمم شود مقدار آن کدام است؟

3 , 1 , 0 , 1 , 2 , 2 , 4 , 3 , 1

1) 2 2) 1 3) -1 4) 9

WWW.FUKA.IR

عبارت $\sum_{i=1}^{n}|a-x_i|=\sum_{i=1}^{n}|x_i-a|$ زمانی می‌نیمم می‌شود که a میانه اعداد باشد. پس ابتدا اعداد را به‌صورت صعودی مرتب می‌کنیم و چون تعداد آن‌ها فرد می‌باشد می‌توان نوشت:

$0,1,1,1,2,2,3,3,4$

$$Md=a=\frac{x_{9+1}}{2}=x_5 \quad \Rightarrow \quad a=2$$

حال می‌توان نشان داد که:

$$\sum_{i=1}^{9}|a-x_i|=|2-0|+|2-1|\times 3+|2-2|\times 2+|2-3|\times 2+|2-4|$$
$$=2+3+0+2+2=9$$

مد (نما)

مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را در میان داده‌ها داشته باشد و آن را با نماد Mo نمایش می‌دهیم. روش محاسبه مد یا نما در داده‌های طبقه بندی شده و طبقه‌بندی نشده متفاوت است بنابراین خواهیم داشت:

الف) مد یا نمای داده‌های طبقه‌بندی نشده: در یک مجموعهٔ داده‌ها عددی که بیشترین فراوانی را داشته باشد نما یا مد داده‌ها است. اگر فراوانی همه داده‌ها یکسان باشد مد وجود ندارد و اگر چند داده دارای بیشترین فراوانی باشند همه آن‌ها را مد می‌نامیم.

ب) مد یا نمای داده‌های طبقه‌بندی شده: ابتدا طبقه‌ای که بیشترین فراوانی مطلق را دارد مشخص می‌کنیم این طبقه را طبقه مددار می‌نامیم سپس مد را با استفاده از فرمول زیر به‌دست می‌آوریم:

$$Mo=L_i+\left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right)\times C$$

L_i : کران پایین طبقه مددار

C : فاصله طبقات (طول دسته)

$d_2=f_i-f_{i+1}$: تفاضل فراوانی مطلق طبقه مددار از فراوانی طبقه بعد

$d_1=f_i-f_{i-1}$: تفاضل فراوانی مطلق طبقه مددار از فراوانی طبقه قبل

تست: در داده‌های آماری $5,2,1,3,5,9,8,3,3,5,3$ مجموع میانه و مد چقدر است؟

1) 4　　2) 6　　3) 7　　4) 8

WWW.FUKA.IR

ابتدا داده‌ها را به‌صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

1 2 3 3 3 3 5 5 5 8 9

$Md = x_{\frac{11+1}{2}} = x_6 \quad \Rightarrow \quad Md = 3 \qquad\qquad Mo = 3$

$Md + Mo = 3+3 = 6$

تست: در جدول داده‌های مقابل تفاوت مد از میانگین کدام است؟

داده‌ها	12	14	16	18	20
فراوانی	2	3	2	2	1

1) 0/4 2) 0/7 3) 1/2 4) 1/4

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{(2\times12)+(3\times14)+(2\times16)+(2\times18)+(1\times20)}{2+3+2+2+1} = \frac{24+42+32+36+20}{10}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{154}{10} = 15/4 \quad \text{و} \quad Mo = 14$$

$\bar{x} - Mo = 15/4 - 14 = 1/4$

تست: مد در جدول مقابل کدام است؟

حدود دسته	2_4	5_7	8_10	11_13
f_i	2	5	8	5

1) 13 2) 8/5 3) 17/5 4) 18

بیشترین فراوانی مطلق مربوط به دسته سوم می‌باشد پس این دسته را دسته مددار می‌نامیم و با استفاده از فرمول زیر مد را محاسبه می‌کنیم:

حدود دسته	1/5_4/5	4/5_7/5	7/5_10/5	10/5_13/5
f_i	2	5	8	5

$$Mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right)\times C$$

$$Mo = 7/5 + \left(\frac{(8-5)}{(8-5)+(8-5)}\right)\times 2 = 7/5 + \left(\frac{3}{6}\right)(2) = 8/5$$

WWW.FUKA.IR

مد را از توزیع زیر حساب کنید.

نمرات	10_25	25_40	40_55	55_70	70_85	85_100
فراوانی‌ها	6	20	44	26	3	1

با توجه به این‌که دسته سوم بیشترین فراوانی مطلق را دارد می‌توان نوشت:

$$Mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \times C$$

$$d_1 = f_i - f_{i-1} = 44 - 20 = 24$$

$$d_2 = f_i - f_{i+1} = 44 - 26 = 18$$

$$Mo = 40 + \left(\frac{24}{18+24}\right) \times (15) = 40 + \frac{24 \times 15}{42} = 48/57 \;;\; 49$$

تست: هزینه 100 خانوار در جدول زیر مندرج است، اگر مد توزیع برابر 24 باشد فراوانی‌های مجهول کدامند؟

1) $y = 25 \;,\; x = 19$ 2) $y = 19 \;,\; x = 25$

3) $y = 27 \;,\; x = 17$ 4) $y = 17 \;,\; x = 27$

هزینه	0_10	10_20	20_30	30_40	40_50
تعداد خانوار	4	x	37	y	15

تعداد خانوارها برابر 100 می‌باشد بنابراین:

$$4 + x + 37 + y + 15 = 100 \;\Rightarrow\; x + y = 44$$

به دلیل $Mo = 24$، طبقه سوم طبقه مددار می‌باشد بنابراین داریم:

$$Mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \times C$$

$$24 = 20 + \left(\frac{37 - x}{(37 - x) + (37 - y)}\right) \times 10 \;\Rightarrow\; 4 = 10\left(\frac{37 - x}{74 - (x + y)}\right)$$

با قرار دادن $x + y = 44$ به‌دست می‌آید:

WWW.FUKA.IR

$$4=10\left(\frac{37-x}{74-44}\right) \Rightarrow 4=\frac{37-x}{3} \Rightarrow \begin{matrix} x=25 \\ y=19 \end{matrix}$$

نکات مهم در ارتباط با مد یا نما

1ـ در یک جامعه آماری ممکن است مد منحصر به فرد نباشد.

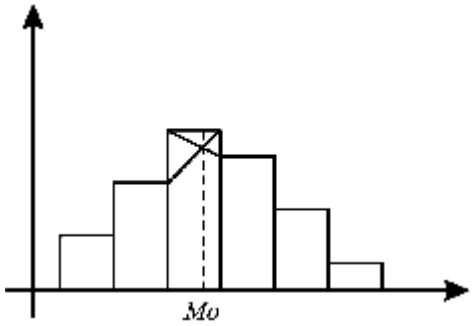
2ـ اگر جامعه چند مدی باشد مد شاخص معتبری نیست.

3ـ اگر به تمام داده‌ها یک مقدار ثابت اضافه یا کم کنیم به مد نیز همان مقدار ثابت اضافه یا کم می‌شود.

4ـ اگر تمام داده‌ها در یک مقدار ثابت ضرب یا تقسیم شوند مد نیز در آن ضرب یا تقسیم می‌شود.

5ـ در بین شاخص‌های مرکزی مد از اهمیت کمتری برخوردار است در صورتی که در داده‌های کیفی مد تنها شاخص مرکزی است.

6ـ برای تعیین مد به روش ترسیمی ابتدا منحنی هیستوگرام فراوانی را رسم می‌کنیم. مطابق شکل زیر دو انتهای بالایی بلندترین مستطیل را به انتهای رئوس مستطیل‌های مجاور وصل می‌کنیم پای عمود محل برخورد این دو خط همان مد یا نما می‌باشد.



تست: با توجه به داده‌های آماری 14، 10، 10، 9 و 7 اندازه کدام شاخص زیر با تعداد اندازه داده 9 به 10 تغییر خواهد کرد؟

1) دامنه تغییرات 2) میانه 3) میانگین 4) نما

با تغییر اندازه داده 9 به 10دامنه تغییرات، میانه و نما تغییر نمی‌کند ولی میانگین تغییر می‌کند پس گزینه سوم صحیح است.

تست: ششمین عددی که با قرار گرفتن در بین داده‌های 6، 5، 4، 3 و 2 موجب می‌شود، میانگین، میانه و مد آن‌ها برابر گردد چیست؟

WWW.FUKA.IR

1) 6 2) 5 3) 4 4) 3

اگر ششمین عدد را a در نظر بگیریم a حتماً باید یکی از اعداد 6، 5، 4، 3 و 2 باشد چون در غیر این‌صورت مد نخـواهیم داشت بنابراین عدد a مد می‌شود و به دلیل این‌که مد، میانه و میانگین برابر هستند خواهیم داشت:

$$a, 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow Mo = a$$

$$\bar{x} = \frac{a+2+3+4+5+6}{6} = \frac{20+a}{6}$$

$$\bar{x} = Mo = a \Rightarrow \frac{20+a}{6} = a \Rightarrow 20+a = 6a \Rightarrow a = 4$$

حال اگر به جای **a** در داده‌ها عدد 4 را جایگذاری کنیم به وضوح دیده می‌شود که میانه، میانگین و مد با هم برابر هستند یعنی 4 می‌باشند.

مقایسه بین میانگین، میانه و مد

1ـ یک شاخص مرکزی هنگامی با ارزش است که بر کلیه داده‌ها متکی باشد. بزرگترین برتری میانگین، همـین اسـت کـه بر کلیه داده‌ها متکی می‌باشد در صورتی که میانه و مد این‌طور نمی‌باشند.

2ـ میانگین نسبت به میانه و مد پایدارتر است بدان معنی که اگر از جامعـه‌ای نمونـه‌هـای متفـاوتی گرفتـه شـود نوسـات میانگین پس از محاسبه از نوسانات میانه و مد کمتر است.

3ـ اگر داده‌هایی که در ابتدا یا انتهای توزیع گرفته‌اند از سایر داده‌ها به‌طور قابـل ملاحظـه‌ای فاصـله داشـته باشـند بهتـر است از میانه به‌عنوان شاخص مرکزی استفاده کنیم چون میانگین از مقدار متوسط واقعی دور خواهد بود.

4ـ اگر به ابتدا یا انتهای جامعه دسترسی نداشته باشیم از میانه استفاده می‌کنیم.

چندک‌ها

اگر داده‌ها را به‌صورت صعودی مرتب کنیم چندک‌ها کمیت‌هایی هستند کـه دامنـه تغییـرات را بـه فواصـل چنـدکی بـه گونه‌ای تقسیم می‌کنند که فراوانی‌ها در هر یک از فاصله‌ها درصد مشخصی از فراوانی کل را تشکیل می‌دهند.

چندک مرتبه **P** که در آن $0 < P < 1$، کمیتی است که **100P** درصد داده‌ها از آن کوچکتر یا با آن مساوی می‌باشند و آن را با نماد Q_P نمایش می‌دهیم چندک‌ها را برحسب مقادیر گوناگون **P** به سه گروه عمدهٔ زیر تقسیم می‌کنیم:

WWW.FUKA.IR

۱ـ چارک‌ها: چارک‌ها دامنه تغییرات را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنند و به ازای $P = 0/25 , 0/5 , 0/75$ به‌دست می‌آیند و آن‌ها را با Q_1، Q_2 و Q_3 نمایش می‌دهیم.

۲ـ دهک‌ها: دهک‌ها دامنه تغییرات را به ده قسمت مساوی تقسیم می‌کنند و به ازای $P = 0/1 , 0/2 , \mathbf{K} , 0/9$ به‌دست می‌آیند و آن‌ها را با $D_1 , D_2 , \mathbf{K} , D_9$ نمایش می‌دهیم.

۳ـ صدک‌ها: صدک‌ها دامنه تغییرات را به صد قسمت مساوی تقسیم می‌کنند و به ازای $P = 0/01 , 0/02 , \mathbf{K} , 0/99$ به‌دست می‌آیند و آن‌ها را با $P_1 , P_2 , \mathbf{K} , P_{99}$ نمایش می‌دهیم.

نکته: همواره می‌توان چارک‌ها و دهک‌ها را برحسب صدک‌ها بیان کرد به عنوان مثال: میانه همان چارک دوم یا دهک پنجم یا همان صدک پنجاهم است. چارک اول همان صدک بیست و پنجم است. دهک چهارم همان صدک چهارم است:

$$Md = Q_2 = Q_5 = P_{50} \quad , \quad Q_1 = P_{25} \quad , \quad Q_4 = P_{40}$$

نکته: از آن‌جا که چارک‌ها و دهک‌ها را می‌توان برحسب صدک‌ها بیان کرد بنابراین روش محاسبه صدک‌ها همان روش محاسبه چارک‌ها و دهک‌ها باشد که به ازای $\mathbf{P}$های خاص به‌دست می‌آیند. روش محاسبه چندک‌ها برای داده‌های طبقه‌بندی شده و طبقه‌بندی نشده متفاوت است و می‌توان نشان داد:

الف) چندک‌ها در داده‌های طبقه‌بندی نشده: اگر $\mathbf{n}$ داده را به‌صورت صعودی $x_1 \le x_2 \le \mathbf{L} \le x_n$ مرتب کنیم برای محاسبه Q_P (صدک $100P$ام) ابتدا، $(n+1)P$ را به‌دست می‌آوریم اگر حاصل این عبارت برابر عدد صحیح $\mathbf{Z}$ شود در این‌صورت $Q_P = x_Z$، یعنی چندک مورد نظر عدد Zام در صف داده‌های مرتب شده می‌باشد و اگر $(n+1)P$ عدد صحیح نباشد (عدد اعشاری باشد) در این صورت قسمت صحیح آن را با Z و قسمت اعشاری آن را با $\mathbf{W}$ نشان می‌دهیم و چندک مورد نظر برابر می‌شود با میانگین وزنی Zامین و $(Z+1)$امین دادهٔ صف منظم داده‌ها و به‌صورت زیر به‌دست می‌آید: $Q_P = (1-w)x_Z + wx_{Z+1}$

تذکر: محل چندک مورد نظر در داده‌های طبقه‌بندی نشده با توجه به این‌که $P = 0/01 , 0/02 , \mathbf{K} , 0/99$ می‌باشد از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{محل چندک} = np + \frac{1}{2}$$

WWW.FUKA.IR

ب) چندک‌ها در داده‌های طبقه‌بندی شده: روش محاسبه چندک‌ها در داده‌های طبقه‌بندی شده کاملاً مشابه روش محاسبه میانه برای این داده‌ها است. برای محاسبه Q_P (صدک $100P$ام) ابتدا با استفاده از **NP** اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا برابر **NP** باشد را مشخص می‌کنیم و به آن طبقه Q_P می‌گوییم و سپس با استفاده از فرمول زیر Q_P را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_P = L_i + \left(\frac{NP - F_{ci-1}}{f_i} \right) \times C$$

$Q_P\ L_i$: کران پایین طبقه $Q_P\ f_i$: فراوانی مطلق طبقه

$Q_P\ F_{ci-1}$: فراوانی تجمعی طبقه ماقبل C : فاصله طبقات (طول دسته)

برای داده‌های ۳، ۴، ۴، ۵، ۷، ۶، ۱، ۲، ۳، ۴، ۷، ۲، ۰ عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) میانه (Q_2)، ب) چارک اول (Q_1)، ج) دهک سوم (D_3)، د) صدک 71 ام (P_{71}).

در ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم:

0 , 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 4 , 4 , 4 , 5 , 6 , 7 , 7

حال می‌توان نوشت:

الف) $P = 0/5 \Rightarrow (n+1)P = (13+1)(0/5) = 7$: عدد صحیح می‌باشد

$\Rightarrow Q_2 = x_7 = 4$

ب) $P = 0/25 \Rightarrow (n+1)P = (13+1)(0/25) = 3/5 = 3 + 0/5 \Rightarrow z = 3 \ , \ w = 0/5$

$Q_1 = (1-w)x_z + wx_{z+1} = (1-0/5)(2) + 0/5(2) = 2$

ج) $P = 0/3 \Rightarrow (n+1)P = (13+1)(0/3) = 4/2 = 4 + 0/2 \Rightarrow z = 4 \ , \ w = 0/2$

$D_3 = (1-0/2)(2) + 0/2(3) = 2/2$

د) $P = 0/71 \Rightarrow (n+1)P = (13+1)(0/71) = 9/94 = 9 + 0/94 \Rightarrow z = 9 \ , \ w = 0/94$

$\Rightarrow P_{71} = (1-0/94)(4) + 0/94(5) = 4/94$

برای داده‌های زیر:

WWW.FUKA.IR

64 , 23 , 18 , 33 , 47 , 92 , 81 , 5 , 10

محل و مقدار هر یک از عبارت‌های خواسته شده را به‌دست آورید.

الف) چارک سوم　　ب) دهک ششم　　ج) صدک سی و نهم

ابتدا داده‌ها را به‌صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

5 , 10 , 18 , 23 , 33 , 47 , 64 , 81 , 92

سپس به محاسبه عبارت‌های فوق می‌پردازیم:

الف) چارک سوم = صدک هفتاد و پنجم $\Rightarrow \quad P = 0/75$

محل چندک $= nP + \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad (Q_3)$ محل چارم سوم $= 0/75(9) + \frac{1}{2} = 7/25$

$(n+1)P = (9+1)(0/75) = 7/5 = 7 + 0/5 \quad \Rightarrow \quad z = 7 \quad , \quad w = 0/5$

$Q_3 = (1-w)x_z + wx_{z+1} = (1-0/5)(64) + (0/5)(81) = 72/5$

ب) دهک ششم = صدک شصتم $\Rightarrow \quad P = 0/6$

(D_6) محل دهک ششم $= (0/6)(9) + \frac{1}{2} = 5/9$

$(n+1)P = (9+1)(0/6) = 6 \quad \Rightarrow \quad z = 6 \quad , \quad w = 0 \quad \Rightarrow \quad D_6 = x_6 = 47$

ج) صدک سی و نهم $\Rightarrow \quad P = 0/39$

(P_{39}) محل صدک سی و نهم $= (0/39)(9) + \frac{1}{2} = 4/01$

$(n+1)P = (9+1)(0/39) = 3/9 \quad \Rightarrow \quad z = 3 \quad , \quad w = 0/9$

$P_{39} = (1-0/9)x_3 + 0/9(x_4) = 0/1(18) + 0/9(23) = 22/5$

تست: با توجه به نمودار ساقه و برگ زیر اختلاف چارک سوم و اول کدام است؟

ساقه	برگ
0	3 6 9
1	0 1 2 5 5 8
2	1 5 6

1) 7　　2) 11

3) 7/5　　4) 11/5

WWW.FUKA.IR

با توجه به نمودار فوق می‌توان داده‌ها را به‌صورت زیر مرتب کرد:

3 , 6 , 9 , 10 , 11 , 12 , 15 , 15 , 18 , 21 , 25 , 26

چارک اول = صدک بیست و پنجم $\Rightarrow \quad P=0/25$

چارک سوم = صدک هفتاد و پنجم $\Rightarrow \quad P=0/75$

چارک اول $\Rightarrow \quad (n+1)P=(12+1)(0/25)=3/25 \quad \Rightarrow \quad z=3 \quad , \quad w=0/25$

$Q_1=(1-0/25)(9)+(0/25)(10)=9/25$

چارک سوم $\Rightarrow \quad (n+1)P=(13)(0/75)=9/75 \quad \Rightarrow \quad z=9 \quad , \quad w=0/75$

$Q_3=(1-0/75)(18)+(0/75)(21)=20/25$

$Q_3-Q_1=20/25-9/25=11$

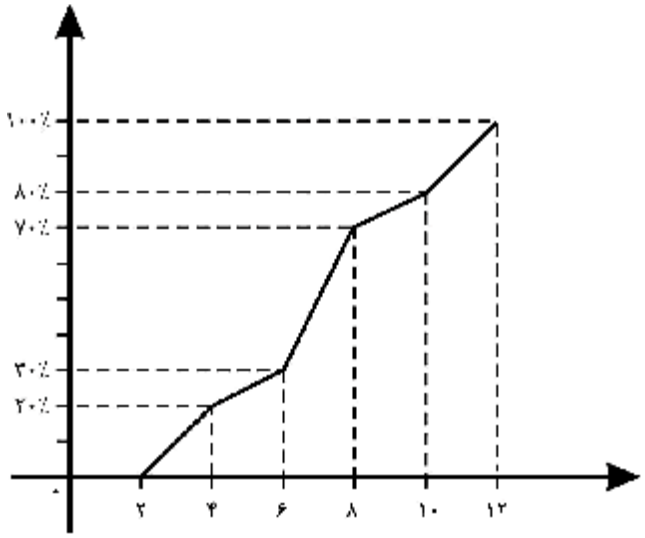
تست: در نمودار فراوانی تجمعی نسبی زیر صدک 84 ام کدام است؟

1) 10/5

2) 11

3) 10/4

4) 11/1



صدک هشتاد و چهارم عددی است که 84% داده‌ها از آن کوچکتر می‌باشند بنابراین روی محور yها عدد 84% را مشخص می‌کنیم و از آن خطی می‌کشیم که نمودار را قطع کند تصویر این نقطه روی محور xها همان صدک 84 ام می‌باشد که برابر است با:

$\%84 \quad \Rightarrow \quad$ (80–100) بازه 4 قسمت $\quad \rightarrow \quad \frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

(10–12) بازه $\frac{1}{5} \quad \rightarrow \quad 2\times\frac{1}{5}=0/4$

WWW.FUKA.IR

$P_{84} = 10 + 0/4 = 10/4$

WWW.FUKA.IR

از داده‌های زیر چارک سوم، دهک هفتم و صدک چهل و هفتم را محاسبه کنید.

حدود طبقات	20_40	40_60	60_80	800_100	100_120	120_140	140_160	160_180	180_200
فراوانی‌ها	6	9	11	14	20	15	10	8	7

در ابتدا ردیف فراوانی‌های تجمعی را به‌دست می‌آوریم:

$C-L$	20_40	40_60	60_80	800_100	100_120	120_140	140_160	160_180	180_200
F_i	6	9	11	14	20	15	10	8	7
F_{ci}	6	15	26	40	60	75	85	93	100

الف) $P=0/75$ در چارک سوم $\Rightarrow \quad NP=100\times 0/75=75$

پس طبقه ششم طبقه Q_P می‌باشد و داریم:

$$Q_P=L_i+\left(\frac{NP-F_{ci-1}}{f_i}\right)\times C \quad \Rightarrow \quad Q_{0/75}=120+\left(\frac{75-60}{15}\right)(20)$$

$Q_{0/75}=140$ (چارک سوم)

ب) $P=0/7$ در دهک هفتم $\Rightarrow \quad NP=100\times 0/7=70$

پس طبقه ششم طبقه Q_P می‌باشد بنابراین:

$$Q_{0/7}=120+\left(\frac{70-60}{15}\right)(20) \quad \Rightarrow \quad Q_{0/7}\ ;133/33 \text{ (دهک ششم)}$$

ج) $P=0/47$ در صدک چهل و هفتم $\Rightarrow \quad NP=100\times 0/47=47$

پس طبقه پنجم طبقه Q_P می‌باشد بنابراین:

$$Q_{0/47}=100+\left(\frac{47-40}{20}\right)(20) \quad \Rightarrow \quad Q_{0/47}=107 \text{ (صدک چهل و هفتم)}$$

WWW.FUKA.IR

در داده‌های جدول زیر مقادیر چارک اول، دهک هفتم و صدک هشتاد و یکم را تعیین کنید.

حدود طبقات	1_4	4_7	7_10	10_13
فراوانی مطلق	6	9	4	11

ابتدا ردیف فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$C-L$	1−4	4−7	7−10	10−13
f_i	6	9	4	11
F_{ci}	6	15	19	30

در چارک اول $P=0/25$ $\Rightarrow$ $NP=30\times 0/25=7/5$

پس طبقه دوم طبقه Q_P می‌باشد و:

Q_1 یا $Q_{0/25}=4+\left(\frac{7/5-6}{9}\right)(3)$ $\Rightarrow$ $Q_{0/25}=4/5$

ب) در دهک هفتم $P=0/7$ $\Rightarrow$ $NP=(0/7)(30)=21$

پس طبقه چهارم طبقه Q_P است و:

D_7 یا $Q_{0/7}=10+\left(\frac{21-19}{11}\right)(3)$; $10/55$

ج) در صدک هشتاد و یکم $P=0/81$ $\Rightarrow$ $NP=(0/81)(30)=24/3$

پس طبقه چهارم طبقه Q_P است بنابراین:

P_{81} یا $Q_{0/81}=10+\left(\frac{24/3-19}{11}\right)(3)$; $11/44$

تست: درآمد کارمندان یک فروشگاه زنجیره‌ای به شرح جدول زیر است:

x_i-x_{i+1}	10−20	20−30	30−40	40−50	50−60	60−70
N_i	10	40	60	60	40	10

حاصل عبارت $\frac{Q_3-Q_1}{2}$ تقریباً کدام است؟

1) 9/16 2) 10 3) 18/32 4) 20

WWW.FUKA.IR

ابتدا ردیف فراوانی تجمعی را به‌دست می‌آوریم:

F_{ci}	10	50	110	170	210	220

$Q_1 \Rightarrow NP = (0/25)(220) = 55 \Rightarrow$ طبقه سوم طبقه Q_1 است.

$$Q_1 = 30 + \left(\frac{55-50}{60}\right)(10) \Rightarrow Q_1 ; 30/84$$

$Q_3 \Rightarrow NP = (0/75)(220) = 165$ طبقه چهارم طبقه Q_3 است

$$Q_3 = 40 + \left(\frac{165-110}{60}\right)(10) \Rightarrow Q_3 ; 49/17$$

$$\frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{49/17 - 30/84}{2} ; 9/16$$

پس گزینه اول صحیح است.

مشخص کننده‌های پراکندگی

پس از تعیین شاخص‌های مرکزی مایلیم بدانیم که تجمع داده‌ها حول شاخص مرکزی چگونه است. آیا داده‌ها خیلی به هم نزدیک هستند یا از یکدیگر دور می‌باشند، شاخص‌هایی که این ویژگی داده‌ها را اندازه‌گیری می‌کنند مشخص کننده‌های پراکندگی (شاخص‌های پراکندگی) نام دارند. برای نشان دادن این که مشخص‌کننده‌های مرکزی به تنهایی قادر به توصیف داده‌ها نیستند به مثال زیر می‌پردازیم:

مثال: فرض کنید اعداد زیر نمرات دو کلاس در یک آزمون آمار می‌باشند:

کلاس **A**: 1,2,3,4,6,8

کلاس **B**: **o**,1,2,4,4,8,9

مشاهده می‌شود که میانگین، میانه و مد هر دو جمعیت برابر عدد 4 است، در حالی که اختلاف و پراکندگی داده‌های کلاس **B** بیشتر است و شاخص‌های مرکزی این تفاوت را بیان نمی‌کنند. بنابراین معرفی مشخص کننده‌های پراکندگی که بیانگر این نوع اختلاف‌ها هستند ضرورت دارد. معروف‌ترین مشخص‌کننده‌های پراکندگی عبارتند از: دامنه تغییرات، دامنه چارک‌ها، انحراف چارک‌ها (نیم دامنه چارکی)، انحراف از میانگین، واریانس (پراش)، انحراف معیار (انحراف استاندارد) و گشتاورها که به شرح زیر می‌باشند.

WWW.FUKA.IR

دامنه تغییرات

دامنه تغییرات عبارت است از تفاضل کوچکترین داده از بزرگترین داده که با حرف **R** نمایش می‌دهیم، کم اهمیت‌ترین پارامتر پراکندگی دامنه تغییرات است، چون تنها تابعی از دو مقدار کوچک و بزرگ می‌باشد و وضعیت اعداد وسط را مشخص نمی‌کند یا به عبارت دیگر چگونگی توزیع اعداد را مشخص نمی‌کند.

در داده‌های گسسته: **R** = بزرگترین داده − کوچکترین داده

در داده‌های پیوسته: **R** = بزرگترین داده − کوچکترین داده +**y**

y = تقریب مورد نظر

تست: کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری به ترتیب 11 و α می‌باشند، اگر به این داده‌ها چهار عدد 19، 6، 33 و 87 اضافه شود دامنه تغییرات 12 واحد اضافه می‌گردد در این صورت α کدام است؟

1) 66 2) 86 3) 80 4) 65

حل: اختلاف بین عدد 11 و 6، پنج می‌باشد در صورتی که به دامنه تغییرات 12 واحد افزوده شده است بنابراین عدد α از 87 کوچکتر است پس:

دامنه تغییرات اولیه $R = \alpha - 11$

دامنه تغییرات ثانویه $R' = 87 - 6 = 81$

$$\Rightarrow R + 12 = R' \Rightarrow \alpha - 11 + 12 = 81 \Rightarrow \alpha = 80$$

تست: در یک کلاس درس طول قد 15 نفر از دانشجویان اندازه‌گیری شده و نتایج زیر برحسب سانتی‌متر به دست آمده است دامنه تغییرات اطلاعات مربوط به قد دانشجویان برابر است با:

1) 34/01 2) 34 3) 34/02 4) 34/11

1 − 150/05	5 − 148	9 − 177/3
2 − 161/17	6 − 182/01	10 − 179/36
3 − 173/56	7 − 163/5	11 − 169/4
4 − 174/1	8 − 169/21	12 − 157/83

حل: داده‌های موردنظر از نوع داده‌های پیوسته می‌باشند و همچنین با استفاده از اعداد داده شده می‌توان فهمید که تقریب موردنظر $\gamma = 0/01$ است بنابراین:

$$R = 182/01 - 148 + 0/01 \Rightarrow R = 34/02$$

WWW.FUKA.IR

نکات مهم در ارتباط با دامنه تغییرات

1- اگر همه داده‌های آماری را با یک عدد جمع یا تفریق کنیم دامنه تغییرات تغییر نمی‌کند.

2- اگر همه داده‌های آماری را در یک عدد ضرب یا بر آن عدد تقسیم کنیم، دامنه تغییرات نیز در آن عدد ضرب یا بر آن عدد تقسیم می‌شود.

3- اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند دامنه تغییرات برابر صفر می‌شود و برعکس، یعنی اگر دامنه تغییرات برابر صفر باشد همه داده‌ها با هم برابرند.

تست: اگر دامنه تغییرات داده‌های آماری $x_1, x_2, ..., x_n$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های آماری $2x_1+1, 2x_2+1, ..., 2x_n+1$ کدام است؟

1) $\frac{x_1+x_n}{2}$ 2) $(x_1, x_2, ..., x_n)+1$ 3) x_n 4) $2x_1+1$

حل: دامنه تغییرات داده‌های آماری برابر صفر است پس: $x_1 = x_2 = ... = x_n$. از آن جا که همه داده‌های آماری برابر هستند نتیجه می‌گیریم که میانگین آن‌ها با خود داده‌ها برابر است $\overline{x} = x_1 = x_2 = ... = x_n$ در نتیجه میانگین داده‌های آماری خواسته شده برابر می‌شود با:

$2\overline{x}+1 = 2x_1+1$

تست: اگر دامنه تغییرات داده‌های 4، $c-1$، $2\mathbf{b}$ و a^3+3 برابر صفر باشد، دامنه تغییرات داده‌های $3-16c$، $3-16b$ و $3-16a$ کدام است؟

1) 64 2) 61 3) صفر 4) 48

حل: دامنه تغییرات داده‌های موردنظر صفر می‌باشد بنابراین:

$$a^3+3 = 2b = c-1 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a^3+3=4 \Rightarrow a=1 \\ 2b=4 \Rightarrow b=2 \\ c-1=4 \Rightarrow c=5 \end{cases}$$

دامنه تغییرات داده‌ها **c**، **b** و **a** برابر 4 می‌باشد پس دامنه تغییرات داده‌ها $3-16c$، $3-16b$ و $3-16a$ برابر $R = 16\times 4 = 64$ است.

WWW.FUKA.IR

دامنه چارک‌ها

اگر میانه را معیار قرار دهیم و دامنه تغییرات را از پایین تا $\frac{1}{4}$ و از بالا تا $\frac{3}{4}$ گسترش دهیم، دامنه چارک‌ها به دست می‌آید که آن را با نماد **IQR** نمایش می‌دهیم و برابر است با:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

نکته: اگر داده‌ها خیلی بزرگ یا خیلی کوچک باشند، دامنه تغییرات وضعیت دو داده بزرگ و کوچک را بیان می‌کند در صورتی که $(Q_3 - Q_1)$ 25% داده‌هایی بالایی و 25% داده‌های پایین را حذف می‌کند (شامل 50% داده‌های متوسط می‌باشد) تا به داده‌های متعادل‌تری برسیم.

انحراف چارک‌ها (نیم دامنه چارکی)

انحراف چارک‌ها را با نماد **QD** نمایش می‌دهیم و برابر است با:

$$QD = \frac{IQR}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

تست: تعداد فرزندان 16 خانواده تهرانی به ترتیب عبارتند از:

0,1,1,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,5,6,7

انحراف چارکی کدام است؟

1) 2　　2) 3　　3) 1/5　　4) 1

حل:

$p = 0/25 : Q_1$ برای محاسبه $\Rightarrow (n+1)P = (16+1)(0/25) = 4/25$

$\Rightarrow z = 4 \ , \ w = 0/25$

$Q_1 = (1-w)x_4 + wx_5 = (0/75)(2) + (0/25)(2) = 2$

$P = 0/75 : Q_3$ برای محاسبه $\Rightarrow (n+1)P = (17)(0/75) = 12/75$

$\Rightarrow z = 12 \ , \ w = 0/75$

$Q_3 = (0/25)x_{12} + (0/75)x_{13} = (0/25)(4) + (0/75)(4) = 4$

$$Q_D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{4-2}{2} = 1$$

WWW.FUKA.IR

تست: انحراف چارک‌ها برای داده‌های جدول زیر کدام است؟

اندازه	4-8	-12 8	12-16	16-20	20-24
فراوانی	7	10	18	5	15

1) 9/63　　2) 4/815

3) 15/515　　4) 7/76

حل: در ابتدا جدول توزیع فراوانی تجمعی را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

f_i	7	10	18	5	15
F_{ci}	7	17	35	40	55

سپس طبقه **Qp** را به صورت زیر مشخص می‌کنیم:

$$P=0/25: Q_{0/25}=Q_1 \text{ برای محاسبه} \Rightarrow NP=55\times 0/25=13/75$$

طبقه دوم طبقه Q_1 است.

$$P=0/75: Q_{0/75}=Q_3 \text{ برای محاسبه} \Rightarrow NP=55\times 0/75=41/25$$

طبقه پنجم طبقه Q_3 است.

$$Q_1=8+\left(\frac{13/75-7}{10}\right)(4)\Rightarrow Q_1=10/7$$

$$Q_3=20+\left(\frac{41/25-40}{15}\right)(4)\Rightarrow Q_3=20/33$$

$$QD=\frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{20/33-10/7}{2}=4/815$$

انحراف از میانگین

بزرگترین عیب دامنه تغییرات و انحراف چارکی این است که به تمام داده‌ها بستگی ندارد، یک پارامتر خوب که این عیب را ندارد میانگین انحراف داده‌ها از میانگین است اما از آن جا که این مقدار همواره صفر است. $\left(\frac{1}{n}\sum x_i-\bar{x})=\frac{1}{N}\sum f_i(x_i-\bar{x})=\mathbf{o}\right)$ نمی‌توان از آن به عنوان یک پارامتر پراکندگی استفاده کرد لذا یا می‌توان میانگین قدرمطلق این انحراف‌ها را حساب کرد یا میانگین مربع این انحراف‌ها را به دست آورد بنابراین انحراف از میانگین یا انحراف متوسط که آن را با نماد **D.A** نمایش می‌دهیم به صورت‌های زیر به دست می‌آید:

WWW.FUKA.IR

برای داده‌های طبقه بندی نشده: $A.D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|$

برای داده‌های طبقه بندی شده: $A.D = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i|x_i - \bar{x}| = \sum_{i=1}^{n} f_{pi}|x_i - \bar{x}|$

تست: انحراف از میانگین داده‌های زیر کدام است؟

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36

1) 1، 9 2) 8 3) 9 4) 9، 8

حل: ابتدا میانگین داده‌های زیر را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{4+8+\ldots+36}{9} = 20$$

سپس: $A.D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}| = \frac{1}{9}\left(|4-20| + |8-20| + \ldots + |36-20|\right)$

$$A.D = \frac{1}{9}(16+12+8+4+\mathbf{0},4+8+12+16) = \frac{80}{9} \Rightarrow A.D \;;\; 8/9$$

تست: انحراف از میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

x_i	4	5	6	7
f_i	20	40	30	10

1) 2 2) صفر

3) 0/76 4) 1/3

حل: در ابتدا میانگین داده‌های فوق را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + f_4x_4}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4} = \frac{(4\times20) + (5\times40) + (6\times30) + (7\times10)}{20+40+30+1}$$

$$\bar{x} = \frac{530}{100} = 5/3$$

سپس داریم: $A.D = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i|x_i - \bar{x}|$

$$= \frac{1}{100}\left(20|4-5/3| + 40|5-5/3| + 30|6-5/3| + |7-5/3|\right)$$

$$= \frac{1}{100}(26+12+21+17) = 0/76$$

WWW.FUKA.IR

نکات مهم در ارتباط با انحراف از میانگین

1- اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند انحراف از میانگین آن‌ها برابر صفر است و بالعکس.

2- اگر به تمام داده‌ها عدد ثابتی کم یا ا ضافه کنیم انحراف از میانگین تغییر نمی‌کند.

3- اگر تمام داده‌ها را در عدد ثابتی مانند **a** ضرب یا تقسیم کنیم انحراف از میانگین آن‌ها در قدرمطلق $a(|a|)$ ضرب یا تقسیم می‌شود.

4- اگر داده‌های $x_1, x_2, ..., x_n$ تشکیل یک تصاعد حسابی (عددی) با قدرنسبت **d** بدهند آنگاه انحراف از میانگین آن‌ها را به صورت زیر نیز می‌توان به دست آورد:

$$A.D = \begin{cases} \frac{nd}{4} & \text{زوج: } n \\ \frac{(n^2-1)d}{4n} & \text{فرد: } n \end{cases}$$

تست: انحراف از میانگین اعداد a,b,c,d,e، 2 برابر صفر است، انحراف از میانگین اعداد $8d,10e,6c,4b,2a$ کدام است؟

1) صفر 2) 5 3) 2 4) 15

حل: از آن جا که انحراف از میانگین اعداد داده شده صفر است بنابراین:

$$a = b = c = d = e = 2$$

حال می‌توان نشان داد که اعداد $10e = 2$، $8d = 16$، $6e = 12$، $4b = 8$ و $2a = 4$ تشکیل یک تصاعد عددی با قدرنسبت $d = 4$ را می‌دهند و چون تعداد جملات این تصاعد فرد است پس:

$$A.D = \frac{nd}{4} = \frac{5 \times 4}{4} = 5$$

واریانس (پراش)

شاخص‌هایی که تاکنون برای سنجش پراکندگی داده‌های جامعه بیان شده‌اند، هیچ کدام قادر به بیان تمامی تغییرات نیستند بنابراین باید به دنبال شاخص باشیم که تغییرات کل داده‌ها را اندازه گیری کند، طبیعی است تغییر زمانی مفهوم پیدا می‌کند که هر یک از داده‌ها نسبت به یک مبدأ مقایسه شوند بهترین مرکز برای داده‌ها میانگین است. این شاخص که یکی از مهمترین شاخص‌ها در علم آمار می‌باشد واریانس یا پراش نام دارد، آن را با نماد σ^2 (برای جامعه) یا S^2 (برای نمونه) نمایش می‌دهیم و به صورت‌های زیر به دست می‌آید:

WWW.FUKA.IR

برای داده‌های طبقه بندی نشده:

$$S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-(\overline{x})^2$$

برای داده‌های طبقه‌بندی شده:

$$\begin{cases}\sigma^2=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\overline{x})^2=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}f_i x_i^2-(\overline{x})^2\\ \text{یا}\\ \sigma^2=\sum_{i=1}^{n}f_{pi}(x_i-\overline{x})^2=\sum_{i=1}^{n}f_{pi}x_i^2-(\overline{x})^2\end{cases}$$

تست: نسبت واریانس مقادیر 4,8,10,14,18 به واریانس مقادیر 2,4,5,7,9 کدام است؟

1) $\frac{1}{4}$ 2) 2 3) 4 4) $\frac{1}{2}$

حل: ابتدا میانگین اعداد داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\overline{x}_1=\frac{4+8+10+14+18}{5}=\frac{54}{5}=10/8$$

$$\overline{x}_2=\frac{2+4+5+7+9}{5}=\frac{27}{5}=5/4$$

سپس به محاسبه واریانس آن‌ها می‌پردازیم:

$$S_1^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i-10/8)^2$$

$$S_1^2=0/2\left[(4-10/8)^2+(8-10/8)^2+(10-10/8)^2+(14-10/8)^2+(18-10/8)^2\right]$$

$$S_1^2=0/2(46/24+7/84+0/64+10/24+51/84)=23/36$$

$$S_2^2=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i-5/4)^2$$

$$S_2^2=0/2\left[(2-5/4)^2+(4-5/4)^2+(5-5/4)^2(7-5/4)^2+(9-5/4)^2\right]$$

$$S_2^2=0/2(11/56+1/96+0/16+2/56+12/96)=5/84\Rightarrow\frac{S_1^2}{S_3^2}=\frac{23/36}{5/84}=4$$

البته قابل ذکر است که به تست فوق می‌توان به سادگی با استفاده از روابط واریانس پاسخ داد که به آن خواهیم پرداخت.

تست: واریانس داده‌های زیر را به دست آورید.

x_i	-1	o	1	2
f_i	2	3	4	1

1) 0/76 2) 0/78 3) 0/82 4) 0/84

WWW.FUKA.IR

حل:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}=\frac{(-1\times 2)+(\mathbf{o}\times 3)+(1\times 4)+(2\times 1)}{2+3+4+1}=0/4$$

$$\sigma^2=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{N}=\frac{2(-1-0/4)^2+3(\mathbf{o}-0/4)^2+4(1-0/4)^2+1(2-0/4)^2}{10}$$

$$\sigma^2=\frac{2(1/96)+3(0/16)+4(0/36)+(2/56)}{10}\Rightarrow \sigma^2=0/84$$

تست: واریانس جدول زیر کدام است؟

اندازه	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28
فراوانی	6	10	18	30	15	12

1) 20/6 2) 41/2

3) 15/16 4) 30/3

حل: در ابتدا مراکز دسته‌ها را مشخص می‌کنیم:

x_i	6	10	14	18	22	26
f_i	6	10	18	30	15	12

$$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}=\frac{(6\times 6)+(10\times 10)+(14\times 18)+(18\times 30)+(22\times 15)+(26\times 12)}{6+10+18+30+15+12}=\frac{1570}{91}$$

$$\bar{x}=17/25$$

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i x_i^2-(\bar{x})^2$$

$$=\frac{1}{91}(6\times 6^2+10\times 10^2+18\times 14^2+30\times 18^2+15\times 22^2+12\times 26^2)-(17/25)^2$$

$$\sigma^2=\frac{1}{91}(216+1000+3528+9720+7260+8112)-(297/56)\Rightarrow \sigma^2 \;;\; 30/3$$

نکات مربوط به واریانس

1- هرچه واریانس به صفر نزدیکتر باشد پراکندگی بین داده‌ها کمتر است.

2- اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند واریانس صفر است و بالعکس.

3- اگر همه داده‌ها را با یک عدد ثابت جمع یا تفریق کنیم واریانس تغییر نمی‌کند.

4- اگر تمام داده‌ها را در عدد ثابتی مانند **a** ضرب یا تقسیم کنیم واریانس آن‌ها در a^2 ضرب یا تقسیم می‌شود.

WWW.FUKA.IR

5- اگر داده‌های $x_1, x_2, ..., x_n$ تشکیل یک تصاعد حسابی (عددی) با قدر نسبت **d** دهند آنگاه:

$$S^2 = \frac{(n^2-1)d^2}{12}$$

تست: اگر مد صفتی در افراد یک جامعه مثبت باشد و این مقدار مد را از هر یک از داده‌ها کم کنیم:

1) واریانس افزایش می‌یابد.
2) واریانس تغییر نمی‌کند.
3) واریانس کاهش می‌یابد.
4) واریانس در مقدار مد ضرب می‌شود.

حل: با توجه به این که مد یک عدد ثابت است اگر از تمام داده‌ها مقدار مد را کم کنیم تأثیری روی واریانس ندارد پس گزینه «2» صحیح می‌باشد.

تست: واریانس داده‌های $x+4$، $x+4$، **x** و **x** کدام است؟

1) 5
2) 4
3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
4) 25

حل: اگر از تمام داده‌ها عدد ثابتی مانند **x** را کم کنیم واریانس داده‌ها تغییر نمی‌کند، داده‌های جدید عبارتند از $\mathbf{o}, \mathbf{o}, 4, 4$ که واریانس برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\mathbf{o}+\mathbf{o}+4+4}{4} = 2$$

$$S^2 = \frac{2(\mathbf{o}-2)^2 + 2(4-2)^2}{4} = \frac{8+8}{4} = 4$$

البته قابل ذکر است که واریانس را می‌توان از روش کلی که قبلاً بیان شده به دست آورد.

تست: نسبت واریانس مقادیر $4,8,10,14,18$ به واریانس مقادیر $3,5,6,8,10$ کدام است؟

1) $\frac{1}{4}$
2) 2
3) 3
4) $\frac{1}{2}$

حل: با توجه به داده‌های فوق می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} x_i : 2,8,10,14,18 \\ y_i : 3,5,6,8,10 \end{matrix} \Rightarrow x_i = 2y_i - 2 \Rightarrow S_x^2 = (2)^2 S_y^2 \Rightarrow \frac{S_x^2}{S_y^2} = 4$$

همان طور که می‌دانید جمع یا تفریق عدد ثابت با داده‌ها تأثیری در واریانس ندارد در صورتی که ضرب یا تقسیم عدد ثابت **a** در تمام داده‌ها باعث ضرب عدد $(a)^2$ در واریانس آن‌ها می‌شود بنابراین می‌توان نشان داد که:

WWW.FUKA.IR

$y = ax + b \Rightarrow S_y^2 = (a)^2 S_x^2$

تست: میانگین قد دانش آموزان مدرسه‌ای **120cm** و واریانس قد آن‌ها $100cm^2$ است اگر هر فرد 14% قد خود رشد کند، میانگین و واریانس قد دانش آموزان چقدر خواهد شد؟

1) 120 ،100 2) 114 ،120 3) 114 ،136/8 4) 129/96 ،136/8

حل: با توجه به این که هر فرد 14% قد خودش رشد کرده داریم:

قد جدید = قد قدیم + 0/14 (قد قدیم) $\Rightarrow y = x + 0/14x = 1/14x$

$\bar{y} = 1/14(\bar{x}) = 1/14(120) = 136/8$

$\sigma_y^2 = (1/14)^2 \sigma_x^2 = (1/14)^2 (100) = 129/96$

تست: هشت داده آماری با میانگین 15 و واریانس 4 مفروض است، اگر دو داده 12 و 18 به آن‌ها اضافه شود واریانس 10 داده حاصل کدام است؟

1) 4 2) 4/5 3) 4/8 4) 5

حل: میانگین داده‌های قدیم $\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 15 = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8} \Rightarrow \sum_{i=1}^{8} x_i = 120$

واریانس داده‌های قدیم $S_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 4 = \frac{\sum_{i=1}^{8} (x_i - \bar{x})^2}{8}$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{8} (x_i - \bar{x})^2 = 32$

مجموع داده‌های جدید $= 12 + 18 + \sum_{i=1}^{8} x_i = 12 + 18 + 120 = 150$

میانگین داده‌های جدید $\bar{x}_2 = \frac{150}{10} = 15$

واریانس داده‌های جدید $S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{8} (x_i - \bar{x})^2 + (18-15)^2 + (12-15)^2}{10}$

$S_2^2 = 5$

تست: مجموع مجذورات 11 داده آماری برابر 2200 و میانگین این داده‌ها برابر 14 است واریانس کدام است؟

WWW.FUKA.IR

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

حل: $n=11\ ,\ \sum x_i^2=2200\ ,\ \bar{x}=14$

$$S^2=\frac{1}{n}\sum x_i^2-(\bar{x})^2=\frac{1}{11}(2200)-(14)^2=4$$

تست: واریانس اعداد $\mathbf{o},5,10,15,20,25$ کدام است؟

1) 36/46 2) 14/58 3) 7/29 4) 72/92

حل: 6 عدد فوق تشکیل یک تصاعد عددی با قدر نسبت $d=5$ را می‌دهند بنابراین:

$$S^2=\frac{(n^2-1)d^2}{12}=\frac{(6^2-1)(5)^2}{12}=\frac{35\times5^2}{12}=72/92$$

انحراف معیار

عیب بزرگ واریانس آن است که از جنس داده‌های اولیه نیست یعنی با آن هم واحد نمی‌باشد به عنوان مثال اگر واحد داده‌ها برحسب میلی‌متر باشد واحد واریانس میلی متر مربع است. بنابراین هیچ گاه واریانس را با خود متغیر نمی‌توان مقایسه کرد، برای رفع این مشکل از جذر مثبت واریانس استفاده می‌کنیم و آن را انحراف معیار یا انحراف استاندارد می‌نامیم و با نماد σ (برای جامعه) **S** (برای نمونه) نمایش می‌دهیم پس:

$$\sigma \text{ یا } S=\sqrt{\text{واریانس}}$$

تست: جمع نمرات و جمع مربعات نمرات دانشجویان یک کلاس 25 نفری به ترتیب 400 و 6400 است انحراف معیار نمرات این دانشجویان چقدر است؟

1) 16 2) 5 3) صفر 4) 4

حل: $$S^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-(\bar{x})^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2=\frac{640}{25}-\left(\frac{400}{25}\right)^2$$

$$S^2=256-256=\mathbf{o}\Rightarrow S=\mathbf{o}$$

تست: میانگین داده‌های $x_1,x_2,...,x_n$ برابر 4 و انحراف معیار آن‌ها برابر $\sqrt{3}$ است. میانگین داده‌های $x_1^2,x_2^2,...,x_n^2$ کدام است؟

1) 16 2) 25 3) 7 4) 19

WWW.FUKA.IR

حل:

$$S^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-(\bar{x})^2 \Rightarrow (\sqrt{3})^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-(4)^2 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n}=3+16$$

$$\Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n}=19$$

نکات مهم در ارتباط با انحراف معیار

1- اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند انحراف معیار صفر است و بالعکس.

2- اگر همه داده‌ها را با یک عدد ثابت جمع یا تفریق کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

3- اگر تمام داده‌ها در عدد ثابتی مانند **a** ضرب و تقسیم کنیم انحراف معیار آن‌ها در $|a|$ ضرب و تقسیم می‌شود.

4- اگر داده‌های $x_1, x_2, ..., x_n$ تشکیل یک تصاعد حسابی (عددی) با قدر نسبت **d** دهند آنگاه:

$$S=d\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$$

تست: اگر میانگین و واریانس **x** به ترتیب 3 و 9 باشد، میانگین و انحراف معیار $y=\frac{1}{2}x+1$ به ترتیب کدام است؟

1) 1/5 و 2/5 2) 1/5 و 1/5 3) 2/5 و 2/5 4) 2/5 و 1/5

حل:

$$S_x^2=9 \Rightarrow S_x=3$$

$$y=\frac{1}{2}x+1 \Rightarrow \begin{cases} \bar{y}=\frac{1}{2}(\bar{x})+1=\frac{1}{2}(3)+1=2/5 \\ S_y=\left|\frac{1}{2}\right|S_x=\frac{1}{2}(3)=1/5 \end{cases}$$

تست: اگر قیمت اجناس با انحراف معیار $\frac{1}{2}$ طی سال اخیر 20% افزایش یابد، واریانس قیمت‌های جدید چقدر است؟

1) 0/18 2) 0/72 3) 0/36 4) 0/24

حل:

$$S_x=\frac{1}{2} \Rightarrow S_x^2=\frac{1}{4}$$

$$y=x+\%20x=\frac{6}{5}x \Rightarrow S_y^2=\left(\frac{6}{5}\right)^2 S_x^2=\left(\frac{6}{5}\right)^2\frac{1}{4}=0/36$$

تست: اگر واریانس داده‌های $3x_1+4, 3x_2+4, ..., 3x_n+4$ برابر 81 باشد انحراف معیار داده‌های $2-x_1, 2-x_2, ..., 2-x_n$ کدام است؟

1) 9 2) 27 3) 1 4) 3

WWW.FUKA.IR

حل: اگر x_i معرف داده‌های اولیه و y_i معرف داده‌های ثانویه باشد بین آن‌ها رابطه زیر برقرار است:

$$x_i = -3y_i + 10 \Rightarrow S_x^2 = (-3)^2 S_y^2 \Rightarrow S_x^2 = 9S_y^2$$

$$\Rightarrow 81 = 9S_y^2 \Rightarrow S_y^2 = 9 \Rightarrow S_y = 3$$

تست: در صورتی که واریانس و انحراف معیار مقادیر $x_1, x_2, ..., x_n, 7$ با هم برابر باشند انحراف معیار مقادیر $(3x_1 - 1), (3x_2 - 1), ..., (3x_n - 1), 20$ کدام است؟

1) 2 2) 3 3) 5 4) 1

حل:

$$S_1^2 = S_1 \Rightarrow S_1^2 - S_1 = \mathbf{o} \Rightarrow S_1(S_1 - 1) = \mathbf{o} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \mathbf{o} \\ S_1 = 1 \end{cases}$$

تست: انحراف معیار داده‌های $4, 7, 10, 13, 16, 19, 22$ کدام است؟

1) 3 2) 9 3) 6 4) 36

حل: با کمی دقت متوجه می‌شویم که داده‌های فوق تشکیل تصاعد عددی با قدرنسبت $d = 3$ را می‌دهد بنابراین:

$$S = d\sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} = 3\sqrt{\frac{49 - 1}{12}} = 3\sqrt{4} = 6$$

تست: میانگین پنج مشاهده برابر 4/4 و واریانس آن 8/24 است اگر 3 تا از این پنج مشاهده 1,2,6 باشد دوتای دیگر کدامند؟

1) $y = 4, x = 4$ 2) $y = 4, x = 9$ 3) $y = 9, x = 9$ 4) $y = 9, x = 4$

حل: $1, 2, 6, x, y$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 4/4 = \frac{1 + 2 + 6 + x + y}{5} \Rightarrow x + y = 13$$

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - (\bar{x})^2 \Rightarrow 8/24 = \frac{1}{5}\sum x_i^2 - (4/4)^2 \Rightarrow \sum x_i^2 = 138$$

$$\Rightarrow 1^2 + 2^2 + 6^2 + x^2 + y^2 = 138 \Rightarrow x^2 + y^2 = 97$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 + y^2 = 97 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}$$

نکته: برای محاسبه واریانس نمونه از رابطه زیر استفاده می‌کنیم و به آن واریانس نااریب می‌گوییم:

WWW.FUKA.IR

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

تست: انحراف‌های مقادیر مشاهده شده از میانگین در 6 مورد از یک نمونه 7 تایی به صورت اعداد $4,3,-1,-2,-4,-5$ محاسبه شده انحراف معیار کدام است؟

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

حل: به دلیل اینکه انحراف مقادیر از میانگین تعدادی نمونه داده شده است. پس باید از فرمول واریانس نمونه استفاده کنیم:

$$x_i - \bar{x} : 4,3,-1,-2,-4,-5,k$$

$$\sum(x_i - \bar{x}) = \mathbf{o} \Rightarrow 4+3-1-2-4-5+k = \mathbf{o} \Rightarrow k = 5$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{7-1}\left(4^2 + 3^2 + (-1)^2 + (-2^2 + (-4)^2 + (-5)^2 + 5^2\right)$$

$$= \frac{1}{6}(16+9+1+4+16+25+25) \Rightarrow S^2 = 16 \Rightarrow S = \sqrt{16} = 4$$

اندازه استاندارد

فرض کنید $x_1, x_2, \mathbf{K}, x_n$ به ترتیب با فراوانی‌های $f_1, f_2, \mathbf{K}, f_n$ یک سری داده‌های n تایی با میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار $\mathbf{S}$ باشند از تبدیل:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \quad : \quad i = 1, 2, \mathbf{K}, n$$

داده‌های جدید $z_1, z_2, \mathbf{K}, z_n$ به ترتیب با فراوانی‌های $f_1, f_2, \mathbf{K}, f_n$ به نام اندازه‌های استاندارد (نمره استاندارد) به‌دست می‌آیند. نمره استاندارد چنین بیان می‌کند که داده $\mathbf{x}$ برحسب این‌که علامت آن منفی یا مثبت باشد به اندازه چند انحراف معیار در پایین یا در بالای میانگین قرار دارد.

نکته: میانگین داده‌های استاندارد صفر و واریانس آن‌ها برابر یک است.

نکته: با توجه به این‌که داده‌های استاندارد، مستقل از واحد اندازه‌گیری می‌باشند از آن‌ها جهت مقایسه توزیع‌های مختلف استفاده می‌شود.

WWW.FUKA.IR

در آزمون کاردانی به کارشناسی داوطلبی در درس آمار نمره ۶۸ و در درس ریاضی نمره ۷۲ کسب کرده است. اگر میانگین و انحراف معیار درس آمار ۵۸ و ۱۰ و میانگین و انحراف معیار درس ریاضی ۶۰ و ۱۶ باشد وضعیت این داوطلب در کدام درس بهتر است؟

نمره استاندارد مربوط به درس آمار : $z_1 = \frac{68-58}{10} = 1$

نمره استاندارد مربوط به درس ریاضی : $z_2 = \frac{72-60}{16} = 0/75$

اگر چه نمره درس ریاضی او از نمره درس آمار بیشتر است ولی وضعیت وی در درس آمار بهتر از درس ریاضی است زیرا در درس آمار به اندازه یک انحراف معیار بالای میانگین قرار دارد. در حالی که در درس ریاضی به اندازه 0/75 انحراف معیار در بالای میانگین قرار دارد.

گشتاورها

در هر جامعه داده‌ها اغلب حول یک نقطه به نام مرکز جامعه پراکنده می‌شوند میانگین توان rام x_iها و $(x_i - \bar{x})$ها را به ترتیب گشتاور مرتبه rام و گشتاور مرکزی مرتبه rام داده‌ها می‌نامند و به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

الف) گشتاور مرتبه r ام حول عدد a

داده‌های طبقه‌بندی نشده:

$$m_r(a) \text{ یا } m_r(a) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^r$$

داده‌های طبقه‌بندی شده:

$$m_r(a) \text{ یا } m_r(a) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - a)^r$$

ب) گشتاور مرکزی مرتبه r ام

داده‌های طبقه‌بندی نشده:

$$m_r \text{ یا } m_r = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^r$$

داده‌های طبقه‌بندی شده:

WWW.FUKA.IR

$$m_r \text{ یا } m_r = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i - \overline{x}\right)^r$$

WWW.FUKA.IR

نکته: با توجه به تعریف گشتاور، گشتاور مرتبه **r** ام حول مبدأ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

داده‌های طبقه‌بندی نشده:

$$m'_r \text{ یا } m'_r = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^r$$

داده‌های طبقه‌بندی شده:

$$m'_r \text{ یا } m'_r = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i\, x_i^r$$

روابط مهم در ارتباط با گشتاورها

1) $r=1 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)=0 \quad , \quad m_1=\bar{x}$

2) $r=2 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2 = S^2 \quad , \quad m_2 = m'_2 - \left(m'_1\right)^2$

3) $r=3 \Rightarrow m_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^3 \Rightarrow m_3 = m'_3 - 3m'_2 m'_1 + 2\left(m'_1\right)^3$

برای داده‌های زیر گشتاورهای مرکزی مرتبه اول، دوم و سوم و همچنین گشتاورهای مرکزی مرتبه اول و دوم و سوم حول مبدأ مختصات را به‌دست آورید. $4\,,6\,,9\,,11\,,4\,,8$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{6}(4+4+6+8+9+11) = 7$$

$$m_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right) = \frac{1}{6}\left((4-7)+(4-7)+(6-7)+(8-7)+(9-7)+(11-7)\right)$$

$$= \frac{1}{6}\left(-3-3-1+1+2+4\right) = 0$$

$$m_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2 = \frac{1}{6}\left((4-7)^2+(4-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(9-7)^2+(11-7)^2\right)$$

$$= \frac{1}{6}\left(9+9+1+1+4+16\right) = \frac{40}{6} = 6/67$$

WWW.FUKA.IR

$$m_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^3 = \frac{1}{6}\left((4-7)^3 + (4-7)^3 + (6-7)^3 + (8-7)^3 + (9-7)^3 + (11-7)^3\right)$$

$$= \frac{1}{6}\left(-27 - 27 - 1 + 1 + 8 + 64\right) = \frac{18}{6} = 3$$

$$m'_1 = \bar{x} = 7$$

$$m'_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \frac{1}{6}\left(4^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 9^2 + 11^2\right) = 55/67$$

$$m'_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^3 = \frac{1}{6}\left(4^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + 9^3 + 11^3\right) = 486$$

تست: در جدول توزیع فراوانی زیر، گشتاور مرتبه اول حول مبدأ کدام است؟

x_i	3	5	7	9
f_i	10	10	50	30

1) 5 2) 6
3) 8 4) 7

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i x_i = \frac{1}{100}\left(3\times10 + 5\times10 + 7\times50 + 9\times30\right) = 7$$

گشتاور مرتبه اول حول مبدأ همان میانگین است؛ پس: $m'_1 = 7$

تست: گشتاور مرکزی مرتبه دوم داده‌های جدول زیر کدام است؟

حدود دسته‌ها	10_16	16_22	22_28	28_34	34_40
فراوانی‌ها	4	8	16	10	2

1) 24/7 2) 37/71 3) 50/28 4) 30/19

ابتدا مرکز طبقات را به‌دست می‌آوریم و سپس میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i x_i = \frac{1}{40}\left(4\times13 + 8\times19 + 16\times25 + 10\times31 + 2\times37\right)$$

WWW.FUKA.IR

$$= \frac{1}{40}(52 + 152 + 400 + 310 + 74) = 24/7$$

$$m_r = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^r \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

$$m_2 = \frac{1}{40}\left(4(13-24/7)^2 + 8(19-24/7)^2 + 16(25-24/7)^2 + 10(31-24/7)^2 + 2(37-24/7)^2\right)$$
$$= 37/71$$

تست: سه گشتاور اول یک توزیع حول متغیری برابر با 2، به ترتیب 1، 16 و 40– می‌باشد. گشتاور مرکزی مرتبه سوم کدام است؟

1) 15 2) -88 3) 10 4) -86

با توجه به فرمول‌های گشتاور می‌توان نوشت:

$$m'_1 = 1 \quad , \quad m'_2 = 16 \quad , \quad m'_3 = -60$$

$$m_3 = m'_3 - 3m'_1 m'_2 + 2\left(m'_1\right)^3 = -40 - 3(1)(16) + 2(1)^3 = -40 - 48 + 2$$

$$m_3 = -86$$

تست: چهار گشتاور اول یک متغیر حول 5 به ترتیب برابر 2، 20، 40 و 40 می‌باشند گشتاور مرکزی مرتبه چهارم کدام است؟

1) 152 2) 160 3) 144 4) 168

$$m_4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^4 = \frac{1}{n}\sum\left(x_i^4 - 4x_i^3\bar{x} + 6x_i^2\bar{x}^2 - 4x_i\bar{x}^3 + \bar{x}^4\right)$$

$$m_4 = \frac{1}{n}\sum x_i^4 - \frac{4}{n}\sum x_i^3\bar{x} + \frac{6}{n}\sum x_i^2\bar{x}^2 - \frac{4}{n}\sum x_i\bar{x}^3 + \frac{1}{n}\sum \bar{x}^4$$

$$m_4 = m'_4 - 4m'_1 m'_3 + 6\left(m'_1\right)^2 m'_2 - 4\left(m'_1\right)^3 m'_1 + \left(m'_1\right)^4$$

$$= 40 - 4(2)(40) + 6(2)^2(20) - 4(2)^4 + (2)^4 = 152$$

WWW.FUKA.IR

تست: گشتاورهای اولیه حول مبدأ برای یک توزیع صفت متغیر به شرح زیر موجود است:

$m'_1 = 2 \quad , \quad m'_2 = 8 \quad , \quad m'_3 = 41$

گشتاورهای مرکزی مراتب اول، دوم و سوم برای توزیع فوق چقدر است؟

1) $m_1 = 8 \, , \, m_2 = 6 \, , \, m_3 = 8$ 2) $m_1 = 0 \, , \, m_2 = 6 \, , \, m_3 = 0$

3) $m_1 = 0 \, , \, m_2 = 4 \, , \, m_3 = 9$ 4) $m_1 = 1 \, , \, m_2 = 2 \, , \, m_3 = 3$

$m_1 = 0$

$m_2 = m'_2 - \left(m'_1\right)^2 = 8 - 4 = 4$

$m_3 = m'_3 - 3m'_1 m'_2 + 2\left(m'_1\right)^3 = 41 - 48 + 16 = 9$

مشخص‌کننده‌های نسبی پراکندگی

اگر مایل باشیم پراکندگی بین داده‌های دو یا چند جامعه آماری را که واحد اندازه‌گیری آن‌ها یکسان نیست با هم مقایسه کنیم مقایسه واریانس و انحراف معیار آن‌ها امکان‌پذیر نمی‌باشد یا اگر بخواهیم پراکندگی داده‌های دو یا چند جامعه‌ای که انحراف معیار آن‌ها تقریباً یکسان است ولی میانگین‌های آن‌ها متفاوت می‌باشد را با هم مقایسه کنیم روش‌های قبلی نتایج مطلوبی را در اختیار ما قرار نمی‌دهند. در چنین شرایطی باید از ضریبی استفاده کنیم که یا بعد نداشته باشد یا پراکندگی داده‌ها را نسبت به بزرگی آن‌ها تعدیل کند. برای این منظور از پارامترهای نسبی پراکندگی استفاده می‌کنیم که معروفترین آن‌ها عبارتند از: ضریب تغییرات (ضریب پراکندگی)، ضریب چولگی، ضریب کشیدگی.

ضریب تغییرات

شاخص پراکندگی است که میزان پراکندگی داده‌ها را نسبت به میانگین حسابی مشخص می‌کند. ضریب تغییرات را با نماد **V.C** نشان می‌دهیم و عبارت است از:

ضریب تغییرات $C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}}$

درصد ضریب تغییرات $C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \times \%100$

تست: برای این‌که بدانیم در سال گذشته میزان درآمد افراد کشورهای کانادا و اسپانیا نسبت به هم چگونه بوده است استفاده ار کدام شاخص آماری مناسبتر است؟

WWW.FUKA.IR

1) ضریب تغییرات 2) واریانس 3) انحراف متوسط 4) انحراف معیار

از آن‌جا که واحد پول این دو کشور با هم متفاوت است پس برای مقایسه آن‌ها باید از ضریب بدون بعد استفاده کنیم در این صورت گزینه صحیح، گزینه 1 می‌باشد.

در ماه‌های گذشته دونده‌ای به طور میانگین ۲۰ کیلومتر در هفته با انحراف معیار ۴ کیلومتر در هفته دویده در حالی که دونده دیگری به طور میانگین ۴۰ کیلومتر در هفته با انحراف معیار ۵ کیلومتر در هفته دویده است کدام دونده در میزان دوندگی هفتگی خود نسبتاً بهتر عمل کرده است؟

ضریب تغییرات این دو دونده به ترتیب عبارتند از:

دونده اول : $C\cdot V=\frac{4}{20}\times\%\ 100=\%20$

دونده دوم : $C\cdot V=\frac{5}{40}\times\%\ 100=\%12/5$

ضریب تغییرات دونده دوم از دونده اول کوچکتر می‌باشد پس میزان پراکندگی دونده دوم کمتر است در نتیجه دونده دوم در دوندگی هفتگی خود استوارتر بوده است.

تست: ضریب تغییرات داده‌های 14، 12، 10 و 8 کدام است؟

1) $\frac{\sqrt{5}}{11}$ 2) $\frac{11}{\sqrt{5}}$ 3) $\frac{5}{11}$ 4) $\frac{11}{5}$

$$\bar{x}=\frac{8+10+12+14}{4}=11$$

$$S^2=\frac{(8-11)^2+(10-11)^2+(12-11)^2+(14-11)^2}{4}=\frac{9+1+1+9}{4}=5\ \Rightarrow\ S=\sqrt{5}$$

$$C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{5}}{11}$$

WWW.FUKA.IR

نکات مهم در ارتباط با ضریب تغییرات

1ـ اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند ضریب تغییرات صفر است.

2ـ اگر همه داده‌ها را در یک عدد مثبت ضرب کنیم ضریب تغییرات تغییر نمی‌کند.

3ـ اگر به همه داده‌ها عددی مثبت اضافه کنیم چون میانگین بزرگتر می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کوچکتر از ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.

4ـ اگر از تمام داده‌ها عددی مثبت را کم کنیم چون میانگین کوچکتر می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند، ضریب تغییرات داده‌های جدید، بزرگتر از ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.

5ـ ضریب تغییرات یک عدد ثابت برابر با صفر است.

6ـ اگر همه داده‌ها را در عددی منفی ضرب کنیم ضریب تغییرات نیز منفی خواهد شد.

تست: میانگین 20 داده آماری 15 و واریانس آن‌ها برابر 2/25 است درصد ضریب تغییرات آن‌ها چقدر است؟

1) 10 2) 12 3) 15 4) 20

$$C\cdot V=\frac{S}{\overline{x}}=\frac{\sqrt{2/25}}{15}=\frac{1/5}{15}=0/1 \quad \Rightarrow \quad \text{درصد ضریب تغییرات}=0/1\times 100=10$$

تست: اگر $\sum x_i = 60$ و $\sum x_i^2 = 400$ و تعداد داده‌ها برابر 10 باشد ضریب تغییرات تقریباً کدام است؟

1) 0/62 2) 0/33 3) 0/7 4) 0/4

$$\overline{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{60}{10}=6$$

$$S^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-(\overline{x})^2=\frac{400}{10}-(6)^2=40-36=4 \quad \Rightarrow \quad S=2$$

$$C\cdot V=\frac{S}{x}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\ ;\ 0/33$$

تست: اگر واریانس داده‌های a,b,c,d برابر 4 و میانگین آن‌ها برابر 9 باشد ضریب تغییرات $2a,2b,2c,2d$ چقدر است؟

1) $\frac{2}{9}$ 2) 3) $\frac{8}{9}$ 4) $\frac{4}{3}$

WWW.FUKA.IR

اگر میانگین و واریانس داده‌های اولیه را به ترتیب $\bar{x}$ و S_x^2 فرض کنیم و میانگین و واریانس داده‌های جدید را به ترتیب $\bar{y}$ و S_y^2 در نظر بگیریم می‌توان نوشت:

$$\bar{x}=9 \quad , \quad S_x^2=4 \quad \Rightarrow \quad S_x=2$$

$$y=2x \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \bar{y}=2(\bar{x})=2(9)=18 \\ S_y=|2|\,S_x=2(2)=4 \end{cases}$$

$$\text{جدید } C\cdot V=\frac{S_y}{y}=\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$$

تست: ضریب تغییرات داده‌های جدول زیر کدام است؟

حدود دسته‌ها	3_5	6_8	9_11
فراوانی	2	1	2

1) $\frac{6}{7\sqrt{5}}$ 2) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ 3) $\frac{7}{6\sqrt{5}}$ 4) $\frac{6}{\sqrt{5}}$

ابتدا مرکز دسته‌ها را به‌دست آورده و سپس ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

مراکز دسته‌ها	4	7	10
فراوانی	2	1	2

$$\bar{x}=\frac{(2\times4)+(1\times7)+(2\times10)}{2+1+2}=7$$

$$s^2=\frac{2(4-7)^2+1(7-7)^2+2(10-7)^2}{2+1+2}=\frac{36}{5} \quad \Rightarrow \quad s=\frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$C\cdot V=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{6/\sqrt{5}}{7}=\frac{6}{7\sqrt{5}}$$

تست: اگر میانگین و واریانس داده‌های $5x_1-3$, $5x_2-3$, $\mathbf{K}$, $5x_n-3$ برابر 97 و 625 باشد ضریب تغییرات داده‌های x_1 , x_2 , $\mathbf{K}$, x_n کدام است؟

1) %20 2) %25 3) %22/7 4) %20/3

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه فوق به‌صورت زیر باشد:

$$5\bar{x}-3=97 \quad \Rightarrow \quad 5\bar{x}=100 \quad \Rightarrow \quad \bar{x}=20$$

WWW.FUKA.IR

$$S^2_{(5x-3)} = 625 \quad \Rightarrow \quad S_{(5x-3)} = 25 \quad \Rightarrow \quad S_x = \left|\frac{1}{5}\right| S_{(5x-3)} = \frac{1}{5} \times 25 = 5$$

برای محاسبه ضریب تغییرات داده‌های جدید می‌نویسیم:

$$C \cdot V = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0/25$$

تست: متوسط درآمد ماهیانه کارگران کارخانه **A** ، 17 هزار تومان با واریانس 4 می‌باشد، در کارخانه **B** متوسط درآمد ماهیانه 250 هزار ریال با واریانس 900 می‌باشد:

1) اختلاف درآمد در کارخانه **A** بیش از کارخانه **B** است.

2) اختلاف درآمد در کارخانه **B** بیش از کارخانه **A** است.

3) درآمد اکثر افراد کارخانه **A** کمتر از اکثر افراد کارخانه **B** است.

4) کمترین درآمد در کارخانه **A** بیش از کارخانه **B** است.

برای مقایسه دو جامعه بهتر است از ضریب تغییرات استفاده کنیم چون واحدهای اندازه‌گیری بین دو جامعه یکسان نمی‌باشند:

$$(C \cdot V)_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} \times 100 = \frac{\sqrt{4}}{17} \times 100 = 11/76$$

$$(C \cdot V)_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} \times 100 = \frac{\sqrt{900}}{250} \times 100 = 12$$

به دلیل این‌که $(C \cdot V)_A < (C \cdot V)_B$ می‌توان بیان کرد که پراکندگی در کارخانه **B** بیشتر است و اختلاف درآمد در کارخانه **B** بیش از کارخانه **A** است.

تست: میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به ترتیب 50 هزار تومان و 20 هزار تومان است، اگر حقوق‌ها در این سازمان 25% افزایش یابند، ضریب تغییرات حقوق چه خواهد شد؟

1) نصف می‌شود.

2) تغییر نخواهد کرد.

3) چهار برابر خواهد شد.

4) 25 درصد افزایش خواهد یافت.

اگر **x** و **y** به ترتیب نمایش حقوق اولیه و جدید این سازمان باشد داریم:

$$y = x + 0/25x = 1/25x$$

WWW.FUKA.IR

$$\begin{matrix}\bar{y}=1/25\,\bar{x}\\ S_y=|1/25|S_x\end{matrix}\quad\Rightarrow\quad (C\cdot V)_y=\frac{S_y}{\bar{y}}=\frac{1/25\,S_x}{1/25\,\bar{x}}=\frac{S_x}{\bar{x}}=(C\cdot V)_x$$

پس، ضریب تغییرات حقوق تغییری نخواهد کرد.

تست: اگر همه داده‌های آماری را در عدد $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ضرب کنیم آنگاه نسبت تغییرات داده‌های جدید به ضریب تغییرات داده‌های اولیه چقدر است؟

1) 2 2) $\frac{1}{2}$ 3) 1 4) -1

اگر همه داده‌ها را در عددی منفی ضرب کنیم میانگین در همان عدد و انحراف معیار در قدرمطلق آن عدد ضرب می‌شود؛ پس:

$$(C\cdot V)_{\frac{-1}{2}x}=-(C\cdot V)_x$$

چولگی

طبیعی‌ترین منحنی فراوانی، منحنی فراوانی نرمال استاندارد می‌باشد که معادله مختصاتی آن به‌صورت زیر می‌باشد:

$$y=\frac{1}{\sqrt{2p}}e^{-x^2/2}$$

این منحنی ناقوسی شکل است و از نظر تقارن، کشیدگی، پخی، تناسب، زیبایی خاصی دارد

یک توزیع را متقارن گوییم هرگاه هیستوگرام فراوانی آن به شکل زیر باشد یا نمودار فراوانی چند ضلعی آن وقتی که فاصله طبقات خیلی کوچک باشد به فرم ناقوسی شکل بیان شود. در توزیع متقارن میانگین، میانه و مد بر هم منطبق هستند.

توزیع‌هایی که متقارن نباشند را توزیع‌های چوله می‌نامیم در توزیع‌های چوله شاخص‌های مرکزی بر هم منطبق نمی‌باشند ولی همیشه میانه بین مد و میانگین است. اگر دم منحنی در سمت چپ باشد می‌گوییم چوله به چپ یا چولگی منفی وجود دارد و اگر مد منحنی در سمت راست باشد می‌گوییم چوله به راست یا چولگی مثبت وجود دارد.

تذکر: اگر توزیع متقارن باشد میانگین، میانه و مد با هم برابرند ولی عکس آن صادق نیست یعنی اگر میانگین، میانه و مد با هم برابر باشند ممکن است توزیع متقارن و یا ممکن است نامتقارن باشد.

تذکر: در چولگی به راست (چولگی مثبت) همواره داریم:

WWW.FUKA.IR

$Mo < Md < \bar{x}$

تذکر: در چولگی به چپ (چولگی منفی) همواره داریم:

$\bar{x} < Md < Mo$

ضریب چولگی

میزان عدم تقارن منحنی فراوانی را چولگی (**skewness**) یا انحراف از قرینگی می‌گویند. برای تعیین میزان چولگی از ضریب بدون بعدی به نام ضریب چولگی استفاده می‌شود که آن را با SK نمایش می‌دهیم. ضرایب چولگی پیرسون و گشتاوری به‌صورت زیر ارائه می‌شوند:

ضریب چولگی اول پیرسون : $SK_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{S}$

ضریب چولگی دوم پیرسون : $SK_2 = \frac{3(\bar{x} - Md)}{S}$

ضریب چولگی گشتاوری : $SK = \frac{m_3}{S^3}$

انحراف معیار : S گشتاور مرکزی مرتبه سوم : m_3

نکته: اگر چولگی خفیف باشد آنگاه ضریب چولگی اول و دوم پیرسون تقریباً یکسان هستند و رابطه زیر به‌طور تقریبی صادق است:

$$SK_1 = SK_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{x} - Mo}{S} = \frac{3(\bar{x} - Md)}{S} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - Md)$$

نکته: اگر ضریب چولگی صفر باشد منحنی توزیع متقارن است و اگر ضریب چولگی مثبت باشد منحنی توزیع چوله به راست و اگر ضریب چولگی منفی باشد منحنی توزیع چوله به چپ است.

نکته: اگر $|SK| \leq 0/1$، منحنی توزیع تقریباً متقارن است.

اگر $0/1 \leq |SK| \leq 0/5$، چولگی توزیع خفیف است.

اگر $|SK| > 0/5$، چولگی توزیع شدید است.

طول عمر ۲۰۰ لامپ دارای میانگین، میانه، مد و انحراف معیار ۲۵۰، ۲۲۲، ۱۹۰ و ۱۱۲ ساعت می‌باشد ضرایب چولگی پیرسون را محاسبه کنید.

WWW.FUKA.IR

$$SK_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{S} = \frac{250 - 190}{112} = 0/54$$

$$SK_2 = \frac{3(\bar{x} - Md)}{S} = \frac{3(250 - 222)}{S} = 0/75$$

ضرایب چولگی مثبت است پس چولگی منحنی به راست می‌باشد.

ضریب پیرسون برای چولگی یک توزیع ۰/۳۲ است اگر انحراف معیار آن ۶/۵ و میانگین آن ۲۹/۶ باشد مد و میانه توزیع را محاسبه کنید. اگر مد توزیع بالا ۲۴/۴ باشد انحراف معیار آن چقدر است؟

چون $0/1 \le |SK| \le 0/5$ پس چولگی خفیف می‌باشد و:

الف) $SK_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{S} \Rightarrow 0/32 = \frac{29/6 - Mo}{6/5} \Rightarrow Mo = 29/6 - (6/5 \times 0/32) = 27/52$

$$SK_2 = \frac{3(\bar{x} - Md)}{S} \Rightarrow 0/32 = \frac{3(29/6 - Md)}{6/5} \Rightarrow 3Md = 3 \times 29/6 - 6/5 \times 0/32$$

$$Md = 28/91$$

ب) $SK_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{S} \Rightarrow 0/32 = \frac{29/6 - 24/4}{S} \Rightarrow S = 16/25$

تست: اگر $n = 10$، $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 40$ و $\sum (x_i - \bar{x})^3 = 80$ باشد مقدار ضریب چولگی چقدر است؟

1) -3 2) 3 3) 2 4) 1

$$SK = \frac{m_3}{S^3} = \frac{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^2}\right)^3} = \frac{\frac{80}{10}}{\left(\sqrt{\frac{40}{10}}\right)^3} = \frac{8}{2^3} = 1$$

تست: در یک توزیع با چولگی خفیف میانگین حسابی $\bar{x} = 58$ و میانه $Md = 60$ به‌دست آمده است مد توزیع کدام است؟

1) 54 2) 64 3) 52 4) 62

$$(\bar{x} - Mo) = 3(\bar{x} - Md) \Rightarrow 58 - Mo = 3(58 - 60) \Rightarrow 58 - Mo = -6 \Rightarrow Mo = 64$$

تست: گشتاورهای مرتبه اول، دوم و سوم نسبت به مبدأ $a = 10$ برای صفت متغیر $\mathbf{X}$ به‌صورت زیر محاسبه شده است:

$$M_1 = 2 \quad , \quad M_2 = 20 \quad , \quad M_3 = 70$$

ضریب چولگی توزیع کدام است؟

WWW.FUKA.IR

1) 0/53 2) -0/53 3) 0/35 4) -0/35

$S^2 = M_2 - (M_1)^2 = 20-4 = 16 \Rightarrow S = 4 \Rightarrow S^3 = 64$

$m_3 = M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3 = 70 - 3\times2\times20 + 2\times8 = -34$

$SK = \frac{-34}{64} = -0/53$

قضیه چبی‌شف: برای هر مجموعه از داده‌ها با شرط $K \geq 1$، حداقل $\left(1-\frac{1}{K^2}\right)\times100$ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x}-KS\ ,\ \bar{x}+KS)$ قرار دارند.

نکته: با استفاده از دستور چبی‌شف بطور تجربی می‌توان بیان کرد که برای داده‌هایی که منحنی فراوانی آن‌ها ناقوسی شکل است داریم:

الف) تقریباً 68 درصد داده‌ها به فاصله $(\bar{x}-S\ ,\ \bar{x}+S)$ تعلق دارند.

ب) تقریباً 95 درصد داده‌ها به فاصله $(\bar{x}-2S\ ,\ \bar{x}+2S)$ تعلق دارند.

ج) تمام و یا تقریباً 99/7 درصد داده‌ها به فاصله $(\bar{x}-3S\ ,\ \bar{x}+3S)$ تعلق دارند.

یک دستگاه اتوماتیکی بسته‌بندی زعفران به گونه‌ای تنظیم شده است که درون هر بسته به‌طور متوسط ۱۶ گرم زعفران و با انحراف معیار ۰/۰۲ گرم زعفران قرار می‌دهد، دست‌کم چند درصد بسته‌های تولیدی‌اش دارای وزنی بین ۱۵/۹۵ گرم تا ۱۶/۰۵ گرم هستند؟

ملاحظه می‌شود که کران‌های فاصله $(15/95\ ,\ 16/05)$ عبارتند از میانگین به اضافه و منهای 0/05، بنابراین باید 0/05 را به‌عنوان K انحراف معیار تعبیر شود یعنی $SK = 0/05$؛ پس، $K(0/02) = 0/05$ و در نتیجه $K = 2/5$؛ بنابراین، بنا بر قضیه چبی‌شف حداقل $\left(1-\frac{1}{(2/5)^2}\right)\times100 = 84$ درصد بسته‌های زعفران وزنی بین 15/95 و 16/05 گرم خواهند داشت.

برای داده‌های زیر فاصله‌های $(\bar{x}-S\ ,\ \bar{x}+S)$، $(\bar{x}-2S\ ,\ \bar{x}+2S)$ **و** $(\bar{x}-3S\ ,\ \bar{x}+3S)$ **را مشخص کنید و درصد داده‌های متعلق به هر فاصله را با دستور تجربی به‌دست آورید.**

1 , 1 , 1 , 2 , 3 , 3 , 4 , 6 , 6 , 7 , 8 , 12 , 14 , 18 , 18 , 20

WWW.FUKA.IR

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+2+3+3+4+6+6+7+8+12+14+18+18+20}{16} = \frac{124}{16} = 7/75$$

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{16}\left(3\times1^2 + 2^2 + 2\times3^2 + 4^2 + 2\times6^2 + 7^2 + 8^2 + 12^2 + 14^2 + 2\times18^2 + 20^2\right) - (7/75)^2$$

$$= 40/81 \quad \Rightarrow \quad S = 6/39$$

حدود 68 درصد داده‌ها به بازه روبه‌رو تعلق دارند: $(\bar{x}-S\ ,\ \bar{x}+S)$; $(1/36\ ,\ 14/14)$

حدود 95 درصد داده‌ها به بازه روبه‌رو تعلق دارند: $(\bar{x}-2S\ ,\ \bar{x}+2S)$; $(-5/03\ ,\ 20/53)$

حدود 99/7 درصد داده‌ها به بازه روبه‌رو تعلق دارند: $(\bar{x}-3S\ ,\ \bar{x}+3S) = (-11/42\ ,\ 26/92)$

جالب است بدانید که حدود تجربی فوق تقریباً با حدود واقعی حاصل از محاسبه یکسان است چون توزیع فراوانی داده‌های فوق ناقوسی شکل است.

کشیدگی

کوتاهی یا بلندی توزیع فراوانی را نسبت به توزیع نرمال استاندارد کشیدگی می‌نامند. مقدار ماکزیمم منحنی نرمال استاندارد برابر $\frac{1}{\sqrt{2p}}$ است، اگر مقدار ماکزیمم منحنی از $\frac{1}{\sqrt{2p}}$ بزرگتر باشد به آن منحنی، منحنی با کشیدگی مثبت می‌گویند و اگر مقدار ماکزیمم منحنی از $\frac{1}{\sqrt{2p}}$ کوچکتر باشد به آن منحنی، منحنی با کشیدگی منفی می‌گویند.

ضریب کشیدگی

ضریب کشیدگی شاخصی است که پراکندگی جامعه را نسبت به توزیع نرمال استاندارد نشان می‌دهد. ضریب کشیدگی را با نماد $\mathbf{E}$ نمایش می‌دهیم و عبارت است از:

$$E = \frac{m_4}{S^4} - 3$$

m_4 : گشتاور مرکزی مرتبه چهارم S : انحراف معیار

WWW.FUKA.IR

نکته: اگر ضریب کشیدگی صفر باشد کشیدگی منحنی استاندارد است اگر ضریب کشیدگی مثبت باشد کشیدگی منحنی مثبت و اگر ضریب کشیدگی منفی باشد کشیدگی منحنی منفی است.

نکته: اگر $|E| \le 0/1$، توزیع تقریباً نرمال است.

اگر $0/1 < |E| \le 0/5$، تفاوت کشیدگی توزیع با کشیدگی توزیع نرمال استاندارد اندک است.

اگر $|E| > 0/5$، تفاوت کشیدگی توزیع با کشیدگی توزیع نرمال استاندارد بسیار است.

برای جدول توزیع فراوانی زیر ضریب کشیدگی را محاسبه کنید.

حدود واقعی	20_24	24_28	28_32	32_36	36_40
فراوانی	2	8	16	14	10

ابتدا مرکز دسته‌ها را به‌دست آورده و سپس در فرمول زیر جایگذاری می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{(2\times 22) + (8\times 26) + (16\times 30) + (14\times 34) + (10\times 38)}{2 + 8 + 16 + 14 + 10} = 31/76$$

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum f_i x_i^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{50}\left(2\times 22^2 + 8\times 26^2 + 16\times 30^2 + 14\times 34^2 + 10\times 38^2\right) - (31/76)^2$$

$$s^2 = 19/3 \quad \Rightarrow \quad s^4 = 372/58$$

$$m_4 = \frac{1}{N}\sum f_i (x_i - \bar{x})^4 = \frac{1}{50}\Big(2(22-31/76)^4 + 8(26-31/76)^4 + 16(30-31/76)^4 + 14(34-31/76)^4 + 10(38-31/76)^4\Big)$$

$$= \frac{1}{50}(18148/02 + 8806/02 + 153/52 + 352/47 + 15161/3) = 852/43$$

$$E = \frac{m_4}{s^4} - 3 = \frac{852/43}{372/58} - 3 = -0/71$$

تست: در جامعه‌ای به حجم $n = 25$ رابطه‌های $\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 50$ و $\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^4 = 275$ برقرار هستند ضریب کشیدگی و نوع کشیدگی کدام است؟

1) $E = 0/25$، اختلاف منحنی با منحنی نرمال کم است.

2) $E = -0/25$، اختلاف منحنی با منحنی نرمال کم است.

3) $E = 0/25$، اختلاف منحنی با منحنی نرمال زیاد است.

WWW.FUKA.IR

4) $E=-0/25$ ، اختلاف منحنی با منحنی نرمال زیاد است.

$$S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=\frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=\frac{50}{25}=2 \quad \Rightarrow \quad S^4=4$$

$$m_4=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^4=\frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}\left(x_i-\bar{x}\right)^4=\frac{275}{25}=11$$

$$E=\frac{m_4}{S^4}-3=\frac{11}{4}-3=-0/25$$

چون $0/1<|E|\leq 0/5$ است بنابراین اختلاف منحنی با منحنی نرمال کم است. و گزینه دوم صحیح می‌باشد.

تست: گشتاورهای مرکزی مرتبه دوم، سوم و چهارم برای توزیع صفت متغیر به قرار زیر می‌باشد:

$$m_2=2 \quad , \quad m_3=0 \quad , \quad m_4=12$$

ضریب کشیدگی کدام است؟

1) 10 2) 6 3) 0 4) 4

با توجه به این‌که $m_2=S^2$ است داریم:

$$E=\frac{m_4}{S^4}-3=\frac{12}{(2)^2}-3=3-3=0$$

تست: اگر چهار گشتاور اول یک متغیر حول مبدأ به ترتیب برابر 6، 45/2، 378 و 3318/8 و واریانس برابر 5 باشد

ضریب کشیدگی کدام است؟

1) صفر 2) 0/976 3) 24/4 4) 4/88

به‌طور کلی برای محاسبه m_r می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$m_r=\sum_{i=0}^{r}(-1)^i\binom{r}{i}m'_{r-i}\cdot\left(m'_1\right)^i$$

$$m_4=\sum_{i=0}^{4}(-1)^i\binom{4}{i}m'_{4-i}\cdot\left(m'_1\right)^i$$

$$m_4=m'_4-4m'_3\,m'_1+6m'_2\left(m'_1\right)^2-4m'_1\left(m'_1\right)^3+\left(m'_1\right)^4$$

$$m_4=3318/8-4(378)(6)+6(45/2)(6)^2-3(6)^4=122$$

$$S^2=5 \quad \Rightarrow \quad S^4=25$$

WWW.FUKA.IR

$$E = \frac{m_4}{S^4} = \frac{122}{25} = 4/88$$

WWW.FUKA.IR

تست های آمار توصیفی

۱- میزان سود شرکت سهامی بتا در پنج سال گذشته بر حسب درصد فروش به ترتیب ۳، ۴، ۴، ۳، ۲ می‌باشد. کدام یک از کمیت‌های زیر به عنوان شاخص مرکزی وضع سودآوری شرکت را بهتر نشان می‌دهد؟

1) 2/5 2) 3/2 3) 4 4) 3/1

۲- واریانس کدام یک از چهار مجموعه‌ی زیر بیش‌تر است؟

1) 1,1,2,4,5,7,8,8 2) 1,1,1,4,5,8,8,8 3) 1,1,1,1,8,8,8,8 4) 1,2,3,4,5,6,7,8

۳- با تغییر مدیریت در یک فروشگاه بزرگ، فروش در سال اول دو برابر سال قبل، در سال دوم سه برابر سال اول و در سال سوم چهار برابر سال دوم شده است. به طور متوسط، فروش از آغاز مدیریت چند برابر شده است؟

1) بیش از سه برابر 2) سه برابر 3) قدری کم‌تر از سه برابر 4) 2/5 برابر

۴- حقوق پرداختی به کارمندان شرکت آلفا به طور متوسط ۱۵ هزار تومان با انحراف معیار ۳ هزار تومان است. اگر ۲۰٪ به میانگین حقوق کارمندان اضافه شود، به ترتیب میانگین و انحراف‌معیار حقوق پرداختی چقدر خواهد شد؟

1) 15/3 و 3 2) 15/3 و 3/6 3) 18 و 3 4) 18 و 3/6

۵- جدول مقابل توزیع فراوانی فروش یک شرکت را نشان می‌دهد. میانگین و انحراف معیار فروش به ترتیب چقدر است؟

فروش به هزار تومان	تعداد روزها
20 تا کم‌تر از 30	10
30 تا کمتر از 40	25
40 تا کمتر از 50	15

1) 35 و 8/6 2) 36 و 5/7 3) 36 و 7 4) 35 و 9

۶- اگر کمیت‌های $X_1, X_2, ..., X_n$ با حجم n به دست آمده باشند، کدام یک از روابط زیر صادق است؟

1) $\sum X_i = n\bar{X}^2$ 2) $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$ 3) $\sum (X_i - \bar{X})^2 = 0$ 4) $\sum (X_i - me) = 0$

WWW.FUKA.IR

۷- اگر در طی دوره‌ی دو ساله نرخ تورم به ترتیب ۲۱٪ و ۴۴٪ باشد، میانگین نرخ تورم در طی دوره‌ی مزبور برابر است با:

1) %33 2) %32 3) %30 4) %32/5

۸- اگر به مقادیر متغیر X (با انحراف معیار ۱) عددی مانند a اضافه کنیم و آن را در عددی مانند $\frac{c}{b}$ ضرب کنیم، انحراف معیار آن برابر خواهد شد با:

1) $a+\frac{c}{b}$ 2) $a+\frac{c^2}{b^2}$ 3) $\frac{c}{b}$ 4) $a^2+\frac{c}{b}$

۹- از روی توزیع صفت متغیر X در جامعه کمیت‌های زیر محاسبه شده است:

$$n=100, \sum n_i(X_i-\bar{X})^2=36, \sum n_i X_i=1200$$

ضریب تغییرات صفت متغیر X کدام است؟

1) %5 2) %4 3) %2 4) %6

۱۰- در جامعه‌ای به حجم n = ۲۰ پس از محاسبات لازم کمیت‌های زیر به دست آمده است:

$$\sum(X_i-\bar{X})^2=1620, \sum(X_i-\bar{X})^3=-328$$

ضریب چولگی توزیع کدام است؟

1) %449 2) -%449 3) 0/022 4) -0/02

۱۱- کدام یک از عبارت‌های زیر می‌تواند یکی از خواص مهم میانه را در توزیع جامعه بیان‌کند؟

1) $\sum(X_i-me)^2$ 2) $\sum(X_i-me)$ 3) $\sum|X_i-me|$ 4) $\sum(\bar{X}-me)$

۱۲- نظر گروهی از سوادآموزان راجع به زمان پخش برنامه‌ی نهضت سوادآموزی از سیمای جمهوری اسلامی جمع‌آوری شده است کدام شاخص مرکزی برای آن داده‌ها مناسب‌تر است؟

1) میانگین 2) میانه 3) نما 4) چارک اول

WWW.FUKA.IR

۱۳- در صورتی که جامعه‌ای دارای چولگی مثبت باشد:

1) میانه در وسط، میانگین سمت راست و نما سمت چپ آن قرار دارد.

2) میانگین در وسط، میانه سمت راست و نما سمت چپ آن قرار دارد.

3) میانه در وسط، نما سمت چپ و میانگین سمت چپ آن قرار دارد.

4) میانگین در وسط، نما سمت چپ و میانه سمت راست آن قرار دارد.

۱۴- با توجه به جدول زیر، سرمایه‌گذاری در کدام شرکت مناسب‌تر است؟

شاخص	الف	ب	ج
میانگین سود	7	5	7
انحراف معیار سود	2	1	2
ضریب چولگی پیرسون	4	**o**	-4

1) الف 2) ب 3) ج 4) تفاوتی ندارد

۱۵- ضریب تغییرات (coefficient of Variation) عدد ۵ برابر است با:

1) 5 2) 1 3) ∞ 4) **o**

۱۶- کدام یک از روابط زیر بین میانگین حسابی ($\bar{X}$)، میانگین هندسی ($\bar{X}_G$) و میانگین هارمونیک ($\bar{X}_H$) برقرار است؟

1) $\bar{X}_H < \bar{X}_G < \bar{X}$ 2) $\bar{X}_G < \bar{X} < \bar{X}_H$ 3) $\bar{X}_G < \bar{X}_H < \bar{X}$ 4) $\bar{X} < \bar{X}_G < \bar{X}_H$

۱۷- در یک توزیع با چولگی خفیف میانگین حسابی ۵۲/۴ و میانه ۵۱/۸ = md = med به دست آمده است، مد یا نمای توزیع کدام است؟

1) 53/6 2) 50/6 3) 54/2 4) 51/6

۱۸- سه ماشین که به تولید یک کالا مشغول‌اند، اولی یک کالا را در ۲، دومی در ۳ و سومی در ۶ دقیقه تولید می‌کنند. اگر این سه ماشین با هم کار کنند به طور متوسط یک کالا در چند دقیقه تولید می‌شود؟

1) 3/67 2) 3/3 3) 3 4) 3/1

WWW.FUKA.IR

۱۹- در صورتی که انحراف معیار ۱۲ عدد مساوی ۲/۴ باشد و به هر یک از اعداداین توزیع، عـدد ۴ را اضـافه کنیم، انحراف معیار جدید چقدر خواهد شد؟

1) $2/4\sqrt{4}$ 2) 9/6 3) 6/4 4) 2/4

۲۰- برای رسم هیستوگرام (نمودار مستطیلی) محورهای x , y بر اساس کدام اندازه‌ها مدرج می‌شوند؟

1) کرانه‌های طبقات و فراوانی طبقات
2) حدود طبقات و چگالی
3) حد وسط طبقات و فراوانی مطلق
4) مقادیر متغیر x و فراوانی‌های تجمعی

۲۱- قیمت سهام یک کارخانه از ۱۰۰ ریال در سال ۱۳۷۰ به ۱۶۰۰ ریال در سال ۱۳۷۴ رسـیده اسـت. متوسـط نرخ افزایش قیمت سهام در این دوره چقدر است؟

1) %100 2) %200 3) %10 4) %20

۲۲- میانگین یک جامعه‌ی آماری یک بار با استفاده از داده‌های خام μ_1 و بار دیگر با استفاده از جدول توزیع فراوانی μ_2 محاسبه شده است. کدام یک از موارد زیر معمولاً صادق است؟

1) $\mu_1 = \mu_2$ 2) $\mu_1 > \mu_2$ 3) $\mu_1 \neq \mu_2$ 4) $\mu_1 < \mu_2$

۲۳- برای مقایسه دو توزیع فراوانی مربوط به حقوق پرداختی به کارگران مرد و زن در یـک کارخانـه، کـدام یک از نمودارهای زیر مناسب‌تر است؟

1) پلی‌گون (چند گوش) فراوانی نسبی
2) نمودار میله‌ای فراوانی مطلق
3) نمودار تجمعی (**Ogive**) فراوانی مطلق
4) هیستوگرام (بافت‌نگار) فراوانی نسبی

۲۴- برای محاسبه متوسط نرخ رشد تولید ناخالص ملی در پنج سال گذشته، از کدام شاخص استفاده می‌شود؟

1) میانگین حسابی ساده
2) میانگین حسابی موزون
3) میانگین هارمونیک (هم‌سازه)
4) میانگین هندسی

۲۵- چارک سوم حقوق در یک سازمان ۶۵ هزار تومان است. یعنی سه چهارم کارکنان .... هزار تومان حقوق می‌گیرند؟

1) تا 65
2) 65
3) بیش‌تر از 65
4) 65 هزار تومان و بقیه کارکنان کم‌تر از 65

WWW.FUKA.IR

۲۶- توزیع صفت متغیر X در جامعه‌ای به صورت جدول زیر به دست آمده است.

فاصله طبقاتی $x_i - x_{i+1}$	2-4	4-6	6-8	8-10
فراوانی n_i	1	1	5	3

اگر انحراف معیار توزیع فوق $\sigma=1/8$ باشد، ضریب چولگی پیرسن و تفسیر آن کدام است؟

1) $A_s=-0/87$، توزیع دارای چولگی شدید و چپ است.

2) $A_s=-0/27$، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و راست است.

3) $A_s=-0/33$، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و چپ است.

4) $A_s=-0/87$، توزیع دارای چولگی شدید و راست است.

۲۷- قیمت کالایی در سال گذشته ۲۰٪ کاهش و امسال ۲۰٪ افزایش داشته است. متوسط نرخ رشد قیمت این کالا در این دو سال چیست؟

1) صفر 2) $\sqrt{0/96}$ 3) $(0/96)^{1/2}-1$ 4) $\frac{1}{2}(\log 0/8-\log 0/02)$

۲۸- در جامعه‌ای پس از محاسبات لازم کمیت‌های زیر به دست آمده است. $n=10, \sum x_i=20, \sum x_i^2=200$

اگر مد (نما) توزیع برابر ۳ به دست آمده باشد، ضریب چولگی پیرسن و تفسیر آن کدام است؟

1) $A_s=-0/5$ توزیع دارای چولگی شدید و چپ است.

2) $A_s=-0/25$، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و راست است.

3) $A_s=-0/25$، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و چپ است.

4) $A_s=-0/5$، توزیع دارای چولگی شدید و راست است.

WWW.FUKA.IR

۲۹- در جامعه‌ای به حجم $N=50$ برای صفت متغیر X کمیت‌های زیر به دست آمده است:

$$\sum x_i = 250, \sum x_i^2 = 2500$$

ضریب تغییرات صفت X کدام است؟

1) $CV = \%25$ 2) $CV = \%50$ 3) $CV = \%75$ 4) $CV = \%100$

۳۰- میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به ترتیب ۵۰ هزار تومان و ۲۰ هزار تومان است اگر حقوق‌ها در این سازمان ۲۵ درصد افزایش یابند، ضریب تغییرات حقوق چه خواهد شد؟

1) نصف خواهد شد. 2) تغییر نخواهد کرد

3) چهار برابر خواهد شد 4) 25 درصد افزایش خواهد یافت

۳۱- فروش بنگاهی در سال‌های ۱۳۷۳ تا ۱۳۷۷ به ترتیب ۵، ۱۰، ۲۰، ۴۰ و ۸۰ میلیون تومان بوده است.

متوسط نرخ رشد سالیانه فروش بنگاه ..... و توزیع آن دارای چولگی ..... است.

1) 100%، مثبت 2) 100% منفی 3) 200%، مثبت 4) 200%، منفی

۳۲- واریانس نمونه متشکل از سه عدد ۵۶۷۹۲۱۱۲۰ و ۵۶۷۹۲۱۱۲۴ و ۵۶۷۹۲۱۱۲۲ کدام است؟

1) $\frac{8}{3}$ 2) 4 3) $\frac{25124}{3}$ 4) 25112

۳۳- کدام گزینه، یکی از خواص مهم مشخصه میانگین می‌باشد؟

1) برای هر توزیع، میانگین حسابی از نما کوچک‌تر است.

2) در هر توزیع، حاصل جمع قدر مطلق انحرافات مقادیر متغیر از میانگین به حداقل می‌رسد.

3) در هر توزیع، مجموع مجذورات تفاضل‌های مقادیر از میانگین به حداقل می‌رسد.

4) در هر توزیع، مجموع توان سوم انحرافات مقادیر متغیر از میانگین حسابی به حداقل می‌رسد.

۳۴- بنا به نابرابری چبی‌شف (Chebyshev) احتمال این که قدر مطلق یک متغیر استاندارد شده، حداقل k باشد:

1) برابر $\frac{1}{k^2}$ است. 2) برابر k^2 است به شرط آن که توزیع نرمال باشد.

3) حداکثر $\frac{1}{k^2}$ است. 4) حداکثر $\frac{1}{k^2}$ به شرط آن که توزیع نرمال باشد.

WWW.FUKA.IR

۳۵- در صورتی که به بزرگترین عدد یک سری داده مقدار ثابتی اضافه گردد، این افزایش بر کدام معیار تأثیر نمی‌گذارد؟

1) ضریب پراکندگی 2) میانه 3) میانگین 4) واریانس

۳۶- اگر واریانس ۱۰ مشاهده برابر ۵۰ باشد و مشاهدات را در ۴ ضرب و با ۷ جمع کنیم، واریانس جدید برابر است با:

1) 200 2) 228 3) 800 4) 912

۳۷- جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید. اگر $\mu = 2$ و $N = 28$ باشد، مقادیر a و b عبارتند از:

x_i	**o**	1	2	3	4
F_i	3	a	10	b	3

1) $a = b = 6$ 2) $a = 5$ و $b = 7$ 3) $a = b = 7$ 4) $a = 4$ و $b = 8$

۳۸- اتومبیلی ۶۰ کیلومتر اول از مسافتی را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت و ۶۰ کیلومتر دوم را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است. برای محاسبه سرعت متوسط اتومبیل، کدام یک از میانگین‌های زیر مناسب است؟

1) حسابی 2) موزون 3) همساز (هارمونیک) 4) هندسی

۳۹- میانگین نمرات آمار و واریانس آن‌ها در دو کلاس به صورت زیر است:

کلاس	1	2
تعداد دانشجو N_i	20	3
میانگین نمرات μ_i	15	10
واریانس نمرات σ_i^2	17	12

میانگین و واریانس نمرات کل دانشجویان دو کلاس چقدر است؟

1) 12/5 و 20 2) 12 و 20 3) 12/5 و 35 4) 12 و 35

WWW.FUKA.IR

۴۰- در توزیعی با چولگی منفی انتظار می‌رود که ..... کم‌ترین مقدار را داشته باشد.

1) دامنه تغییرات 2) میانه 3) میانگین 4) نما

۴۱- برای تعیین آن که در ۳۰ روز گذشته، به نسبت، قیمت دلار از ثبات بیش‌تری برخوردار بوده است یا یورو، استفاده از کدام شاخص آماری مناسب‌تر است؟

1) انحراف متوسط 2) ضرایب پراکندگی 3) ضریب چولگی 4) واریانس

۴۲- فرض کنید شاخص قیمت خرده‌فروشی از ۲۰۰ در سال ۱۳۷۸ به ۴۵۰ در سال ۱۳۸۰ رسیده باشد. متوسط نرخ تورم سالانه در این فاصله زمانی چقدر بوده است؟

1) %50 2) %62/5 3) %125 4) %150

۴۳- در رسم هیستوگرام (بافت نگار) محور xها را بر اساس کدام اندازه مندرج می‌کنند؟

1) فراوانی های نسبی 2) کرانه‌های طبقات 3) حد وسط طبقات 4) فراوانی‌های تجمعی

۴۴- طی بررسی‌هایی که از پرسش‌نامه‌ی طرح هزینه و درآمد خانوارهای شهری برای چهار سال متوالی به عمل آمده، معلوم شد، که هزینه‌ی سوخت یک خانوار برای خرید نفت سفید به ترتیب برابر با ۱/۶، ۱/۸، ۲/۱، ۲/۵ ریال به ازای هر لیتر شده است. اگر خانواری ۲۰۰۰۰ ریال برای هر سال هزینه کرده باشد، متوسط هزینه‌ی سوخت خانوار به ازای یک لیتر در ۴سال برابر است با:

1) 1/75 2) 2/25 3) 2/5 4) 1/94

۴۵- با فرض در اختیار داشتن عبارت $\sum|x_i - a|$ اگر a، میانه توزیع باشد، این عبارت:

1) حداکثر است. 2) مقدار بین حداقل و حداکثر دارد.

3) حداقل است. 4) هیچ‌کدام از موارد فوق

۴۶- واریانس عدد ۶، ۵، ۴، ۳، ۲ در جامعه‌ای برابر است با:

1) 2 2) $\sqrt{3}$ 3) 5/5 4) 3

۴۷- اگر ضریب چولگی توزیع یک جامعه ۰/۶۶- باشد، آن‌گاه جامعه مورد مطالعه:

1) نرمال است. 2) با جامعه‌ی نرمال تفاوت مختصری دارد.

3) با جامعه‌ی نرمال تفاوت فاحش دارد. 4) با اطالعات داده شده نمی‌توان قضاوت کرد.

WWW.FUKA.IR

۴۸- اگر $V(x)=9$ باشد، در این صورت انحراف معیار $3-4x$ برابر است با:

1) 6 2) 36 3) 12 4) 33

۴۹- در یک توزیع با چولگی خفیف، میانگین حسابی $\bar{X}=52/4$ و میانه $Me=51/8$ به دست آمده است. مد توزیع کدام است؟

1) 53/6 2) 50/6 3) 54/2 4) 51/6

۵۰- کدام یک از روابط زیر بین میانگین حسابی $(\bar{x})$، میانگین هندسی $(\bar{x}_G)$ و میانگین هم‌ساز $(\bar{x}_H)$ در توزیع‌های صفت متغیر برقرار است؟

1) $\bar{X}_H < \bar{X}_G < \bar{X}$ 2) $\bar{X}_G < \bar{X} < \bar{X}_H$ 3) $\bar{X}_G > \bar{X}_H > \bar{X}$ 4) $\bar{X}_H > \bar{X}_G > \bar{X}$

۵۱- در جامعه‌ای به حجم $n=10$، کمیت‌های زیر محاسبه شده است:

$$\sum n_i x_i = 40, \sum n_i x_i^2 = 400, \sum n_i x_i^3 = 600$$

گشتاوری مرکزی مرتبه سوم (μ_3) کدام است؟

1) -292 2) 292 3) -548 4) 485

۵۲- کدام تعریف برای صفت مشخصه صحیح است؟

1) صفتی است که اندازه‌گیری آن از فردی به فرد دیگر تغییر می‌کند.

2) صفتی است که قابل اندازه‌گیری است.

3) صفت مشترک برای افراد جامعه است.

4) صفتی که قابل شمارش باشد.

۵۳- اگر μ_x میانگین $x_n,...,x_2,x_1$ باشد، آنگاه $\sum(x_i-\mu_x)$ مساوی خواهد شد با:

1) μ_x 2) **N** 3) 1 4) صفر

۵۴- برای یک جامعه $\sum x_i = 100$ و $\sum x_i^2 = 580$ می‌باشد، اگر $N=20$ باشد، ضریب پراکندگی نسبی (ضریب تغییرات) کدام است؟

1) %80 2) %40 3) %70 4) %50

WWW.FUKA.IR

۵۵- میانگین و میانه یک جامعه به ترتیب ۳۰ و ۵۰ است. فرض کنید توزیع جامعه از چولگی معقولی (ضعیف) برخوردار باشد، مد توزیع را محاسبه کنید.

1) 90 2) 40 3) مد ندارد 4) 25

۵۶- اگر ضریب کشیدگی توزیعی ۰/۷۱- به دست آمده باشد، می توان گفت که:

1) کشیدگی جامعه نسبت به توزیع نرمال بیش‌تر و تفاوت آن فاحش است.

2) کشیدگی جامعه نسبت به توزیع نرمال کم‌تر و تفاوت آن فاحش است.

3) کشیدگی جامعه نسبت به توزیع نرمال بیش‌تر و تفاوت آن ناچیز است.

4) کشیدگی جامعه نسبت به توزیع نرمال کم‌تر و تفاوت آن ناچیز است.

۵۷- چنانچه یک جامعه غیر نرمال باشد، فاصله‌ی $(\mu_x \pm 2\sigma_x)$ حداقل شامل چند درصد داده‌ها است؟

1) %95/45 2) %85 3) %95 4) %75

۵۸- میانه‌ی داده‌های جدول زیر کدام است؟

CL (فاصله طبقات)	20-29	30-39	40-49
F_i (فراوانی)	3	6	7

1) 34/6 2) 34/5 3) 37/8 4) 37/3

۵۹- ضریب تغییرات برای مقایسه‌ی پراکندگی دو جامعه‌ای به کار می‌رود که:

1) دارای میانگین‌های متفاوت باشند.

2) دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف باشند.

3) دارای مقادیر منفی باشند.

4) یا واحدهای اندازه‌گیری‌شان مختلف باشد و یا میانگین‌های متفاوت داشته باشند.

۶۰- اگر $\sum x_i^2 = 3250, n = 50$ و $\mu_x = 7$ و $\sum (x_i - \mu_x)^3 = 96$ باشد، ضریب چولگی جامعه کدام است؟

1) %3 2) %6 3) %1/96 4) %2/3

WWW.FUKA.IR

۶۱- دستگاه A در اندازه‌گیری مکرر از شیء واحدی دارای واریانس $\sigma^2 = 9$ بوده است. دستگاه B در اندازه‌گیری مکرر از همان شیء دارای واریانس $\sigma^2 = 25$ بوده است.

1) دستگاه **A** دقیق‌تر است.

2) دستگاه **B** دقیق‌تر است.

3) دستگاه **A** اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه **B** به دست می‌دهد.

4) دستگاه **B** اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه **A** به دست می‌دهد.

۶۲- نمای اعداد ۹، ۱۴، ۱۰، ۹، ۵، ۳، ۲ کدام عدد می‌باشد؟

1) 5 2) 7 3) 9 4) 14

۶۳- اگر میانگین x_1 تا x_N برابر μ_x و میانگین y_1 تا y_k برابر μ_y باشد و داشته باشیم $\mu_y = a\mu_x$ در آن صورت مقدار $\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{\sum_{i=1}^{K} y_i}$ کدام است؟

1) $\frac{N}{ka}$ 2) $k\mu_y$ 3) $N\mu_x$ 4) $N\mu_y$

۶۴- داده‌های زیر در دست است: ۹۸۷۵۰، ۹۸۹۵۰، ۹۸۷۵۰ انحراف معیار این داده‌ها برابر است با:

1) 98750 2) 98750 3) 1 4) صفر

۶۵- متوسط درآمد ماهانه کارگران کارخانه A، ۱۷ هزار تومان با واریانس ۴ می‌باشد. در کارخانه B متوسط درآمد ماهانه ۲۵۰ هزار ریال با واریانس ۹۰۰ می‌باشد.

1) اختلاف درآمد در کارخانه **A** بیش از کارخانه **B** است.

2) اختلاف درآمد در کارخانه **B** بیش از کارخانه **A** است.

3) درآمدهای اکثر افراد کارخانه **A** کم‌تر از اکثر افراد کارخانه **B** است.

4) کم‌ترین درآمد در کارخانه **A** بیش از کارخانه **B** است.

WWW.FUKA.IR

۶۶- کدام یک از معیارهای زیر، برای تعیین نوع کالایی که در بـازار بـیش‌تـرین متقاضـی را داشـته باشـد، مناسب‌تر است؟

1) میانه 2) نما 3) میانگین حسابی 4) میانگین وزنی

۶۷- سرمایه شرکتی در سال ۱۳۶۴، ۲ میلیون تومان، در سال ۱۳۶۵، ۴ میلیون تومان و در سـال ۱۳۶۶، ۳۲ میلیون تومان بوده است. به طور متوسط این شرکت هر سال نسبت به سال قبل چند برابر سود داشته است؟

1) 3/84 2) 4 3) $\frac{38}{3}$ 4) $(256)^{\frac{1}{2}}$

۶۸- اگر واریانس متغیر تصادفی X برابر ۴ باشد، واریانس $2x-3$ برابر است:

1) $\frac{1}{4}$ 2) 2 3) 4 4) 16

۶۹- کدام نمودار برای نمایش داده‌ها با مقیاس اسمی به کار می‌رود؟

1) نمودار مستطیلی 2) نمودار چند ضلعی یا چند گوش

3) نمودار دایره‌ای 4) نمودار تراکمی

۷۰- کشیدگی گشتاور یک توزیع آماری، ۳ است. کدام گزینه صحیح است؟

1) پراکندگی آن در حد توزیع نرمال است. 2) پراکندگی آن زیاد است.

3) پراکندگی آن پایین است. 4) جهت اظهار نظر به اطلاعات بیش‌تری نیاز است.

۷۱- کدام یک از نمودارهای زیر برای توصیف داده‌های فاصله‌ای مناسب‌تر است؟

1) مستطیلی 2) پاره‌تو 3) دایره‌ای 4) ستونی

۷۲- داده‌های طبقه‌بندی شده زیر را در نظر بگیرید، مقدار مد را محاسبه کنید.

CL فاصله طبقاتی	-10- **o**	**o** -10	10-20
F_i (فراوانی)	30	20	20

1) -10 2) 2/5 3) -2/5 4) 0

WWW.FUKA.IR

۷۳- اگر میانگین و واریانس X به ترتیب ۳ و ۹ باشد، میانگین و انحراف معیار $y=\frac{1}{2}x+1$ کدام است؟

1) $\mu=1/5,\sigma=2/5$ 2) $\mu=1/5,\sigma=1/5$ 3) $\mu=2/5,\sigma=4/5$ 4) $\mu=2/5,\sigma=1/5$

۷۴- جامعه‌ای دارای چولگی ضعیف است (توزیع جامعه از چولگی معقولی برخوردار است). میانگین و میانه آن را به ترتیب ۱۰۰ و ۱۲۰ می‌باشد. مقدار مد چقدر است؟

1) 110 2) 120 3) 160 4) 220

۷۵- جدول طبقه‌بندی زیر داده شده است :

CL فاصله طبقاتی	10-20	20-30	30-40
n_i (فراوانی)	10	30	20

مقدار چارک سوم کدام است؟

1) 25 2) 30/5 3) 32/5 4) 45

۷۶- ضریب کشیدگی یک جامعه ۰/۶- است، جامعه‌ی مورد مطالعه:

1) دارای چولگی فاحش است. 2) در مقایسه با جامعه نرمال تفاوتی ندارد.

3) در مقایسه با جامعه نرمال تفاوت اندکی دارد. 4) در مقایسه با جامعه نرمال تفاوت فاحشی دارد.

۷۷- اگر واریانس ۵ عدد ۱۴ و $\sum x_i^2 = 390$ باشد، میانگین اعداد برابر است با:

1) 5/12 2) 3/2 3) 2/56 4) 8

۷۸- اگر $N=100$ و $\sum x_i = 200$ و $\sum x_i^2 = 500$ باشد، مقدار ضریب تغییرت کدم است؟

1) %50 2) %90 3) %10 4) %20

۷۹- چارک اول جدول زیر کدام است؟

حدود طبقات	2-5	6-9	10-13
فراوانی مطلق	10	30	20

1) 5 2) 6/17 3) 9/5 4) 10

WWW.FUKA.IR

۸۰- اگر $N=1000$ **و** $\sum F_i(x_i-\mu_x)^4=5000$ **و انحراف معیار جامعه ۲ باشد، مقدار ضریب کشیدگی کدام است؟**

1) -2/69 2) -2/53 3) 0/31 4) 2/53

۸۱- اگر ۳ اتومبیل مسیر ۶۰ کیلومتری بین دو منطقه را به ترتیب با سرعت ۱۲۰، ۶۰ و ۹۰ کیلومتر در ساعت طی نمایند، میانگین سرعت این سه اتومبیل برابر با چند کیلومتر در ساعت است؟

1) تقریباً 83 2) تقریباً 86 3) تقریباً 90 4) 90

۸۲- میانگین سن یک گروه ۱۲ سال و ضریب تغییرات سن آنان ۲۰ درصد است. انحراف معیار سن آنان چقدر است؟

1) 0/6 2) 2/4 3) 60 4) 240

۸۳- اگر $N=10, \sum(x_i-\mu_x)^2=40$ **و** $\sum(x_i-\mu_x)^3=80$ **باشد مقدار ضریب چولگی چقدر است؟**

1) -3 2) 3 3) 2 4) 1

۸۴- در جدول زیر دهک دوم برابر چند است؟

CL	40-50	50-60	60-70
F_i	5	18	7

1) 48/2 2) 51/5 3) 50/55 4) 62/38

۸۵- با فرض در اختیار داشتن $\sum_{i=1}^{N}|y_i-a|$ **به شرط آن که a میانه باشد، همواره حاصل این عبارت ..... است.**

1) حداقل 2) حداکثر

3) مقداری بین حداقل و حداکثر 4) نامشخص

۸۶- کشیدگی (Kurtosis) چندگی و گشتاوری توزیع نرمال به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟

1) (o,o) 2) (3و0/263) 3) (0/263 و 3) 4) (3و3)

WWW.FUKA.IR

۸۷- کدام نمودار از نوع «تحلیل اکتشافی داده‌ها» (Exploratorg Data Analysis) می‌باشد؟

1) دایره‌ای 2) هیستوگرام 3) پاره تو 4) شاخه و برگ

۸۸- کدام نمودار برای نمایش مشاهدات کمی طبقه‌بندی نشده به کار می‌رود؟

1) پاره‌تو 2) چند ضلعی 3) ریشه و برگ 4) بافت‌نگار

۸۹- در حالت چولگی مثبت ($SK > 0$)، کدام رابطه بین میانگین (μ_x)، مد (Mo) و میانه (Md) برقرار است؟

1) $MO < Md < \mu_x$ 2) $Mo \le \mu_x < Md$ 3) $\mu_x < Md < Mo$ 4) $\mu_x \le Md \le Mo$

۹۰- میانگین و انحراف معیار حقوق کارکنان در یک بنگاه به ترتیب ۸۰ هزار تومان و ۲۰ هزار تومان است. اگر حقوق‌ها در این بنگاه ۱۲/۵ درصد افزایش یابد، ضریب تغییرات جدید چقدر خواهد شد؟

1) 12/5 درصد 2) 20 درصد 3) 25 درصد 4) 40 درصد

۹۱- خاصیت مهم میانه آن است که:

1) مجموع انحرافات از میانه صفر است. 2) تعداد انحرافات از میانه حداقل است.

3) مجذور انحرافات از میانه حداقل است. 4) مجموع قدرمطلق انحرافات از میانه حداقل است.

۹۲- اتومبیلی مسیری را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت رفته و $\frac{1}{3}$ مسیر را با سرعت ۸۰ کیلومتر و باقیمانده را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر برگشته است. متوسط سرعت این اتومبیل چقدر بوده است؟

1) 90 2) 100 3) 101/4 4) 102/8

۹۳- در توزیع زیر مد کدام است؟

L–C	3-5	6-8	9-11	جمع
F_i	4	20	12	36

1) 6/33 2) 6/53 3) 7/5 4) 20

۹۴- کدام دسته از فنون آماری زیر بر فرض آزاد از توزیع بنا شده‌اند؟

1) پارامتریک 2) ناپارامتریک 3) توصیفی 4) استنباطی

WWW.FUKA.IR

۹۵- کدام یک از این نمودارها برای تحلیل اکتشافی مشاهدات استفاده می‌شود؟

1) جعبه‌ای 2) پاره‌تو 3) دایره‌ای 4) بافت‌نگار

۹۶- اگر N_i تعداد جامعه آماری i, μ_i, σ_i^2 به ترتیب میانگین و واریانس باشد. واریانس کل این جدول کدام است؟

N_i	100	200	700
μ_i	80	90	100
σ_i^2	1600	2500	2500

1) 2200 2) 2233/3 3) 2410 4) 2454

۹۷- واریانس داده‌ها با فرض جدول فراوانی کدام است؟

x_i	−1	**o**	1	2
F_i	2	3	4	1

1) 0/76 2) 0/78 3) 0/82 4) 0/84

۹۸- میانگین ۲۰ داده آماری ۱۵ و واریانس آن‌ها برابر ۲/۲۵ است. درصد ضریب تغییرات آن‌ها چقدر است؟

1) 10 2) 12 3) 15 4) 20

۹۹- در تبدیل داده‌های آماری با میانگین ۳۲ و انحراف‌معیار ۳ به متغیرهای هنجاری (نرمال)، داده ۴۱ متناظر با کدام هنجاری است؟

1) -1 2) 1 3) 2 4) 3

۱۰۰- اگر میانگین داده‌های: $2x_1-3, 2x_2-3, \ldots, 2x_{20}-3$ برابر ۲۹ باشد، آن‌گاه $\sum x_i$ کدام خواهد بود؟

1) 280 2) 320 3) 480 4) 640

WWW.FUKA.IR

پاسخ تشریحی تست‌های آمار توصیفی

1- گزینه (4) صحیح است.

چون میزان سود شرکت بر حسب درصد فروش بیان شده است، از میانگین هندسی به عنوان شاخص مرکزی استفاده می‌کنیم.

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times ... \times x_n} \Rightarrow \bar{x}_G = \sqrt[5]{3 \times 4 \times 4 \times 3 \times 2} = \sqrt[5]{288} = 3/104$$

2- گزینه (3) صحیح است.

چون دامنه‌ی تغییرات (**R**) در گزینه‌ی (3) بین 1 و 8 می‌باشد، پس میزان پراکندگی این متغیرها را از سایر مجموعه‌ها بیش‌تر خواهد بود.

3- گزینه (3) صحیح است.

متوسط فروش با میانگین هندسی قابل محاسبه است.

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times ... \times x_n} \Rightarrow \bar{x}_G = \sqrt[3]{2 \times 3 \times 4} = \sqrt[3]{8 \times 3} = 2\sqrt[3]{3} = 2/88$$

4- گزینه (3) صحیح است.

اگر 20% به میانگین حقوق کارمندان اضافه شود، داریم: هزار تومان 3 = 20% × 15 بنابر خواص میانگین و انحراف معیار داریم: $\overline{x+3} = \bar{x} + 3 = 15 + 3 = 18$

$$\sigma_{(x+3)} = \sigma_x = 3$$

5- گزینه (3) صحیح است.

CL	F_i	x_i	$F_i x_i$	$F_i x_i^2$
20 – 30	10	25	250	6250
30 – 40	25	35	875	30625
40 – 50	15	45	675	30375
–	50	–	1800	67250

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{1800}{50} = 36$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum F_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{67250}{50} - (36)^2 = 49$$

WWW.FUKA.IR

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{49} = 7$$

6- گزینه (2) صحیح است.

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{X} = n\bar{X} - n\bar{X} = \mathbf{o}$$

7- گزینه (3) صحیح است.

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n} \Rightarrow \bar{x}_G = \sqrt[3]{21 \times 44} = \%30/39$$

8- گزینه 3 صحیح است.

بنا به خواص انحراف معیار داریم: $y = (x + a)\frac{c}{b}$

$$\sigma_y = |\frac{c}{b}|\,\sigma_x \xrightarrow{\sigma_x = 1} \sigma_y = |\frac{c}{b}|$$

9- گزینه (1) صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i X_i}{n} = \frac{1200}{100} = 12$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{36}{100} = 0/36 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{0/36} = 0/6$$

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{0/6}{12} \times 100 = \%5$$

10- گزینه (4) صحیح است.

$$\mu_3 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^3}{n} = \frac{-328}{20} = -16/4$$

$$\sigma_x = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{1620}{20} = 81 \Rightarrow \sigma = \sqrt{81} = 9$$

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-16/4}{(9)^3} = \frac{-16/4}{729} = -0/022$$

11- گزینه (3) صحیح است.

$$\sum |x_i - me| = \min$$

12- گزینه (3) صحیح است.

13- گزینه (1) صحیح است.

برای جامعه با چولگی مثبت داریم $\bar{x} > me > mo$.

14- گزینه (2) صحیح است.

سرمایه گذاری در شرکت (ب) مناسب‌تر است. زیرا دارای پراکندگی کم‌تر و ضریب چولگی صفر است.

WWW.FUKA.IR

15- گزینه (4) صحیح است.

می‌دانیم انحراف معیار عدد ثابت برابر صفر است و میانگین عدد ثابت برابر خود آن عدد است، بنابراین:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{\mathbf{0}}{5} \times 100 = \mathbf{0}$$

16- گزینه (1) صحیح است.

17- گزینه (2) صحیح است.

$$mo - \bar{x} = 3(me - \bar{x}) \Rightarrow mo - 52/4 = 3(51/8 - 52/4)$$

$$\Rightarrow mo = 50/6$$

18- گزینه (3) صحیح است.

از میانگین هارمونیک استفاده می‌کنیم.

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 3$$

19- گزینه (4) صحیح است.

$$\sigma_{(x+4)} = \sigma_x = 2/4$$

20- گزینه (2) صحیح است.

21- گزینه (1) صحیح است.

$$P_n = P_{\mathbf{o}}(1+r)^n \quad \Rightarrow P_{1374} = P_{1370}(1+r)^4$$
$$\Rightarrow 1600 = 100(1+r)^4$$
$$\Rightarrow (1+r)^4 = 16 = 2^4 \Rightarrow 1+r = 2 \Rightarrow r = 1$$
$$\Rightarrow \%r = 1 \times 100 = 100$$

22- گزینه (2) صحیح است.

23- گزینه (1) صحیح است.

24- گزینه (4) صحیح است.

25- گزینه (1) صحیح است.

26- گزینه (3) صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{N} = \frac{(3\times1) + (5\times1) + (7\times5) + (9\times3)}{10} = 7$$

$$me = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - FC_{i-1}}{F_i} \right) C = 6 + \left(\frac{5-2}{5} \right) \times 2 = 7/2$$

$$A_s = \frac{3(\bar{x} - me)}{\sigma} = \frac{3(7 - 7/2)}{1/8} = -0/33$$

WWW.FUKA.IR

27- گزینه (3) صحیح است.

28- گزینه (2) صحیح است.

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{20}{10}=2$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-(\bar{x})^2=\frac{200}{10}-2^2=16\Rightarrow\sigma_x=4$$

$$A_s=\frac{\bar{x}-mo}{\sigma}=\frac{2-3}{4}=-0/25$$

29- گزینه (4) صحیح است.

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{250}{50}=5$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-(\bar{x})^2=\frac{2500}{50}-5^2=25\Rightarrow\sigma_x=5$$

$$CV=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\times100=\frac{5}{5}\times100=\%100$$

30- گزینه (2) صحیح است.

$$x+0/25x=\bar{x}+0/25\bar{x}=50+(0/25\times50)=62/5$$

$$\sigma_{(x+0/25x)}=\sigma_x+0/25\sigma_x=20+(0/25\times20)=25$$

CV قبل از افزایش حقوق‌ها:

$$CV=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\times100=\frac{25}{62/5}\times100=\%40$$

بنابراین CV تغییری نخواهد کرد.

$$CV=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\times100=\frac{20}{50}\times100=\%40$$

31- گزینه (1) صحیح است.

32- گزینه (2) صحیح است.

می‌دانیم که اگر از همه‌ی داده‌ها مقدار ثابتی را کم کنیم، واریانس تغییری نخواهد کرد. بنابراین کافی است واریانس اعداد (0، 2، 4) را به دست آوریم.

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{\mathbf{0}+2+4}{3}=2$$

$$V(x)=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}=\frac{4+\mathbf{0}+4}{3-1}=\frac{8}{2}=4$$

33- گزینه (3) صحیح است.

$$\sum(x_i-\bar{x})^2=\min$$

34- گزینه (3) صحیح است.

35- گزینه (2) صحیح است.

WWW.FUKA.IR

36- گزینه (3) صحیح است.

$$\sigma^2_{(4x+7)} = 4^2 \times \sigma^2_x = 16 \times 50 = 800$$

37- گزینه (1) صحیح است.

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} \Rightarrow 2 = \frac{\mathbf{0} + a + 20 + 3b + 12}{28} \rightarrow a + 3b = 24$$

تساوی بالا به ازای $a = b = 6$ برقرار است.

38- گزینه (2) صحیح است.

39- گزینه (3) صحیح است.

از میانگین هم‌ساز (هارمونیک) استفاده می‌کنیم زیرا مقیاس سنجش داده‌ها ترکیبی (کیلومتر در ساعت) است.

40- گزینه (2) صحیح است.

$$\mu = \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \frac{(20 \times 15) + (30 \times 10)}{50} = \frac{600}{50} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = \frac{(20 \times 17) + (30 \times 12)}{50} + \frac{20(15-12)^2 + 30(10-12)^2}{50} = 20$$

41- گزینه (3) صحیح است.

در توزیع با چولگی منفی داریم $mo > me > \bar{x}$.

42- گزینه (2) صحیح است.

یکی از کاربردهای ضریب پراکندگی (ضریب تغییرات) در جایی است که در دو یا چند جامعه‌ی آماری مورد مقایسه، مشاهدات نامتجانس وجود داشته باشد.

43- گزینه (2) صحیح است.

از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}_G = \sqrt{\frac{P_{79}}{P_{78}} \cdot \frac{P_{80}}{P_{79}}} = \sqrt{\frac{P_{80}}{P_{78}}} = \sqrt{\frac{450}{200}} = 1/5$$

$$1/5 - 1 = 0/5$$

که نشان دهنده‌ی 50% افزایش قیمت به طور متوسط است. راه حل دیگر.

$$A_1 = A_0(1+r)^t \Rightarrow 450 = 200(1+r)^2 \Rightarrow 1 + r = \sqrt{\frac{450}{200}}$$

$$\Rightarrow 1 + r = 1/5 \Rightarrow r = 0/5 \xrightarrow{\text{درصد}} \%50$$

44- گزینه (4) صحیح است.

میزان مصرف نفت سفید در چهار سال متوالی عبارت است از:

WWW.FUKA.IR

$$t_1 = \frac{20000}{1/6} = 12500 \Rightarrow t_2 = \frac{20000}{1/8} = 11111/11$$

$$t_3 = \frac{200000}{2/1} = 9523/81 \Rightarrow t_4 = \frac{20000}{2/5} = 80000$$

جمع کل مصرف برابر است با: $12500+11111/11+9523/81+80000=41134/92$

کل مبلغ پرداختی برای هزینه سوخت 4 سال: $20000\times 4 = 80000$

متوسط هزینه سوخت خانوار به ازای یک لیتر در 4 سال: $80000\div 41134/92 = 1/94$

45- گزینه (3) صحیح است. $\sum |x_i - me| = \min$

46- گزینه (1) صحیح است. $V(x) = d^2\left(\frac{N^2-1}{12}\right) = 1\left(\frac{25-1}{12}\right) = 2$

47- گزینه (3) صحیح است.

48- گزینه (3) صحیح است. $\sigma^2_{(4x-3)} = 4^2 \times \sigma_x^2 = 16\times 9 = 144 \Rightarrow \sigma_{(4x-3)} = \sqrt{144} = 12$

یا: $\sigma_x^2 = 9 \Rightarrow \sigma_x = 3 \Rightarrow \sigma_{(4x-3)} = 4\sigma_x = 4\times 3 = 12$

49- گزینه (2) صحیح است. $mo - \bar{x} = 3(me - \bar{x}) \Rightarrow mo - 52/4 = 3(51/8 - 52/4) \Rightarrow mo = 50/6$

50- گزینه (1) صحیح است.

51- گزینه (1) صحیح است. $m_1 = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{40}{10} = 4$

$$m_2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} = \frac{400}{10} = 40$$

$$m_3 = \frac{\sum n_i x_i^3}{n} = \frac{600}{10} = 60$$

$$\mu_2 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3 = 60 - 3(40)(4) + 2(4)^3 = -292$$

52- گزینه (3) صحیح است.

53- گزینه (4) صحیح است.

54- گزینه (2) صحیح است. $\bar{x} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{100}{20} = 5 \Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{\sum X_i^2}{N} - \bar{X}^2 = \frac{580}{20} - 25 = 4$

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = \%40$$

WWW.FUKA.IR

55- گزینه (1) صحیح است. $\bar{x} - mo = 3(\bar{x} - me) \Rightarrow 30 - mo = 3(30-50) \Rightarrow mo = 90$

56- گزینه (2) صحیح است.

توزیع از توزیع نرمال کوتاهتر $E = -0/71 < \mathbf{o} \Rightarrow$

اختلاف توزیع و توزیع نرمال فاحش است $|E| = |-0/71| > 0/5 \Rightarrow$

57- گزینه (3) صحیح است.

58- گزینه (3) صحیح است. $N = \sum F_i = 16 \Rightarrow \frac{N}{2} = 8$

CL	20-29	30-39	40-49
F_i	3	6	7
FC_i	3	9	16

پس میانه در طبقه‌ی دوم قرار دارد. $me = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - FC_{i-1}}{F_i} \right) C$

$= 29/5 + \left(\frac{8-3}{6} \right) \times 10 = 37/83$

59- گزینه (4) صحیح است.

60- گزینه (1) صحیح است. $sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1/92}{64} = 0/03$

$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \mu_X)^3}{n} = \frac{96}{50} = 1/92$

$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{n} - (\mu_X)^2 = \frac{3250}{50} - 49 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$

61- گزینه (1) صحیح است.

دستگاه **A** دارای واریانس کمتری است، بنابراین میزان پراکندگی کم‌تری دارد. پس دقیق‌تر است.

62- گزینه (3) صحیح است.

چون عدد 9 بیش‌ترین فراوانی را دارد.

WWW.FUKA.IR

63- گزینه (1) صحیح است.

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} X_i = N.\mu_X$$

$$\mu_Y = \frac{\sum_{i=1}^{K} Y_i}{K} \Rightarrow \sum_{i=1}^{K} Y_i = K.\mu_Y$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{\sum_{i=1}^{K} X_i} = \frac{N.\mu_X}{K.\mu_Y} = \frac{N.\mu_X}{K.a\mu_X} = \frac{N}{Ka}$$

64- گزینه (4) صحیح است.

هرگاه داده‌های آماری با هم برابر باشند، انحراف معیار برابر صفر است و بالعکس.

65- گزینه (2) صحیح است.

$$(CV)_A = \frac{\sigma_X}{\bar{x}_A} \times 100 = \frac{2}{17} \times 100 = \%11/76$$

$$(CV)_B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \times 100 = \frac{30}{250} \times 100 = \%12$$

بنابراین میزان پراکندگی کارخانه B بیش از کارخانه A است.

66- گزینه (2) صحیح است.

67- گزینه (2) صحیح است.

$$x_1 = \frac{4}{2} = 2, x_2 = \frac{32}{4} = 8$$

$$\bar{x}_G = \sqrt{x_1.x_2} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

68- گزینه (4) صحیح است.

$$\sigma^2_{(2X-3)} = 2^2\sigma^2_X = 4 \times 4 = 16$$

69- گزیه (3) صحیح است.

70- گزینه (1) صحیح است.

71- گزینه (1) صحیح است.

72- گزینه (3) صحیح است.

مد در طبقه اول قرار دارد.

$$mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)C = -10 + \left(\frac{30}{30+10}\right) \times 10 = -2/5$$

WWW.FUKA.IR

73- گزینه (4) صحیح است.

$$\bar{y}=\frac{1}{2}\bar{x}+1=\frac{1}{2}(3)+1=2/5$$

$$\sigma_x^2=9\Rightarrow\sigma_x=3,\sigma_y=\frac{1}{2}\sigma_x=\frac{1}{2}\times3=1/5$$

74- گزینه (3) صحیح است.

$$\bar{x}-mo=3(\bar{x}-md)\Rightarrow100-mo=3(100-120)\Rightarrow mo=160$$

75- گزینه (3) صحیح است.

$$N=\sum F_i=60,\frac{3N}{4}=45$$

CL	10-20	20-30	30-40
F_i	10	30	20
FC_i	10	40	60

پس چارک سوم در طبقه‌ی سوم قرار دارد.

$$Q_3=L_i+\left(\frac{\frac{3N}{4}-FC_{i-1}}{F_i}\right)C$$

$$Q_3=30+\left(\frac{45-40}{20}\right)\times10=32/5$$

76- گزینه (4) صحیح است.

با جامعه نرمال تفاوت اندکی دارد ⇒ توزیع از توزیع نرمال کوتاه‌تر

$$E=-0/6<\mathbf{o}\Rightarrow$$

77- گزینه (4) صحیح است.

$$\sigma_x^2=\frac{\sum X_i}{N}-(\bar{x})^2\Rightarrow14=\frac{390}{5}-(\bar{x})^2\Rightarrow\bar{x}=8$$

78- گزینه (1) صحیح است.

$$\bar{x}=\frac{\sum X_i}{N}=\frac{200}{100}=2$$

$$\sigma_x^2=\frac{\sum X_i^2}{N}-(\bar{x})^2=\frac{500}{100}-4=1\Rightarrow\sigma_x=1$$

$$CV=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\times100=\frac{1}{2}\times100=\%50$$

79- گزینه (2) صحیح است.

$$N=\sum F_i=60.\frac{N}{4}=\frac{60}{4}=15$$

CL	2-5	6-9	10-12
F_i	10	30	20
FC_i	10	40	60

WWW.FUKA.IR

$$Q_1 = L_i + \left(\frac{\frac{N}{4} - FC_{i-1}}{F_i} \right) C$$

$$Q_1 = 5/5 + \left(\frac{15-10}{30} \right) \times 4 = 6/17$$

80- گزینه (1) صحیح است.

$$\mu_4 = \frac{\sum F_i (x_i - \mu_x)^4}{N} = \frac{5000}{1000} = 5$$

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{5}{16} - 3 = -2/687$$

81- گزینه (1) صحیح است.

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}} = \frac{3}{\frac{1}{120} + \frac{1}{60} + \frac{1}{90}} = \frac{1080}{13} = 83/076$$

82- گزینه (2) صحیح است.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \Rightarrow \%20 = \frac{\sigma}{12} \times 100 \Rightarrow \sigma = 2/4$$

83- گزینه (4) صحیح است.

$$\mu_2 = \frac{\sum (x_i - \mu_x)^2}{N} = \frac{40}{10} = 4 \Rightarrow \sigma = 2$$

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \mu_x)^3}{N} = \frac{80}{10} = 8$$

$$sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{8}{8} = 1$$

84- گزینه (3) صحیح است.

$$N = 30, \frac{2 \times N}{10} = \frac{2 \times 30}{10} = 6$$

CL	40-50	50-60	60-7
F_i	5	18	7
FC_i	5	23	30

پس دهک در طبقه دوم قرار دارد.

$$D_2 = L_i + \left(\frac{\frac{2N}{10} - FC_{i-1}}{F_i} \right) C$$

$$D_2 = 50 + \left(\frac{6-5}{18} \right) 10 = 50/55C$$

85- گزینه (1) صحیح است.

WWW.FUKA.IR

86- گزینه 1 صحیح است.

87- گزینه (4) صحیح است.

88- گزینه (3) صحیح است.

89- گزینه (1) صحیح است.

90- گزینه (3) صحیح است.

$$x_i' = x_i + 0/125x_i \Rightarrow \bar{x}' = \bar{x} + 0/125\bar{x} = 80 + (0/125 \times 80) = 90$$

$$\sigma_{(x_i + 0/125x_i)} = \sigma_{(1/125x_i)} = 1/125 \times \sigma_x = 1/125 \times 20 = 22/5$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{22/5}{90} \times 100 = \%25$$

91ـ گزینه (4) صحیح است.

92- گزینه (3) صحیح است.

برای محاسبه‌ی میانگین هارمونیک موزون مشاهدات از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$\bar{x}_H = \frac{\sum \omega_i}{\frac{\omega_1}{x_1} + \frac{\omega_2}{x_2} + \ldots + \frac{\omega_k}{x_k}}$$

بنابراین:

$$\bar{x}_H = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{3}{80} + \frac{2}{120}}} = 101/4$$

93- گزینه (3) صحیح است.

با توجه به جدول توزیع فراوانی مد در طبقه دوم است.

$$mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)C = 5/5 + \left(\frac{16}{16 + 8}\right)(3) = 7/5$$

94- گزینه (2) صحیح است.

فرض اساسی در آمار پارامتریک برخوردار بودن مشاهدات از توزیع نرمال است، ولی در آمار ناپارامتریک این فرض ضرورتی ندارد. اصطلاحاً گفته می‌شود آمار ناپارامتریک آزاد است.

95- گزینه (1) صحیح است.

WWW.FUKA.IR

96- گزینه (4) صحیح است.

$$\mu = \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \frac{(100\times 80)+(200\times 90)+(700\times 100)}{100+200+700} = 96$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{(100\times 1600)+(200\times 2500)+(700\times 2500)}{1000} + \frac{100(-16)^2 + 200(-6)^2 + 700(4)^2}{1000} = 2454$$

97- گزینه (4) صحیح است.

$$\sum F_i x_i = -2 + \mathbf{o} + 4 + 2 = 4$$

$$\sum F_i x_i^2 = 2 + \mathbf{o} + 4 + 4 = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum F_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum F_i x_i}{N}\right)^2 = \frac{10}{10} - (\frac{4}{10})^2 = 1 - 0/16 = 0/84$$

98- گزینه (1) صحیح است.

$$\sigma_x^2 = \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2/25} = 1/5$$

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1/5}{15} \times 100 = \%10$$

99- گزینه (4) صحیح است.

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{41-32}{3} = 3$$

100- گزینه (2) صحیح است.

$$(2x_1 - 3) + (2x_2 - 3) + \ldots + (2x_{20} - 3) = \sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3) = 2\sum_{i=1}^{20} (x_i - \frac{3}{2})$$

$$\bar{x} = \frac{2\sum_{i=1}^{20} (x_i - \frac{3}{2})}{20} = 29 \Rightarrow \frac{2\sum_{i=1}^{20} (x_i - \frac{3}{2})}{20} = 29 \Rightarrow$$

$$\frac{\sum x_i - \frac{3}{2}\times 20}{10} = 29 \Rightarrow \sum x_i = 290 + 30 = 320$$

$$y = 2x - 3 \Rightarrow \bar{y} = 2\bar{x} - 3 \Rightarrow 29 = 2\bar{x} - 3 \Rightarrow \bar{x} = 16$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} \Rightarrow 16 = \frac{\sum x_i}{20} \Rightarrow \sum x_i = 320$$

WWW.FUKA.IR

فصل سیزدهم : دسته‌بندی ارزشیابی‌های آموزشی

دسته‌بندی ارزشیابی‌های آموزشی در قالب رویکردهای مختلف

صاحب‌نظران ارزشیابی آموزشی نسبت به اینکه ارزشیابی چیست و چه مراحلی دارد اختلاف نظر دارند که این اختلاف نظرات رویکردهای ارزشیابی آموزشی را به وجود آورده است.

ورتن و سندرز[1] رویکرد ارزشیابی را به شش دسته تقسیم کرده‌اند که شامل رویکرد مبتنی بر هدف، رویکرد مبتنی بر مدیریت، رویکرد مبتنی بر مصرف‌کننده، رویکرد مبتنی بر نظر متخصصان، رویکرد مبتنی بر اختلاف نظر متخصصان و رویکرد مبتنی بر مشارکت‌کنندگان و طبیعت‌گرایانه است.

۱ـ رویکرد مبتنی بر هدف

در این رویکرد هدف های کلی و دقیق مورد تأکید قرار می‌گیرد و این رویکرد تلاش دارد تعیین نماید چه میزان از اهداف تحقق یافته‌اند و یا در حال تحقق یافتن هستند. در این رویکرد الگوی ارزشیابی تایلر و هیلدا تابا را می‌توان ذکر کرد.

الف) الگوی ارزشیابی تایلر : مفهوم تایلر از ارزشیابی آموزشی این است که تعیین‌کند هدف های آموزشی برنامه آموزشگاه یا برنامه درسی تا چه میزانی تحقق یافته‌اند. به همین منظور، تایلر در الگوی ارزشیابی خود مراحل زیر را پیشنهاد داده است :

1ـ تعیین هدف های کلی (غایتها) و هدف های دقیق

2ـ طبقه‌بندی غایت ها و هدف ها

3ـ بیان هدف ها به صورت رفتاری، یعنی قابل اندازه‌گیری

4ـ یافتن موقعیت هایی که در آنها بتوان دستیابی به هدف ها را نشان داد.

5ـ تولید یا تهیه روش ها و فنون اندازه‌گیری

6ـ گردآوری داده‌های مربوط به عملکرد یادگیرندگان

7ـ مقایسه داده‌های مربوط به عملکرد با هدفهای رفتاری

---

[1] Worthen & sanders

WWW.FUKA.IR

۲ـ رویکرد مبتنی بر مدیریت

در این رویکرد، ارزشیابی به قصد کمک به مدیران و تصمیم‌گیران انجام می‌گیرد و مخاطب آن تصمیم‌گیرندگان آموزش و پرورش هستند. در این رویکرد الگوی ارزشیابی سیپ (cip) از استافیل بیم قابل توجه است که در آن به ارزشیابی بافت context ، ارزشیابی از درون‌داد input ، ارزشیابی از فرایند process و ارزشیابی از فرآورده می‌پردازند که نام آن از حروف اول این 4 ارزشیابی گرفته شده است.

همچنین در الگوی ارزشیابی یوسی ال. ای ارزشیابی آموزشی این چنین تعریف شده است :

« ارزشیابی عبارت است از فرایند تعیین انواع تصمیماتی که باید اتخاذ شوند و نیز انتخاب ، گردآوری و تحلیل اطلاعات مورد نیاز برای اخذ این تصمیمات و گزارش کردن این اطلاعات به تصمیم‌گیرندگان الگوی یوسی. ال. ای از پنج نوع ارزشیابی تشکیل شده است که عبارتند از : سنجش تظام، طراحی برنامه، اجرای برنامه، بهسازی برنامه و تصدیق برنامه.

۳ـ رویکرد مبتنی بر مصرف‌کننده

در این رویکرد، ارزشیابی به تعیین میزان مطلوب بودن یک فرآورده آموزشی می‌پردازد. مثلاً مطلوبیت و فواید یک برنامه ضمن خدمت را برای معلمان درس ریاضی مورد ارزیابی قرار می‌دهد. در این رویکرد الگوهای اسکریون و الگوی ارزشیابی هدف آزاد قابل ذکر است.

الف) الگوی ارزشیابی اسکریون

الگوی ارزشیابی اسکریون به تمایز بین ارزشیابی تکوینی و ارزشیابی تراکمی می‌پردازد. ارزشیابی تکوینی در حین اجرای برنامه و زمانی که برنامه در حال تکوین است با هدف رفع و اصلاح نواقص صورت می‌گیرد. ولی ارزشیابی تراکمی برای اینکه معلوم گردد برنامه تا چه حد با اهداف مورد نظر تطابق دارد و نیاز مصرف‌کننده را برآورده می‌سازد، صورت می‌گیرد.

ب) الگوی ارزشیابی هدف آزاد

الگوی دیگر الگوی هدف آزاد اسکریون است که معتقد است برنامه علاوه بر نتایج مورد انتظار نتایج دیگری هم دارد لذا ارزشیابی هدف آزاد تمامی نتایج یک نوآوری آموزشی را بدون هیچ‌گونه پیش داوری قبلی ارزیابی می‌کند. نقش عمده ارزشیابی هدف آزاد، کاستن از سوگیری و افزایش عینیت است.

WWW.FUKA.IR

۴ـ رویکرد مبتنی بر نظر متخصصان

در این رویکرد متخصصان یک رشته یا فن به داوری اثربخشی مؤسسات ، برنامه‌ها ، فرآورده‌ها و فعالیت های آموزشی متخصصان می‌پردازند. مانند امتحانات شفاهی دوره دکتری

ورتن و سندرز الگوهای ارزشیابی برخاسته از نظر متخصصان را در چهار طبقه تقسیم‌بندی کرده‌اند :

نظامهای بررسی تخصصی رسمی

نظامهای بررسی تخصصی غیر رسمی

بررسی توسط جلسات میزگرد ویژه

بررسی توسط افراد ویژه

۵ـ رویکرد مبتنی بر اختلاف نظر متخصصان

این رویکرد بر این فرض استوار است که باید کسانی که مورد ارزشیابی قرار می‌گیرند خود در ارزیابی دخالت کنند. این رویکرد بیشتر جنبه انسان‌گرایانه دارد. پائولوفریره از صاحب‌نظران در این رویکرد است.

۶ـ رویکرد طبیعت‌گرایانه و مبتنی بر مشارکت‌کنندگان

در این رویکرد بررسی طبیعت‌گرایانه و کوشش مشارکت‌کنندگان در تعیین ارزش ها، نیازها و داده‌های ارزشیابی مورد تأکید قرار می‌گیرند.

الگوی ارزشیابی سیمایی : یکی از معروف‌ترین الگوهای ارزشیابی برخاسته از رویکرد طبیعت‌گرایانه و مبتنی بر مشارکت‌کنندگان رویکرد رابرت ای. استیک به نام الگوی سیمایی است. در این الگوی ارزشیابی بر دو عمل اساسی ارزشیابی یعنی توصیف و داوری تأکید می‌شود. این دو عمل توصیف و داوری در سه مرحله از یک برنامه آموزشی، یعنی پیش‌آیندها، مبادله‌ها و بازده‌ها یا پی‌آیندها انجام می‌گیرد.

علاوه بر این الگو، چند الگوی معروف دیگر وابسته به رویکرد طبیعت‌گرایانه و مبتنی بر مشارکت‌کننده وجود دارند که عبارتند از : ارزشیابی روشنگر، ارزشیابی دموکراتیک، ارزشیابی پاسخگو و ارزشیابی طبیعت‌گرایانه.

دسته‌بندی رویکردهای شش‌گانه ورتن و سندرز که در بالا به آن اشاره شد بر تقسیم‌بندی دوگانه هاوس از ارزشیابی‌های آموزشی استوار است. هاوس انواع ارزشیابی‌های آموزشی را در دو دسته عین‌گرا در مقابل ذهن‌گرا یا فایده‌گرا در مقابل شهودگرا ـ کثرت‌گرا قرار داده است. اگر دسته‌بندی شش‌گانه رویکردهای ارزشیابی ورتن و سندرز را با دسته‌بندی دوگانه

WWW.FUKA.IR

هاوس مقایسه کنیم خواهیم دید که رویکرد مبتنی بر هدف با کرانه عین‌گرایی یا فایده‌گرایی مطابق است و رویکرد طبیعت‌گرایانه و مبتنی بر مشارکت‌کنندگان بر کرانه ذهن‌گرایی یا شهودگرایی ـ کثرت‌گرایی انطباق دارد.

دسته‌بندی ارزشیابیهای آموزشی با توجه به موضوع ارزشیابی

1ـ ارزشیابی از دانش‌آموزان و دانشجویان : عمدتاً ارزشیابی تحصیلی یا ارزشیابی از میزان یادگیری یادگیرندگان است. عمده‌ترین ملاک قضاوت در ارزشیابی آموزشی هدفهای آموزشی از پیش تعیین شده هستند. مهم‌ترین نوع ارزشیابی آموزشی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی است.

2ـ ارزشیابی از برنامه‌ها و مواد آموزش : گاهی اوقات ارزشیابی به منظور تعیین اثربخشی برنامه درسی یا مواد آموزشی انجام می‌شود و شامل ارزشیابی از عواملی چون روش های آموزشی کتاب های درسی موارد دیداری ـ شنیداری و ... است. در ارزشیابی از برنامه‌های درسی و مواد آموزشی نیز عمده‌ترین ملاک، پیشرفت تحصیلی یا میزان یادگیری دانش‌آموزان و دانشجویان است اما می‌توان از ملاک های دیگری چون نگرش معلمان و یادگیرندگان نیز سود جست.

3ـ ارزشیابی از پروژه‌ها و برنامه‌های آموزشی : منظور از پروژه‌ها و برنامه‌های آموزشی ویژه کوشش هایی هستند موقعیتی که به عنوان بخشی از برنامه‌های معمول آموزشگاهها به حساب نمی‌آیند. مفاهیم برنامه، پروژه و برنامه درسی از هم متمایزند. پروژه یک کوشش مجزا و احتمالاً یکباره است که با استفاده از یک نوآوری می‌کوشد تا تغییری بوجود آورد. برنامه درسی از پروژه و برنامه جامع‌تر است. برنامه درسی را به عنوان مجموعه‌ای از برنامه‌ها تعریف کرده‌اند.

4ـ ارزشیابی از آموزشگاه : منظور از ارزشیابی از آموزشگاه این است که تعیین شود هدف های پیش‌بینی شده برای آموزشگاه به چه میزانی تحقق یافته‌اند و نقاط قوت و ضعف کدامند. یکی از جنبه‌های مهم ارزشیابی از آموزشگاه برنامه آزمون آموزشگاه است هرچند که این برنامه جامع‌تر و کامل‌تر باشد. اطلاعات بدست آمده نیز به همان نسبت قابل اعتمادتر و با ارزش‌تر خواهند بود.

5ـ ارزشیابی از کارکنان آموزشگاه : ارزشیابی از همه کسانی است که بطور مستقیم یا غیر مستقیم مسئول بازده‌های آموزشی مؤسسه آموزشی هستند . شاید پیچیده‌ترین نوع ارزشیابی همین ارزشیابی از کارکنان به ویژه ارزشیابی از کار معلمان است.

WWW.FUKA.IR

دسته‌بندی ارزشیابیهای آموزشی با توجه به ملاک مورد استفاده ارزشیابی های آموزشی را می‌توان از نظر ملاک مورد استفاده از آنها نیز تقسیم نمود که از این لحاظ به دو دسته ارزشیابی وابسته به ملاک و ارزشیابی وابسته به هنجار تقسیم می‌شوند.

1ـ ارزشیابی وابسته به ملاک : در این نوع ارزشیابی ملاک یا معیار ارزشیابی از پیش تعیین می‌شود و عملکرد یادگیرنده در آزمون با توجه به آن ملاک مورد قضاوت قرار می‌گیرند.

مثال : گرفتن نمره ۱۰ برای قبولی در هر درس

2ـ ارزشیابی وابسته به هنجار : این نوع ارزشیابی به نوعی ملاک نسبی وابسته است. در این ارزشیابی ، پیشرفت تحصیلی گروهی دانش‌آموزان را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم نه با یک ملاک از پیش تعیین شده .علت نامگذاری این نوع ارزشیابی به ارزشیابی هنجاری این است که در آن ملاک نوعی، هنجار گروهی است. لذا پیشرفت دانش‌آموز نسبت به دانش‌آموزان دیگر تعیین می‌شود. مانند امتحان کنکور سراسری که در آن براساس رتبه‌هایی که دانشجویان کسب می‌کنند تا یک رتبه مشخص قبول و بقیه رد می‌شوند.

در ارزشیابی هنجاری هدف عمده این است که تعیین شود که یک دانش‌آموز در مقایسه با دانش‌آموزان دیگر چه وضعی دارد اما در ارزشیابی ملاکی منظور این است که مشخص شود یک دانش‌آموز چه مقدار از آنچه را قرار بوده بیاموزد، آموخته است.

یکی دیگر از تفاوتهای مهم آزمون های ملاکی و هنجاری در توزیع فراوانی نمرات حاصل از اجزای آنهاست. نمرات آزمون های ملاکی دارای کجی منفی می‌باشند.

دسته‌بندی ارزشیابیها با توجه به زمان و هدف استفاده از آنها

ارزشیابی ها را از این جنبه به 4 دسته ارزشیابی آغازین، تکوینی، تشخیصی و تراکمی تقسیم می‌کنند.

1- ارزشیابی آغازین: این ارزشیابی پیش از انجام فعالیت های آموزش توسط معلم به اجرا در می‌آید با این هدف که به اندازه‌گیری رفتارهای ورودی یا مهارت ها و دانش های پیش آزمون می‌گویند و عمدتاً همان آزمون نهایی که شامل هدف های آموزشی یادگیری درس می‌باشد را دربرمی‌گیرد . هدف از اجرای پیش تست تعیین میزان اطلاعات یادگیرندگان از مطالبی است که قرار است به آنها آموزش داده شود . متخصصان آموزشی پیشنهاد می‌کنند که در ارزشیابی آغازین ترکیبی از آزمون رفتارهای ورودی و آزمون پیش تست اجرا گردد.

WWW.FUKA.IR

2- ازشیابی تکوینی: این نوع ارزشیابی به منظور کمک به اصلاح موضوع مورد ارزشیابی یعنی برنامه یا روش آموزشی به کار می‌رود و هدف از آن آگاه کردن تولیدکنندگان برنامه از نواقص برنامه خود و کمک به اصلاح آنهاست .اگر ارزشیابی تکوینی برای دانش‌آموزان به کار رود هدف آگاهی از میزان و نحوه یادگیری آنان برای تعیین نقاط قوت و ضعف و اصلاح آنها و تشخیص مشکلات روش آموزشی معلم است.آزمون های تکوینی بیشتر وابسته همه ملاک مطلق هستند.

3- ارزشیابی تشخیصی: نوعی ارزشیابی تکوینی که هدف آن تشخیص مشکلات یادگیری دانش‌آموزان در یک موضوع درسی است و کمک می‌کنند تا با سنجش عملکرد دانش‌آموزان در یک موضوع درسی است و کمک می‌کنند تا با سنجش عملکرد دانش‌آموزان تصویر دقیقی از کج‌فهمی‌ها که منجر به اشتباهات آنان می‌شود بدست آید معمولاً در جریان آموزش انجام می‌گیرد و آزمون های وابسته به ملاک بهتر از وابسته به هنجار است.

4- ارزشیابی تراکمی: در این ارزشیابی تمامی آموخته‌های دانش‌آموزان در طی یک دوره تعیین می‌شوند و هدف آن نمره دادن به دانش‌آموزان و قضاوت درباره اثر بخشی کار معلم و برنامه درسی است و معمولاً در پایان دوره آموزشی صورت می‌گیرد این آزمون ها نمونه کاملی از محتوای درس و هدف های آموزشی صورت می‌گیرد.

در مقایسه ارزشیابی تکوینی و تراکمی باید گفت که ارزشیابی تکوینی در حین اجرای برنامه درسی و با هدف کشف نقاط قوت و ضعف و اصلاح آنها و کمک به تولیدکنندگان برنامه صورت می‌گیرد. در حالی که ارزشیابی تراکمی در پایان دوره آموزشی انجام می‌گیرد و نتایج ارزشیابی تراکمی تصمیمات مربوط به قطع یا گسترش برنامه اتخاذ می گردد.

دسته بندی ارزشیابی‌های آموزشی با توجه به ارزشیابان

از این جنبه ارزشیابی را به دو دسته درونی و بیرونی تقسیم می‌کنند . منظور از درونی این است که ارزشیابی توسط کارکنان تهیه و اجرای برنامه انجام می‌شود و منظور از بیرونی این است که ارزشیابی به وسیله افرادی خارج از برنامه انجام می‌شود. ارزشیابی درونی برای ارزشیابی تکوینی و ارزشیابی بیرونی برای ارزشیابی تراکمی مناسب‌تر می‌باشد . ارزشیابی بیرونی معادل ارزشیابی تراکمی به معنی وسیع آن است.

WWW.FUKA.IR

فصل چهاردهم : مراحل و فعالیت های ارزشیابی آموزشی

مراحل ارزشیابی آموزشی

صرفنظر از اینکه چه چیزی مورد ارزشیابی قرار می‌گیرد و کدام الگوی ارزشیابی به کار بسته می‌شود همیشه فرایند ارزشیابی یکسان است از آنجا که ارزشیابی برای تصمیم گیری استفاده می شود، این گونه تصمیم‌گیری ها در سه دسته مختلف قرار می‌گیرد :

1ـ مرحله طراحی

2ـ مرحله فرایندی

3ـ مرحله فرآورده‌ای

مرحله طراحی

مرحله طراحی شامل تصمیماتی است درباره فعالیت‌هایی که قرار است انجام گیرد و به آینده مربوط می‌باشد. در این مرحله اقدامات زیر صورت می‌پذیرد :

الف- تحلیل موقعیت: در این سه مرحله به جمع‌آوری سوابق اطلاعاتی و برآورد و تعیین موانع موجود پرداخته می‌شود. در این مرحله تشخیص موانع و محدودیت ها و یک برآورد واقع‌بینانه از امکانات برای تعیین هدف های ارزشیابی ضروری است.

ب- تعیین و توصیف هدفها: هدف های ارزشیابی آموزشی معمولاً در دو سطح بیان می‌شوند: (1) به صورت کلی و (2) به صورت جزئی. هدف های کلی را معمولاً غایت و هدف های جزئی را هدف می‌نامند. هدف های کلی معمولاً غیر قابل اندازه‌گیری هستند. هدف ها به دو دسته کلی (1) هدفهای فرآیندی و (2) هدف های فرآورده‌ای یا تولیدی تقسیم می‌شوند. هدف های فرآیندی به کوشش‌ها و اقداماتی اشاره می‌کنند که در ضمن اجرای برنامه انجام خواهند گرفت. در مقابل هدف های فرآورده‌ای به بازده‌ها و نتایج کوشش‌ها و اقدامات اشاره می‌کنند.

ج- توصیف پیش‌نیازها یا رفتارهای ورودی. رفتارهای ورودی همان پیش‌نیازها هستند که یادگیرنده پیش از شروع به یادگیری هدف های تازه باید آنها را کسب کرده باشد. برای تهیه و توصیف رفتارهای ورودی، از روش تحلیل تکلیف استفاده می‌شود.

WWW.FUKA.IR

د- انتخاب و تولید وسایل اندازه‌گیری.

ر- توصیف راهبردها یا استراژی ها: منظور از استراژی یا راهبرد فعالیت یا تدبیری است که به منظور کمک به تحقق یافتن هدف های برنامه به کارمی‌رود. روش تحلیل تکلیف، مرور یا بازنگری نمونه‌ای از استراژی‌ها هستند.

ه- انتخاب طرح پژوهش: طرح‌های پژوهشی بسیار متفاوت‌اند و غالباً به دو گونه طرح‌های آزمایشی و طرح‌های شبه آزمایشی تقسیم می‌شوند.

ی- تدارک یک برنامه زمان‌بندی.

مرحله فرآیندی یا اجرائی

مرحله فرآیندی شامل تصمیمات مربوط به اقدامات عملی و اجرایی است و هدف اصلی این است که با استفاده از ارزشیابی مرحله فرآیندی به هدایت فعالیت‌های آتی برای بهبود فعالیت‌های آموزشی و یادگیری پرداخته شود و درواقع نوعی ارزشیابی تکوینی است و با زمان حال سروکار دارد. هدف اصلی ارزشیابی در مرحله فرآیندی هدایت فعالیت‌های آتی برای بهبود فعالیت‌های آموزشی و یادگیری است.

مرحله فرآورده‌ای

در مرحله فرآورده‌ای تصمیمات در پایان برنامه یعنی زمانی که فعالیت‌ها کامل می‌شوند اتخاذ می‌گردد و درواقع ارزشیابی تراکمی می‌باشد، با این هدف که داده‌هایی گردآوری گردد تا متخصص ارزشیابی را در تصمیم‌گیری درباره اثر بخشی کل برنامه کمک کند. در این مرحله تعیین می‌شود، هدف‌هایی از قبل تعیین شده تا چه میزان تحقق یافته‌اند.

در این مرحله تصمیمات مربوط به اثر بخشی موضوع مورد ارزشیابی اتخاذ می‌گردند.

WWW.FUKA.IR

فعالیت‌های ارزشیابی آموزشی

فعالیت‌های ارزشیابی آموزشی شامل مراحل زیر است:

1ـ تعیین، انتخاب، پالایش یا تغییر غایتهای برنامه و هدفهای ارزشیابی

2ـ مشخص کردن اسستانداردها- هدفها

3ـ تهیه طرح ارزشیابی مناسب

4ـ انتخاب یا تولید روش‌های جمع‌آوری داده‌ها

5ـ جمع‌آوری داده‌های مناسب

6ـ پردازش، خلاصه کردن و تحلیل داده‌ها

7ـ مقایسه داده‌ها با استانداردها

8ـ گزارش و بازخورد دادن از نتایج

9ـ هزینه- سود/اثربخشی

WWW.FUKA.IR

فصل پانزدهم : ارزشیابی پیشرفت تحصیلی

تعریف ارزشیابی پیشرفت تحصیلی

ارزشیابی تحصیلی را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد: سنجش عملکرد یادگیرندگان و مقایسه نتایج حاصل با هدف های آموزشی از پیش تعیین شده به منظور تصمیم‌گیری دراین‌باره که آیا فعالیت های آموزشی معلم و کوشش های یادگیری دانش‌آموزان یا دانشجویان به نتایج مطلوب انجامیده‌اند و به چه میزانی. بنابراین در ارزشیابی پیشرفت تحصیلی دو اقدام اساسی ضروری است:

1ـ تعیین هدفهای آموزشی

2ـ سنجش با اندازه‌گیری عملکرد یادگیرندگان

هدفهای آموزشی یا هدفهای یادگیری

هدفهای آموزشی را به دو دسته هدف های کلی که همان غایات آموزشی هستند و هدف های دقیق که به آنها هدف های رفتاری نیز گفته می‌شود تقسیم‌بندی می‌کنند . هدف های کلی معمولاً در سطح وزارت تهیه و تدوین می‌شود و به صورت مقاصد آرمانی دوره‌های آموزشی در اختیار معلمان و مربیان قرار می‌گیرند در مقابل این غایت ها نوع دیگری هدف دقیق و عینی وجود دارد که آن را غالباً خود معلمان و متخصصان آموزشی با توجه به غایت های کلی و با استفاده از محتوای دروس مختلف تهیه می‌کنند.

امتیاز مهم هدف های رفتاری این است که به سهولت قابل شناسایی و اندازه‌گیری هستند.

متخصصان آموزشی و ارزشیابی توصیه می‌کنند برای نوشتن هدفهای رفتاری باید سه ملاک مدنظر قرارگیرد. اولاً این اهداف برحسب رفتار اندازه‌پذیر دانش‌آموز نوشته شده شود. ثانیاً دارای شرایط یا وضعیت عملکرد باشد و ثالثاً این هدف دارای ملاک عملکرد باشد. به‌عنوان مثال « دانش‌اموز بتواند از میان فهرستی از ماشین‌ها و وسایل دیگر که معلم در اختیار او می‌گذارد، حداقل پنج ماشین را انتخاب کند.»

هدف بالا هر سه ویژگی اهداف رفتاری را دارا است.

WWW.FUKA.IR

طبقه بندی هدفهای آموزشی

هدف های آموزشی بسیار متنوع‌اند و برای سهولت مطالعه، آنها را به گونه‌های مختلف طبقه‌بندی کرده‌اند. معروفترین طبقه‌بندی از هدف های آموزشی توسط بنجامین .اس. بلوم[1] انجام گرفته است.

بلوم و همکارانش هدف های آموزشی را در سه حیطه شناختی، عاطفی و روانی ـ حرکتی طبقه‌بندی کرده‌اند. اهداف حوزه شناختی به جریاناتی که با فعالیت‌های ذهنی و فکری آدمی سروکار دارند مربوط می‌شود از این لحاظ این حوزه مهمترین حوزه یادگیری به شمار می‌آید.

آزمون‌های مورد نیاز برای سنجش هدف‌های حوزه شناختی ، آزمون‌های توانایی شناختی هستند که غالباً به صورت کتبی تهیه و اجرا می‌شوند. حوزه عاطفی شامل هدف‌هایی است که تغییرات حاصل در علاقه‌ها، نگرش‌ها و ارزش‌ها و نیز رشد ارجشناسی و سازگاری را نشان می‌دهد. حوزه روانی ـ حرکتی به زمینه مهارت‌های حرکتی یا حرکات بدنی معروف است به سخن دیگر هر فعالیتی که علاوه بر جنبه روانی ـ ذهنی دارای جنبه جسمانی باشد در این حوزه جای دارد.

بلوم حوزه شناختی را به 6 طبقه کلی طبقه‌بندی کرده است که عبارتند از: دانش، فهمیدن، کاربستن، تحلیل، ترکیب و ارزشیابی.

کراتول حوزه عاطفی را در یک طبقه‌بندی به 5 طبقه تقسیم کرده است: دریافت کردن (توجه کردن)، پاسخ‌دادن، ارزش گذاردن و سازمان دادن به ارزش‌ها و شخصیت پذیرفتن.

حوزه روانی ـ حرکتی سیمپسون به هفت طبقه تقسیم می شود که عبارتند از:

ادراک، آمادگی، پاسخ هدایت شده، مکانیسم یا عادت پاسخ پیچیده آشکار، انطباق و ابتکار (برای آشنایی بیشتر به این طبقات به کتاب روش‌ها و فنون تدریس تألیف شعبانی مراجعه نمایید.)

جدول مشخصات: مهمترین گام در تهیه آزمون‌های پیشرفت تحصیلی تهیه جدول مشخصات برای موضوعی است که قرار است آزمون آن تهیه گردد. جدول مشخصات یک جدول دوبعدی است با تعدادی ردیف و ستون متناسب با محتوا و اهداف آموزشی درس در ردیف بالای جدول که بعد محتوا نام دارد، اجزای مطالب درسی نوشته می‌شود و در ستون کنار آن که بعد هدف نامیده می‌شود، اهداف آموزشی قرار می‌گیرد . معمولاً در بعد هدف جدول، هدف‌های آموزشی بر طبق طبقه‌بندی‌های اهداف آموزشی دسته‌بندی می‌شوند. جدول مشخصات هم برای تهیه طرح درس و هم برای تهیه آزمون مفید می‌باشد.

---

[1] Benjamin .s. Bloom

WWW.FUKA.IR

استفاده از جدول مشخصات برای تهیه آزمون، نشان دهنده ی اعتبار محتوایی آزمون مفید می‌باشد.

چنانچه بخش‌های مختلف محتوا از اهمیت یکسانی برخوردار باشند و در توزیع سؤال‌ها در میان بخش‌های مختلف تنها بخواهیم مقدار ساعت های تدریس را برای هر بخش منظور کنیم، در آن صورت می‌توانیم از فرمول زیر استفاده نماییم:

$$\text{نسبت ساعت های تدریس هر بخش} = \frac{\text{تعداد ساعت هایی که صرف تدریس بخش شده است}}{\text{تعداد کل ساعت های تدریس}}$$

انواع جدول‌های مشخصات

هم در تهیه آزمون های وابسته به ملاک و هم در تهیه آزمون های وابسته به هنجار استفاده از جدول مشخصات ضروری است. با این حال تفاوت عمده بین این دو نوع جدول مشخصات در آن است که در بعد هدف جدول مشخصات آزمون های وابسته به هنجار، معمولاً بجای هدف های دقیق آموزشی، اصطلاحات و عبارت های کلی‌تری به کار می‌روند که معرف طبقات هدف های آموزشی یا انواع یادگیری هستند.

علاوه بر این دو نوع جدول، نوع دیگری از جدول مشخصات وجود دارد که ویژه ارزشیابی تکوینی است.

روش پوفام برای تهیه طرح آزمون وابسته به ملاک

آزمون پوفام دارای بخش‌های زیر است:

1) توصیف کلی

2) سؤال نمونه

3) ویژگی‌های محرک

4) ویژگی‌های پاسخ

5) توضیحات اضافی

WWW.FUKA.IR

وسایل کتبی اندازه‌گیری پیشرفت تحصیلی

همان‌طور که قبلاً اشاره شد مهمترین وسیله اندازه‌گیری پیشرفت تحصیلی، آزمون است.

به آزمون‌های پیشرفت تحصیلی کتبی آزمون‌های مداد – کاغذی هم می‌گویند و آنها را به صورت زیر دسته بندی می‌کنند . این آزمون‌ها را در ابتدا می‌توان به دو دسته عینی و غیر عینی(ذهنی) تقسیم کرد و سپس به دسته‌های کوچکتر تبدیل نمود. آزمون‌های عینی آزمون‌هایی هستند که هم سؤالات و هم جواب سؤالات را در اختیار آزمون‌شونده قرار می‌دهند و آزمون‌شوندگان دوباره بر روی جواب‌های داده شده اعمالی انجام می‌دهند یا تصمیماتی اتخاذ می‌کنند به همین سبب این آزمون‌ها را آزمون‌های بسته به پاسخ نیز می‌نامند. آزمون‌های عینی به طور عمده از سه نوع اصلی چند گزینه‌ای، صحیح – غلط و جور کردنی تشکیل می‌گردد.

آزمون‌شونده در جواب دادن به سؤالات چند گزینه‌ای جواب صحیح را از میان تعدادی جواب پیشنهادی برمی‌گزیند، در سوالات صحیح – غلط، درست یا غلط بودن سوالات را تعیین می‌کند و در سوالات جورکردنی تعدادی سؤال را با تعدادی جواب جور می‌کند در تصحیح برگه‌های آزمون‌های عینی نظر شخصی مصحح هیچ دخالتی ندارد و از این رو به این آزمون‌ها ، آزمون‌های عینی می‌گویند.

آزمون‌های ذهنی که به آزمون‌های تشریحی یا انشایی مشهور می‌باشند، آزمون‌هایی هستند که در آنها سؤالات در اختیار آزمون شونده گذاشته می‌شود و او جواب سوالات را خود آماده می‌کند و در برگه امتحانی می‌نویسد به همین سبب به آنها آزمون‌های بازپاسخ گفته می‌شود. علت نام‌گذاری این نوع آزمون‌ها به آزمون‌های ذهنی آن است که در تصحیح جواب‌های آنها ممکن است نظر شخصی مصحح نیز دخالت کند . این نوع آزمون‌ها را نیز می‌توان به دو دسته آزمون‌های گسترده پاسخ و آزمون‌های محدود پاسخ تقسیم کرد. در آزمون‌های گسترده پاسخ آزمون‌شونده برای پاسخ هیچ محدودیتی ندارد اما در آزمون‌های محدود پاسخ آزمون شونده در دادن پاسخ به سؤالات آزادی کامل ندارد و سازنده آزمون پاسخ‌دهنده را ملزم می‌کند تا پاسخ‌های خود را در چارچوب شرایطی محدود سازد. نوع دیگری از آزمون پیشرفت تحصیلی وجود دارد که حد وسط انواع آزمون عینی و ذهنی قرار دارد که به این نوع آزمون‌های کوتاه پاسخ می‌گویند. در این آزمون‌ها سؤالات بسیار شبیه به سؤالات آزمون‌های تشریحی هستند، زیرا آزمون‌شونده خود باید پاسخ‌ها را تعیین کند اما سؤالات بسیار دقیق و مشخص هستند به نحوی که در تصحیح جواب های آنها نظر شخصی مصحح دخالت چندانی ندارد.

WWW.FUKA.IR

فصل شانزدهم: انواع آزمون‌های پیشرفت تحصیلی

۱ـ آزمون های تشریحی یا انشایی

آزمون های تشریحی (انشایی) را با توجه به آزادی عمل آزمون شونده در پاسخ دادن به سوال های آزمون به دو دسته گسترده پاسخ و محدود پاسخ تقسیم می‌کنند.

آزمون گسترده پاسخ هیچ‌گونه محدودیتی برای آزمون شونده منظور نمی‌شود و او عملاً آزاد است تا هرطور که مایل باشد خود را بپروراند و سازمان دهد اما در آزمون های محدود پاسخ هم از لحاظ زمان پاسخ‌دهی و هم از نظر مقدار پاسخ محدودیت هایی قائل می‌شوند.

سؤال های آزمون های تشریحی گسترده پاسخ برای سنجش هدف های تحلیل، ترکیب و ارزشیابی مناسب‌ترین سؤال‌ها هستند و سؤال‌های آزمون تشریحی محدود پاسخ برای اندازه‌گیری توانایی یادگیرندگان در سطوح فهمیدن، کاربستن و تحلیل به کار می‌روند.

محاسن و معایب آزمون های تشریحی

مدافعان این نوع آزمون ها محاسن آنها را به شرح زیر شمرده‌اند:

1- تهیه آزمون های تشریحی از آزمون های عینی آسانتر است.

2- این نوع آزمون تنها وسیله موجود سنجش توانایی آزمون‌شونده در پروراندن جواب سؤالها و بیان آنهاست.

3- این آزمون ها توانایی پاسخ دادن به سؤال ها را می‌سنجد نه توانایی انتخاب پاسخ ها را.

4- آنها موقعیت های واقعی‌تری را از آزمون های عینی به آزمون‌شوندگان عرضه می‌کنند.

5- آنها بر روش مطالعه یادگیرندگان تأثیر مثبت به جای می‌گذارند.

در مقابل ، مخالفان دلایل زیر را علیه استفاده از این آزمون ها ارائه می‌دهند.

1) این آزمون ها نمونه کوچکی از محتوای درس و هدفهای آموزش را اندازه می‌گیرند.

2) تصحیح برگه‌های امتحانی این گونه آزمون ها نمی‌توانند با دقت و به طور عینی انجام گیرد.

3) تصحیح برگه‌های امتحانی این آزمون ها بسیار وقت‌گیر است.

WWW.FUKA.IR

قواعد تهیه سؤال‌های تشریحی

1- در نوشتن صورت سؤال‌های آزمون یک درس، با رسم جدول مشخصات آن درس، دقت کنید که سؤال‌ها به طور مستقیم به هدف های آموزشی مربوط شوند.

2- سؤال‌های تشریحی را تنها به اندازه‌گیری هدف هایی محدود کنید که با سایر انواع آزمون ها به خوبی قابل اندازه‌گیری نیستند.

3- صورت سؤال‌های تشریحی را با عبارات و کلمات واضح و روشن بنویسید و از کلی‌گویی و ابهام در بیان بپرهیزید.

4- از کاربرد کلمات« چه کسی »، « چه وقت »،«کجا » و جزء اینها بپرهیزید.

5- تا حدامکان از سؤال‌های تازه و موقعیت‌های جدید استفاده کنید.

6- سوال‌های مربوط به موضوعات و عقاید بحث‌انگیز باید طوری طرح شوند که از آزمون‌شونده بخواهند تا شواهد لازم برای مستند کردن عقاید انتخابی را بیان کند، نه اینکه از او بخواهد تا صرفاً عقاید شخصی خود را شرح دهد.

7- به آزمون‌شوندگان حق انتخاب چند سؤال از میان تعدادی سؤال را ندهید.

8- برای پاسخ دادن به سؤال‌ها، زمان کافی درنظر بگیرید و زمان هر سؤال را جداگانه مشخص کنید.

9- با نوشتن سؤال‌هایی که جواب کوتاه نیاز دارند، تعداد آنها را افزایش دهید و از مشکل ضعف نمونه‌گیری آزمون های تشریحی بکاهید.

10- عواملی را که در ارزشیابی آزمون های تشریحی دخالت خواهید داد از پیش تعیین کنید و آنها را به اطلاع آزمون‌شوندگان برسانید.

قواعد تصحیح پاسخهای سؤالهای تشریحی

1- پاسخ های سؤال ها را تنها براساس هدفی که در سؤال گنجانیده شده است تصحیح کنید.

2- با نوشتن یک پاسخ نمونه یا الگو برای هر سؤال به عنوان کلید، از دخالت عوامل نامربوط جلوگیری کنید.

3- پاسخ را سؤال به سؤال تصحیح کنید نه ورقه به ورقه.

4- هنگام تصحیح ورقه‌های امتحانی از شناسایی نام صاحبان آنها خودداری کنید.

5- درصورت امکان از یکی دو نفر از همکارانتان بخواهید تا سؤالهایی را که شما تصحیح کرده‌اید تصحیح کنند.

6- تمام پاسخ های آزمون‌شدگان به یک سؤال را در یک نشست و بدون وقفه زمانی تصحیح کنید.

7- به نمرات سؤال هایی که قبلاً تصحیح کرده‌اید، نگاه نکنید.

WWW.FUKA.IR

8- بر روی برگه‌های آزمون، اشتباهات دانش‌آموزان را تصحیح کنید و اظهار نظرهای خود را بنویسید.

9- از روش‌های متنوع نمره‌گذاری استفاده کنید.

ـ روش تحلیلی : در روش تحلیلی نمره‌گذاری که به آن روش امتیازبندی نیز گفته می‌شود، پاسخ نمونه به اجزای کوچکتری تقسیم می‌شود و برای هر جزء نمره یا امتیاز جداگانه‌ای درنظر گرفته می‌شود. روش تحلیلی برای آزمون های وابسته به ملاک مناسب‌تراست.

ـ روش کلی : در روش کلی یا سراسری نمره‌گذاری که به آن روش درجه‌بندی نیز گفته می‌شود، پاسخ نمونه بصورت یک معیار به کار می‌رود.

ـ روش ویژگی‌های اصلی : در این روش معلم یا مصحح ویژگی‌های اصلی پاسخ دانش‌آموز یا دانشجو به هر سؤال را سنجش می‌کند.

پرسش شفاهی

یکی از تدابیر متداول و موثر معلمان در ارزشیابی‌های غیررسمی از یادگیری دانش‌آموزان، به منظور دادن بازخورد به آنان، تشویق و ترغیب آنان در یادگیری و رفع مشکلات و معایب یادگیری ، استفاده از پرسش‌های شفاهی است. از پرسش شفاهی می‌توان برای بهبود روش‌های یادگیری دانش‌آموزان و شیوه‌های آموزشی معلم استفاده کرد. کاربرد پرسش های شفاهی بیشتر برای مقاصد تشخیصی است.

۲- آزمون های کوتاه پاسخ

آزمون های کوتاه پاسخ از تعدادی سؤال مختصر تشکیل می‌شود که پاسخ های آنها به یک عدد، علامت، کلمه، عبارت یا جمله محدود می‌شود این سؤال ها بیشتر برای سنجش طبقه دانش مورد استفاده قرار می‌گیرند، با این حال صورت این گونه سؤالات را می‌توان طوری نوشت که هدف های طبقه فهمیدن و کار بستن را نیز سنجش کنند.

آزمون های کوتاه پاسخ را می‌توان به سه دسته پرسشی، کامل کردنی و تشخیصی یا تداعی طبقه‌بندی کرد.

محاسن و معایب آزمون های کوتاه پاسخ: از امتیازهای مهم این آزمون ها این است که تهیه این نوع سؤالات ساده است و تصحیح پاسخ های آنها نیز دقیق‌تر و عینی‌تر از پاسخ های سؤال های تشریحی است از این رو بهتر است که از این آزمون ها برای سنجش هدف ها یا طبقات بالا استفاده نشود (تحلیل، ترکیب، کاربرد و ارزشیابی). همچنین این آزمون ها نسبت به آزمون های عینی چندگزینه‌ای، صحیح – غلط و جورکردنی اطلاعات تشخیصی بیشتری را در اختیار معلمان

WWW.FUKA.IR

می‌گذارند. امتیاز دیگر آزمون های کوتاه پاسخ این است که در آنها حدس کورکورانـه کـه از معایـب عمـده آزمـون هـای عینی است، وجود ندارد.

همچنین تصحیح و نمره‌گذاری پاسخ های این آزمون ها به دقت و سرعت آزمون های عملی عینی نیست و این منجـر بـه کاستن از میزان روایی و پایایی آزمون می‌گردد.

قواعد تهیه سوالهای کوتاه پاسخ

1- برای آزمون خود جدول مشخصات تهیه کنید و سؤالات آزمون را با توجه به جدول مشخصات بنویسید.

2- هر سؤال باید موضوع مهمی را شامل شود.

3- صورت سؤال را کاملاً روشن بنویسید به گونه‌ای که به پاسخ مشخص و معینی نیاز داشته باشد.

4- صورت سؤال را از روی مطالب کتاب عیناً نقل نکنید.

5- در سؤال هایی که پاسخ های آنها اعداد هستند، واحد مقیاس و میزان دقتی را کـه در محاسـبات بایـد رعایـت شـوند مشخص کنید.

6- در سؤال های کوتاه پاسخ کامل کردنی، تنها عبارات و کلمات مهم را حذف کنید.

7- در سؤال های کامل کردنی که برای ارزشیابی پیشرفت تحصیلی به کار می‌روند تعداد زیادی جای خالی منظور نکنید.

8- جای خالی سؤال های کامل کردنی را تا آنجا که ممکن است در قسمت پایانی سؤال قرار دهید.

9- جای خالی سؤال های کامل کردنی، را همواره یک اندازه تعیین کنید.

10- تا حد امکان به جای سؤال های کامل کردنی، از سؤالات پرسشی استفاده کنید.

11- در سؤالهای کامل کردنی، از کاربرد اشارات دستوری و موارد دیگری که جواب سؤال را مشخص می‌کنند خودداری کنید.

12- صورت سؤال را نقل عین جملات کتاب ننویسید.

آزمون‌های عینی

همان‌طور که قبلاً اشاره شد آزمون‌های عینی آزمون هایی هستند که در آنها هم سؤال ها و هم جواب سؤال ها در اختیار آزمون‌شونده قرار می‌گیرد و آزمون‌شونده درباره جواب‌های داده شده تصمیماتی می‌گیرد یـا اعمـالی انجـام دهـد. ویژگـی مهم آزمون‌های عینی این است که تصحیح جواب آنها به طور کاملاً دقیق و عینی انجام می‌گیرد و نظـر شخصـی مصـحح هیچ‌گونه دخالتی ندارد . وجه تمایز دیگر آزمون‌های عینی با آزمون‌های تشریحی ایـن اسـت کـه ایـن آزمـون‌هـا توانـایی

WWW.FUKA.IR

بازشناسی یا تشخیص را می‌سنجد درحالی که آزمون‌های تشریحی عموماً توانایی بازخوانی آزمون‌شوندگان را اندازه می‌گیرند.

آزمون‌های عینی از سه دسته اصلی صحیح – غلط، جورکردنی و چندگزینه‌ای تشکیل می‌شوند.

۱- آزمون‌های صحیح – غلط

در آزمون‌های صحیح – غلط تعدادی سوال یا جمله در اختیار آزمون‌شونده گذاشته می‌شود و او صحیح یا غلط بودن آنها را تعیین می‌کند.

آزمون‌های صحیح – غلط انواع مختلفی دارد که عبارتند از :

الف) نوع صحیح – غلط : که در آن یک جمله در اختیار فرد گذاشته می‌شود و او صحت و سقم آن را برمی‌گزیند .

مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی 360 درجه است صحیح – غلط

ب) نوع بله – نه : که در آن جملات به صورت استفهامی بیان می‌شود. آیا اراک مرکز استان مرکزی است؟ بله - نه

ج) نوع اصلاحی : که در آن آزمون شونده تشخیص می‌دهد که غلطی وجود دارد و آن را اصلاح می‌کند.

جذر عدد 81 ، 8 می‌شود.

د) نوع خوشه‌ای: که به آن چند صحیح غلط گفته می‌شود ، تنه سوال به صورت جمله ناتمام نوشته می‌شود و به دنبال آن تعدادی جواب می‌آید.

مثلاً واریانس : توان دوم انحراف معیار است. صحیح – غلط

محاسن ومعایب آزمون های صحیح – غلط

هرچند که آزمون های صحیح – غلط از لحاظ تهیه ساده هستند و عینی بودن تصحیح جواب و تعداد زیاد آنها در هر جلسه امتحان از محاسن این آزمون ها می‌باشد ولی این آزمون ها اغلب برای سنجش اطلاعات جزیی و کم ارزش به کار می‌رود . حدس کورکورانه تاثیر زیادی دارد و توانایی‌های طبقه‌های بالا را نمی‌سنجد البته ایبل ، این ایرادها را متوجه طراحان سؤالات صحیح غلط می‌داند نه نوع سؤالات صحیح – غلط.

WWW.FUKA.IR

قواعد تهیه سؤال‌های صحیح – غلط

1- سؤال ها را تا حدامکان مختصر، ساده و روشن بنویسید.

2- جمله‌هایی را به کار برید که درست یا غلط بودن آنها برای کسانی که موضوع سؤال را یاد گرفته‌اند، آشکار باشد.

3- از کاربرد کلماتی چون همه ، بعضی وقت ها، غالباً ، هرگز و از این قبیل پرهیز کنید.

4- سعی کنید طول سؤال های غلط و سؤال های صحیح هم اندازه باشد .

5- سعی کنید تعداد سؤال های غلط و سؤال های صحیح یک اندازه باشد.

6- طول سؤال های صحیح و سؤال های غلط را هم اندازه بنویسید.

7- سؤال های صحیح - غلط را از روی جملات کتاب ننویسید .

8- سعی کنید هر سؤال به یک هدف آموزشی مهم مربوط باشد و از گنجانیدن مطالب بی‌اهمیت در سؤال پرهیز کنید.

2- آزمون های جور کردنی

این آزمون ها شامل تعدادی سؤال می‌باشند که هریک از آنها شامل دو ستون است . یک ستون معرف پرسش ها و ستون دیگر نشان دهنده پاسخها ست . وظیفه آزمون‌شونده آن است که پاسخ ها را با پرسش های مربوط جور کند . این آزمون ها بیشتر برای سنجش توانایی انتقال یادگیری ، توضیح و درک مطلب مناسب‌اند.

محاسن و معایب آزمون های جور کردنی

آزمون های جورکردنی می‌توانند نمونه نسبتاً بزرگی از محتوای درس و هدف های آموزشی را فراهم نمایند . همچنین تصحیح آنها با عینیت و سهولت بیشتری صورت می گیرد. این آزمون ها توانایی تشخیص بین امور را به خوبی می سنجند .

سؤال های جور کردنی به دلایلی مورد انتقاد قرار می‌گیرند از جمله اینکه برخی راهنمایی‌های این سؤال ها مبهم هستند. بعضی پرسش ها و جواب ها بیش از حد طولانی ، ناهمگون و مبهم هستند . بعضی از سؤالات این آزمون ها بر یادگیری طوطی‌وار تأکید دارند.

قواعد تهیه سؤالهای جور کردنی

1- پرسش ها و پاسخ های متجانس یا همگون انتخاب کنید .

2- طول فهرست های پرسش و پاسخ را کوتاه انتخاب کنید و مطالب کمتری را در هر یک از پاسخها قرار دهید.

3- در راهنمای سؤال ، اطلاعات لازم را درباره نحوه مقایسه و جور کردن پرسش ها و پاسخ ها در اختیار دانش آموزان قرار دهید.

WWW.FUKA.IR

4- همه پرسش ها و پاسخ های یک سؤال را در یک صفحه قرار دهید .

5- در صورت امکان فهرست پاسخ ها را به طور منطقی مرتب کنید .

6- در فهرست پرسش های سؤال های جور کردنی از کاربرد جملات نیمه تمام خودداری کنید .

7- پرسش ها را با شماره و پاسخ ها را با حروف مشخص کنید .

8- هر یک از پاسخ ها باید برای تمام پرسش های یک سؤال درست جلوه کند .

9- از نوشتن سؤال هایی که پرسش ها و پاسخ های آنها کاملاً با هم جور هستند بپرهیزید.

۳- آزمون های چند گزینه ای

که این آزمون ها شامل تعدادی سؤال است که هریک از آنها از یک قسمت اصلی و تعدادی گزینه تشکیل می‌شود و دانش‌آموز پاسخ را از میان گزینه‌ها انتخاب می‌کند هر سؤال چند گزینه‌ای شامل سه قسمت می باشد :

1) قسمت اصلی یا تنه سؤال : که متن اصلی سوال را تشکیل می دهد و در برگیرنده موضوعی است که سؤال باید آن را اندازه گیری کند.

2)گزینه درست یا پاسخ سؤال : گزینه ای که پاسخ صحیح را دربر دارد .

3) گزینه‌های انحرافی : نقش این گزینه‌ها منحرف کردن آزمون‌شوندگانی است که پاسخ درست را نمی‌دانند سؤالات چند گزینه‌ای سه نوع می باشد :

نوع اول :نوع تنها گزینه درست – که یک گزینه درست و بقیه غلط می‌باشند.

نوع دوم : نوع بهترین گزینه- تمام گزینه ها تا حدی درست می‌باشد ولی باید ا زهمه درست‌تر را انتخاب نمود .

نوع سوم: نوع منفی – که د رآن تنه سؤال به صورت منفی بیان می گردد و به غیر از یک گزینه بقیه گزینه‌ها غلط می باشد اما ویژگی اصلی سؤال چند گزینه‌ای تنه سؤال و تعداد گزینه می‌باشد.

محاسن و معایب آزمون های چند گزینه ای

با آزمون های چند گزینه ای می توان بازده های مهم یادگیری مانند توانایی استدلال و قضاوت را سنجید و محتوای زیادی ازدرس را از آزمون شوندگان پرسید . امکان حدس کور در آن کم می باشد.

پاسخ سؤالات به سادگی و عینیت کافی قابل اندازه‌گیری است و گزینه‌های انحرافی منبع بسیار مناسبی برای تشخیص دانش‌آموزان خواهد بود.

WWW.FUKA.IR

اما ساختن آزمون های چند گزینه‌ای و یافتن چند گزینه انحرافی دشوار است ، معلمان برای سنجش مطالب کم اهمیت از آن استفاده می‌کنند و دانش‌آموزان قوی که بیشتر از شاگردان معمولی قادر به پیدا کردن اشکالات پیچیدگی‌ها و نظرگاه‌های واگرا هستند با دادن جواب‌هایی که مورد نظر طراح سؤال نیست معمولاً اشتباه جواب می‌دهند.

قواعد تهیه سؤالات چند گزینه‌ای

در تهیه سؤالات چندگزینه‌ای نکات زیر قابل توجه می‌باشد.

الف) هر سؤال باید یک موضوع مهم با یک هدف آموزشی را اندازه بگیرد.

ب) مطالب اصلی سؤال به طور کامل در تنه سؤال نوشته شود.

ج) برای اندازه‌گیری فرایندهای پیچیده ذهنی از موقعیت‌های جدید نه مثال‌های کلاسی استفاده کنید.

د) در سؤالات منفی کلمات منفی را برجسته جلوه دهید.

ه) در نوشتن سؤالاتی که در آنها متن سؤال و گزینه‌ها منفی هستند یعنی منفی مضاعف احتراز کنید.

و) سؤال‌ها مستقل از یکدیگر باشد تا اگر کسی پاسخ خاصی را نمی‌داند سوال دیگری دنباله آن نباشد.

ز) دو گزینه متضاد را که یکی از آنها پاسخ درست است به کار نبرید زیرا احتمال حدس زدن صحیح را افزایش می‌دهد.

ح) محل گزینه صحیح را به صورت تصادفی انتخاب کنید.

ط) سؤال‌ها را طوری بنویسید که درحد درک و فهم آزمون‌شوندگان باشد.

ی) تنها درصورت لزوم از سؤالات چندگزینه‌ای استفاده کنید.

ک) در آزمون های تکوینی گزینه نمی‌دانم را به کار برید زیرا می‌تواند در تشخیص مشکلات یادگیری دانش‌آموزان موثر باشد.

WWW.FUKA.IR

فصل هفدهم : اجرا، نمره‌گذاری و تحلیل آزمون

شرایط اجرای آزمون های کتبی

گام نخست در اجرای آزمون های پیشرفت تحصیلی آماده‌سازی و فراهم آوردن شرایط مناسب برای اجرای آنهاست. تهیه دفترچه آزمون و پاسخنامه، ترتیب پشت‌سرهم قرار دادن سؤال‌های مختلف، و درنظر گرفتن زمان و مکان مناسب برای اجرای آزمون نیاز به دقت فراوان دارد.

ترتیب قرار دادن سؤال‌های آزمون بدنبال یکدیگر

گرانلاندولین در رابطه با قرار دادن سوال‌های یک آزمون به دنبال یکدیگر چند پیشنهاد زیر را ارائه داده است:

1) سؤال‌ها را با توجه به نوع آنها دسته‌بندی کنید و پشت سرهم قرار دهید.

2) سؤال‌ها را از ساده به دشوار مرتب کنید.

3) سؤال‌ها را به ترتیب سازمان اصلی مطالب به دنبال هم مرتب کنید.

برای هر آزمون نوشتن یک راهنما و دستورالعمل لازم است.راهنمای آزمون باید مختصر و مفید باشد و به طور آشکار به آزمون‌شونده بگوید که چه کاری را انجام دهد.

مهرنز و ولهمان گفته‌اند که راهنمای آزمون باید اطلاعات زیر را در اختیار آزمون‌شوندگان قرار دهد :

1) زمان لازم برای هر قسمت

2) ارزش هر سؤال

3) مجاز یا غیرمجاز بودن حدس زدن

اجرای آزمون

شرایط اجرای آزمون های پیشرفت تحصیلی باید به گونه‌ای باشد که از هر لحاظ آسایش جسمی و فکری آزمون‌شوندگان را تأمین کند. پژوهش های انجام شده نشان داده‌اند که اندکی اضطراب سبب افزایش دقت و کوشش آزمون‌شوندگان می‌شود اما اضطراب زیاد بر عملکرد آنان تأثیر منفی دارد.

WWW.FUKA.IR

نمره‌گذاری

پس از تهیه و اجرای آزمون های پیشرفت تحصیلی نوبت به تصحیح برگـه‌هـای آزمـون و نمـره‌گـذاری آنهـا مـی‌رسـد در نمره‌گذاری آزمون های عینی دو روش عمده وجود دارد :

1ـ احتساب کلی پاسخ های درست بدون کسر نمره برای حدس زدن

2ـ کسر مقداری از نمره برای جبران حدس زدن

روش اول یک روش متداول و ساده ولی اگر معلم بخواهد روش دوم را مورد استفاده قرار دهد باید دانش‌آموزان را بـه ایـن مسأله آگاه کند که در ازای پاسخ های غلطی که می‌دهند مقداری از نمره آنها کم خواهد شد. چند روش وجـود دارد کـه متداول‌ترین و معروف‌ترین آنها استفاده از فرمول زیر است :

نمره اصلاح شده = $R = \frac{W}{N-1}$

R= تعداد پاسخهای درست

W= تعداد پاسخهای غلط

N= تعداد گزینه‌های هرسؤال

تحلیل سؤالات آزمون

هدف از تحلیل سؤالات آزمون ، وارسی یکی یکی سؤال ها و تعیـین میـزان دقـت و نارسـایی هـای آنهاسـت . در تحلیـل سؤال‌های آزمون نقاط قوت و ضعف یک آزمون و کیفیت تک تک سؤال های آن تعیین می‌شود.

مراحل تحلیل سؤال

اطلاعات لازم مورد نیاز برای تحلیل سؤال های یک آزمون پاسخ هایی هستند که آزمون‌شوندگان بـه هـر سـؤال داده‌انـد، بنابراین باید تعیین شود که در هر سؤال چند نفر گزینه‌های درست را انتخاب کرده‌اند، هر یک از گزینه‌های انحرافی چند نفر را به خود جلب کرده است، و چند نفر آن را بی‌جواب گذاشته‌اند. برای این منظور اطلاعات مخصـوص هـر سـؤال روی یک کارت آورده می‌شود و با مشخص کردن گروه بالا (کسانی که خوب جواب داده‌اند) و گروه پایین (کسـانی کـه ضـعیف عمل کرده‌اند) به بررسی می‌پردازیم. برای تعیین گروه های بالا و پایین برگه‌های آزمون را به ترتیب نمره‌ای که گرفتـه‌انـد از کوچک به بزرگ مرتب کرده سپس از بالاترین شروع می‌کنیم و تعداد برگه‌هایی را که مـی‌خـواهیم در گـروه بـالا قـرار

WWW.FUKA.IR

دهیم انتخاب می‌کنیم و به همین ترتیب برای انتخاب گروه پایین از پایین‌ترین نمره شروع می‌کنیم. متخصصان آزمون‌سازی پیشنهاد کرده‌اند که اگر تعداد دانش‌آموزان در آزمون بیشتر از 20 و تا 40 هستند 10 برگه بالا و 10 برگه پایین انتخاب کنید. اگر تعداد دانش‌آموزان 20 نفر یا کمتر است برگه‌های آزمون را کلاً به دو دسته تقسیم کنید و در شرایطی که تعداد آزمون‌شوندگان بیش از 40 باشد، بهترین رقم برای گروه بالا و پایین 27% کل برگه‌هاست. این رقم برای شرایطی که نمرات دارای توزیع بهنجار باشند پیشنهاد شده است. اما برای آزمون های کلاسی هر یک از ارقام 25 تا 33 درصد به عنوان تعداد برگه‌های بالا و پایین مناسب است.

محاسبه ضریب دشواری سؤال

بنابر تعریف درصد کل آزمودنی هایی که به یک سؤال جواب مثبت می‌دهند، ضریب دشواری آن سؤال است که با حرف **P** نشان داده می‌شود. اگر در تحلیل سؤال کلیه برگه‌ها دخالت داشته باشند، برای محاسبه ضریب دشواری می‌توان تعداد کل افرادی که جواب درست داده‌اند **(R)** تقسیم بر تعداد کل آزمون‌شوندگان **(T)** کرد و نتیجه را در 100 ضرب کرد. مقدار بدست آمده ضریب دشواری آن سؤال خاص می‌باشد.

مطابق فرمول زیر :

$$P = 100(\frac{R}{T})$$

اما اگر گروههای بالا و پایین مشخص شده باشد (تعداد آزمودنیها بیش از 20 نفر باشد) باید از فرمول :

$$\text{ضریب دشواری سؤال } P = \frac{\text{انتخابهای درست گروه پایین} + \text{انتخابهای درست گروه بالا}}{\text{تعداد افراد گروه پایین} + \text{تعداد افراد بالا}} \times 100$$

نکته : هراندازه ضریب دشواری یک سؤال بزرگتر (به 100 نزدیکتر) باشد آن سؤال آسان تر است و هراندازه این ضریب کوچکتر باشد (به صفر نزدیکتر) سؤال دشوارتر است، بنابراین به جای ضریب دشواری می‌توان از ضریب آسانی یا سهولت نام برد اما معمول این است که به آن ضریب دشواری بگویند.

WWW.FUKA.IR

تفسیر ضریب دشواری

در آزمون های وابسته به هنجار هرچه واریانس نمرات حاصل از یک آزمون وابسته به هنجار بزرگتر باشد آن آزمون بهتری است بنابراین یکی از راه های قضاوت درباره مفید بودن سؤالات یک آزمون آن است که ببینیم سؤال تا چه اندازه به پراکندگی یا واریانس نمرات کمک می‌کند.

برای محاسبه واریانس یک سؤال از فرمول زیر استفاده می‌شود :

واریانس سؤال = $P\times(1-P)$

در این فرمول، P برابر است با درصد کسانی که به سؤال درست یعنی همان ضریب دشواری است. یک سؤال زمانی دارای حداقل واریانس است که ضریب دشواری آن 0 و یا 1 باشد.

اما زمانی که ضریب دشواری سؤال P = 0/5 باشد واریانس سؤال حداکثر خواهد بود. در نتیجه از لحاظ انتخاب برای گنجاندن در فرم نهایی آزمون ، سؤال هایی بهتر هستند که ضریب دشواری آنها از 1 کمتر و از صفر بیشتر و به 0/5 نزدیک باشد.

بطور کلی ضریب دشواری بین 0/3 تا 0/7 حداکثر اطلاع را درباره تفاوت بین آزمودنی ها به دست می‌دهد.

محاسبه ضریب تمیز سؤال :

برخلاف ضریب دشواری که میزان آسان بودن یا دشوار بودن یک سؤال را برای گروه آزمون‌شوندگان نشان می‌دهد ، ضریب تمیز که با **D** نشان می‌دهند قدرت سؤال را در تمایزگذاری یا تشخیص بین گروه قوی و ضعیف آزمون‌شوندگان مشخص می‌کند. یعنی معلوم می‌نماید که سؤال تا چه اندازه می‌تواند گروه قوی را از گروه ضعیف جدا سازد. برای محاسبه ضریب تمیز از فرمول زیر استفاده می‌شود :

$$\text{ضریب تمیز سؤال} = d = \frac{\text{انتخابهای درست گروه پایین} - \text{انتخابهای درست گروه بالا}}{\text{تعداد افراد یک گروه (بالا یا پایین)}}$$

WWW.FUKA.IR

تفسیر ضریب تمیز

هرقدر ضریب تمیز بزرگتر باشد قوه تمیز آن سؤال بیشتر است و هرقدر این ضریب کوچکتر باشد، قوه تمیز آن کمتر خواهد بود. مثلاً اگر قوه تمیز سؤالی 90% باشد آن سؤال آزمون‌شوندگان قوی و ضعیف را خیلی خوب از هم جدا خواهد کرد؛ اما اگر ضریب تمیز 10% باشد آن سؤال از عهده جداسازی دانش‌آموزان قوی و ضعیف به خوبی برنخواهد آمد. ضریب تمیز صفر حاکی از این است که آن سؤال به هیچ وجه نتوانسته بین گروه قوی و ضعیف تمایز قائل شود.

گاه اتفاق می‌افتد که ضریب تمیز منفی می‌شود. این مسأله حاکی از آن است که در آن سؤال گروه قوی بدتر از گروه ضعیف عمل کرده است که این‌گونه سؤال ها دارای اشکالات اساسی هستند.

همبستگی سؤال با کل آزمون

برای آنکه پی ببریم که سؤالات مطرح شده دارای قوه تمیز بالا می‌باشد باید بین هر سؤال و کل آزمون همبستگی بگیریم اگر همبستگی قوی و مثبت باشد، سؤال از قوه تمیز خوبی برخوردار است و اگر همبستگی صفر یا منفی باشد، سؤال مطرح شده قدرت تمیز خوبی ندارد یا قوه تمیز آن صفر است. لذا باید از ضریب همبستگی دو رشته‌ای نقطه‌ای استفاده گردد. هرچه همبستگی بیشتر باشد به این معنی است که با سؤال های دیگر همخوانی دارد و لذا بین افراد قوی و ضعیف تمیز قائل می شود . از امتیازهای استفاده از ضریب همبستگی بین سؤال و کل آزمون این است که می تواند این ضریب را از لحاظ معنی‌داری آماری آزمون کرد. دوم اینکه ، از لحاظ عملی می‌توان معنی‌داری ضریب را مورد قضاوت قرار داد. برای مثال، اگر ضریب همبستگی بین یک سؤال و کل آزمون 40%+ باشد، می‌توانیم بگوییم که این سؤال 16 درصد (16 = 4^2) واریانس نمرات را به خود اختصاص داده است.

همبستگی میان سؤالات آزمون

بهتر است به هنگام تحلیل آزمون، علاوه بر ضریب همبستگی بین هر سؤال و کل آزمون، ضریب همبستگی تک تک سؤالات را با یکدیگر نیز تعیین کنیم. این کار چند فایده دارد : نخست اینکه، با در دست داشتن تعداد سؤال های آزمون و میانگین ضرایب همبستگی بین سؤال ها می‌توان ضریب پایایی آزمون را محاسبه کرد. دوم اینکه، با استفاده از این نوع همبستگی می‌توان به مفهوم قوه تمیز سؤال دست یافت. به سخن دیگر، با استفاده از همبستگی بین سؤالات یک آزمون می‌توان فهمید که چرا بعضی از سؤالات توانایی متمایز ساختن بین آزمون‌شوندگان قوی و ضعیف را ندارند.

WWW.FUKA.IR

اگر همبستگی بین یک سؤال و کل آزمون کم باشد، دو دلیل برای آن وجود دارد : یکی اینکه ممکن است سؤال مورد نظر با هیچ کدام از سؤالات آزمون همبسته نباشد. در این حالت یا باید سؤال را بازنویسی کرد یا آن را به کناری نهاد. امکان دوم این است که سؤال با بعضی از سؤالات آزمون همبستگی قابل ملاحظه نشان می‌دهد، اما با دیگر سؤال ها همبستگی نزدیک به صفر یا حتی منفی دارد.

رابطه بین ضریب دشواری و ضریب تمیز :

برای آنکه بتوانیم بگوییم آزمونی دارای سؤال های خوب است باید ضریب دشواری متوسط و ضریب تمیز بالایی داشته باشد. (ضریب دشواری متوسط در حدود 0/5 و ضریب تمیز بالا حدود 1 است).

تحلیل گزینه‌های انحرافی

هدف از قرار دادن گزینه‌های انحرافی در سؤال ها منحرف کردن آزمون‌شوندگانی است که جواب درست سؤال را نمی‌دانند. در تحلیل گزینه‌های انحرافی قاعده کلی به شرح زیر است : هر گزینه انحرافی دست کم باید یک نفر از افراد گروه ضعیف را به خود جلب کند و اگر هر دو گروه قوی و ضعیف را به خود جلب می‌کند، تعداد افراد گروه ضعیف باید بیشتر از تعداد افراد گروه قوی باشد. بعد از تحلیل سؤالات آزمون باید سؤالاتی که ضریب دشواری آنها بسیار بالا یا بسیار پایین است یا ضریب تمیز آنها خیلی کم است تجدید نظر گردد و گزینه‌های نامناسب اصلاح گردد. در صورتی یک سؤال به خوبی عمل می‌کند که افراد ضعیف بیشتر از افراد گروه قوی گزینه‌های انحرافی آن سؤال را انتخاب نمایند.

تحلیل سؤالهای آزمون های تشریحی و آزمون های عملکردی

هرچند که تحلیل بیشتر برای آزمون های عینی متداول است، با این حال سؤال های غیر عینی را نیز پس از اجرا باید مورد تجزیه و تحلیل قرار داد و اشکالات آنها را برطرف کرد. دو روش معروف برای تحلیل آزمون های غیر عینی وجود دارد.

یکی از روش ها، روش وتینی وسیبرز است که به صورت زیر می‌باشد :

1ـ در این روش ابتدا دو گروه 25 درصدی بالا و پایین از کل دانش‌آموزان را به شرحی که قبلاً گذشت (25% دانش‌آموزانی که بیشترین نمره و 25 درصد از دانش‌آموزانی که کمترین نمره را دارند) تعیین می‌کنیم.

2ـ برای هر سؤال مجموع نمرات گروه بالا و پایین را حساب می‌کنیم.

WWW.FUKA.IR

3ـ برای محاسبه ضریب های دشواری و تمیز نتایج را در فرمول های زیر قرار می‌دهیم :

$$\text{ضریب دشواری} \quad P = \frac{\sum H + \sum L - (2NSCOREMIN)}{2N(SCOREMAX - SCOREMIN)}$$

$$\text{ضریب تمیز } d = \frac{\sum H - \sum L}{N(SCOREMAX - SCOREMIN)}$$

در این فرمول ها :

$\sum H =$ مجموع نمره‌های افراد یا برگه‌های گروه بالا (25 درصد)

$\sum L =$ مجموع نمره‌های افراد یا برگه‌های گروه پایین (25 درصد)

Scoremax =بالاترین نمره ممکن در سؤال

Score min =پایین‌ترین نمره ممکن در سؤال

روش نیتکو در تحلیل سؤال آزمون های تشریحی و عملکردی

در این روش، ضریب دشواری یک سؤال تشریحی یا عملکردی به صورت نمره میانگین گروه آزمون‌شوندگان برای آن سؤال تعریف شده است. دقت کنید که نمره میانگین سؤالی که به صورت 0 و 1 نمره‌گذاری می‌شود برابر است با ارزش p که آن از فرمول $p = \frac{R}{T}$ محاسبه می‌شود. برای آشنا شدن با چگونگی محاسبه ضریب دشواری سؤال های تشریحی و عملکردی با روش نیتکو از فرمول زیر استفاده می‌شود :

$$\text{ضریب دشواری} = \frac{\text{نمره میانگین سؤال}}{\text{بالاترین نمره ممکن} - \text{پایین‌ترین نمره ممکن}} = \frac{\text{نمره میانگین سؤال}}{\text{دامنه ممکن نمرات سؤال}}$$

WWW.FUKA.IR

و برای محاسبه ضریب تمیز از فرمول زیر استفاده می‌شود :

$$\text{ضریب تمیز } d = \frac{\text{نمره میانگین سؤال برای گروه پایین} - \text{نمره میانگین سؤال برای گروه بالا}}{\text{پایین‌ترین نمره ممکن سؤال} - \text{بالاترین نمره کل سؤال}} \quad \frac{\text{تفاوت بین نمرات میانگین گروههای بالا و پایین برای سؤال}}{\text{دامنه نمرات ممکن برای سؤال}}$$

تحلیل سؤالات آزمون های وابسته به ملاک

در آزمون های وابسته به ملاک، استفاده از ضریب های دشواری و تمیز کاربرد چندانی ندارد، زیرا نتیجه آرمانی آزمون های وابسته به ملاک این است که در آنها اکثر آزمون‌شوندگان اکثر سؤال ها را درست جواب می‌دهند. در چنین حالتی ضریب دشواری سؤال ها بسیار بزرگ و ضریب تمیز آنها بسیار کوچک خواهد بود، یعنی برای گروه آزمودنی مورد نظر اکثر سؤال ها آسان و قدرت تمیز آنها بسیار کم خواهد بود.

تمیز بین پیش و پس آزمون

بعضی از متخصصان ارزشیابی پیشرفت تحصیلی پیشنهاد می‌کنند که آزمون های وابسته به ملاک مورد استفاده در سنجش یادگیری در حد تسلط تنها باید شامل سؤال هایی باشند که پس از آزمون مطالب درسی آسانتر از پیش از آموزش آن مطالب جلوه کنند. برای تحقق این امر انجام مراحل زیر پیشنهاد شده است :

1ـ اجرای آزمون پیش از آموزش و پس از آن

2ـ محاسبه ضریب دشواری هر سؤال برای پیش آزمون و پس آزمون

3ـ محاسبه تفاوت ضرایب دشواری سؤال های پیش آزمون و پس آزمون که این ضریب را ضریب تمیز پیش آزمون و پس آزمون می‌نامند و آن را با D نشان می‌دهند. نام دیگر این ضریب، ضریب حساسیت به آثار آموزش است (s). این ضریب با فرمول زیر محاسبه می‌گردد :

$$\text{S یا D} = \frac{R_A - R_B}{T}$$

در این فرمول :

تعداد کسانی که پس از آموزش به سؤال جواب درست داده‌اند. $R_A=P_A$

WWW.FUKA.IR

تعداد کسانی که پیش از آموزش به سؤال جواب درست داده‌اند. $R_B = P_B$

(تعداد کل افراد) تعداد کسانی که هم پیش و هم پس از آموزش به سؤال جواب داده‌اند $T=$

تمیز بین حد تسلط و غیر حد تسلط

برای محاسبه این ضریب یک شکل چهارخانه‌ای درست می‌شود که در خانه‌های عمودی آن حد تسلط و غیر حد تسلط و در خانه‌های افقی آن درست و غلط قرار داده می‌شوند. در این جدول، حرف a معرف تعداد آزمون‌شوندگانی است که سؤال را درست جواب داده‌اند اما در کل آزمون نمره‌ای کمتر از حد تسلط گرفته‌اند، b تعداد آزمون‌شوندگانی است که سؤال را درست جواب داده‌اند و در نمره کل آزمون نیز به حد تسلط رسیده‌اند، حرف c نشان‌دهنده تعداد آزمون‌شوندگانی است که سؤال را غلط جواب داده‌اند و در کل به حد تسلط نرسیده‌اند و حرف d معرف تعداد کسانی است که سؤال مورد نظر را درست جواب نداده‌اند اما در نمره کل آزمون به حد تسلط رسیده‌اند. تعداد آزمون‌شوندگانی که به حد تسلط رسیده‌اند برابر است با $b + d$ و تعداد کسانی که به حد تسلط نرسیده‌اند مساوی است با $a + c$.

ضریب تمیز یعنی D برابر است با تفاوت بین سطوح دشواری سؤال برای کسانی که به حد تسلط رسیده و آنهایی که به حد تسلط نرسیده‌اند، مطابق با فرمول زیر است :

a	b
c	d

تمیز بین حد تسلط و غیر حد تسلط = $D = \frac{b}{b+a} - \frac{a}{a+c}$

نکته : حد تسلط را باید همیشه نمره 20 درنظر گرفت.

تحلیل آزمون به کمک نظریه سؤال ـ پاسخ

نظریه سؤال ـ پاسخ بر نظریه یا الگوی صفت مکنون استوار است. نظریه صفت مکنون بر این فرض استوار است که یک صفت یا ویژگی زیربنایی وجود دارد که به شخص امکان می‌دهد تا در یک تکلیف شناختی معین موفقیت کسب نماید. از جمله اینگونه صفات می‌توان « دانش معنی لغات » ، « استدلال ریاضی» یا « تجسم فضایی » را نام برد.

در نظریه سؤال ـ پاسخ، به جای تأکید بر نمرات کل آزمون، بر پاسخ آزمودنی ها به تک تک سؤالات آزمون تکیه می‌شود. برای تحلیل سؤال های این آزمون ها بیشتر از کامپیوتر استفاده می‌شود.

WWW.FUKA.IR

منحنی ویژه سؤال و استفاده از آن برای تحلیل سؤال آزمون

منحنی ویژه سؤال که برای هریک از آزمون رسم می‌شود، احتمال پاسخ درست دادن به هر سؤال را به توانایی آزمون‌شونده ربط می‌دهد. به سخن دیگر، نظریه منحنی ویژگی سؤال یک بازنمایی نموداری از رابطه بین احتمال پاسخ درست دادن به یک سؤال و موقعیت آزمون‌شونده در صفت مورد اندازه‌گیری توسط آزمون است. در این منحنی، بر روی محور افقی (x) نمره کل آزمون و بر روی محور عمودی (y) نسبت به آزمون‌شوندگانی که به سؤال پاسخ درست داده‌اند مشخص می‌شود.

از روی منحنی ویژگی سؤال می‌توان ضریبهای دشواری و تمیز سؤال را تعیین کرد. ضریب دشواری عبارت است از «نمره معیاری که در آن 50 درصد آزمون‌شوندگان سؤال را درست پاسخ داده‌اند.» ضریب تمیز برابر است با شیب منحنی ویژگی سؤال. اگر همه آزمون‌شوندگان به یک سؤال جواب درست بدهند، منحنی ویژگی آن سؤال یک خط افقی واقع در بالای محور عمودی خواهد بود که از نسبت (1) می‌گذرد. در این صورت ضریب دشواری سؤال $p = 1$ است. به عکس، اگر همه آزمون‌شوندگان به یک سؤال جواب غلط بدهند، منحنی ویژگی آن سؤال نیز یک خط افقی خواهد بود که این‌بار از پایین محور عمودی و از نسبت صفر می‌گذرد. ضریب دشواری این سؤال $P = 0$ است.

نکته : هرچه سطح زیر منحنی ویژگی سؤال بیشتر باشد، ضریب دشواری سؤال بزرگتر خواهد بود.

نکته : هرچه منحنی ویژگی یک سؤال حالت پلکانی بیشتری داشته باشد همبستگی بین آن سؤال و کل آزمون بیشتر است.

WWW.FUKA.IR

آمادگی حرکتی:

به آن دسته از توانایی‌هایی اطلاق می‌شود که در اثر آموزش ایجاد می‌شوند، اکتسابی هستند و از طریق آموزش و تمرین بهبود می‌یابند. مانند: چابکی

موارد قابل اندازه‌گیری در فیزیولوژی ورزشی، تغذیه و طب پرورشی:

برای اندازه‌گیری تربیت بدنی، تعیین میزان چربی بدن و در نتیجه وزن مطلوب فرد از روش‌های آزمایشگاهی مانند وزن‌کشی در زیر آب، مقاومت الکتریکی و غیره استفاده می‌شود. البته تربیت بدنی را می‌توان با روش ساده‌تری نیز مانند: اندازه‌گیری چربی زیرپوستی با استفاده از کالیپر و یا اندازه‌گیری دور اندام‌ها با متر نواری ارزیابی کرد.

روش (جکسون و پولاک) برای تعیین چگالی کل بدن و روش (سیری) برای تعیین درصد چربی در مردان و زنان ارائه می‌شود.

موارد قابل اندازه‌گیری در بیومکانیک ورزشی:

1- شبیه‌سازها: در این روش برای تهیه طرح‌های گرافیکی از حرکت ایده‌آل و یا واقعی به‌وسیله کامپیوتر استفاده می‌شود.

2- استریوسکوپی: نوعی تکنیک عکس‌برداری برای مطالعه حرکت است.

3- فیلمبرداری ویدئویی: از سیستم ویدئویی برای ضبط عملکرد فرد استفاده می‌شود.

4- آنتروپومتری: در این کار با شیوه‌های ویژه‌ای به اندازه‌گیری ابعاد بدن می‌پردازند.

5- سینماتوگرافی یا فیلمبرداری: در این روش، دوربین‌های پیشرفته در هر ثانیه صدها قطعه عکس از اجرای فرد می‌گیرند و حرکات را به اجزای کوچک‌تر تجزیه می‌کنند.

6- زمان سنجی: برای اندازه‌گیری سرعت حرکات بدن و اعضای آن مورد استفاده قرار می‌گیرد.

7- الکترومایوگرافی (EMG): با این روش فعالیت الکتریکی عضله یا گروهی از عضلات اندازه‌گیری می‌شود. و پس از تجزیه و تحلیل اطلاعات به‌دست آمده، مقدار نیروی تولید شده محاسبه می‌شود.

8- زاویه سنج الکتریکی: برای کسب اطلاعات درباره‌ی زوایای مفصلی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

WWW.FUKA.IR

استقامت قلبی تنفسی:

استقامت عضلانی بخشی از استقامت قلب و تنفس را تشکیل می‌دهد آمادگی قلبی و تنفسی را می‌توان پراهمیت‌ترین نشانه و معیار برآورد وضعیت آمادگی جسمانی افراد به حساب آورد. اندازه‌گیری این آمادگی به طریق زیر ممکن است:

1) آزمون‌هایی که از وسائل دقیق و پیچیده فنی – الکترونیکی استفاده می‌کنند.

2) آزمون‌هایی که وسیله اندازه‌گیری آن‌ها عمدتاً دوهای استقامت هستند.

3) آزمون‌هایی که شمارش نبض و فشار خون را مورد استفاده قرار می‌دهند.

به‌طور کلی استقامت قلبی – تنفسی در تمام فعالیت‌های بدنی چه کوتاه و سریع، چه استقامتی و طولانی مدت کاربرد دارد.

وسائل آزمون‌های آزمایشگاهی:

وسائل آزمایشگایه که برای سنجش استقامت قلبی – تنفسی به کار می‌روند اغلب شامل نوارگردان، دوچرخه ثابت کارسنج و پله هستند که هر یک دارای ویژگی‌ها و کاربردهای خاص خود هستند.

آزمون‌های آزمایشگاهی بیشینه:

هدف از انجام آزمون‌های بیشینه، افزایش منظم و تدریجی شدت کار تا رسیدن فرد به حد واماندگی است. روش‌های سنجش در این نوع آزمون‌ها براساس دو روش اندازه‌گیری گازهای بازدهی و نیز تعیین زمان کار می‌باشند.

معتبرترین روش و دقیق‌ترین روش اندازه‌گیری تبادل گازی در شش‌ها توسط دستگاه اپسیرومتر و ثبت آن توسط رایانه جهت تعیین مقادیر اکسیژن مصرفی و دی اکسید کربن تولید شده است.

روش‌های معتبری برای اندازه‌گیری اکسیژن مصرفی بیشینه از این طریق وجود دارد که هر یک مبتنی بر معادلات خاص خود در برآورد اکسیژن مصرفی هستند. دو روش متداول روش‌های «بالک» و «بروس» هستند.

مقیاس بورگ (RPE):

مقیاس‌های روانی – جسمانی برای برآورد شدت تمرین مفیدند و مقیاس RPE (میزان درک فشار) اغلب هنگام اجرای آزمون‌های ورزشی به‌کار برده می‌شود. درجه‌بندی فشار ادراک شده (RPE) روش با اعتبار و ساده‌ای برای تعیین شدت تمرین است.

WWW.FUKA.IR

مقیاس فوق به‌طور گسترده‌ای برای آزمون کردن تمرین و توصیه‌های آن به‌کار برده است به عقیده بورگ فشار ادراک شده بهترین شاخص واحد از میزان فشار جسمانی است. در حین آزمون، از فرد خواسته می‌شد شدت تمرین را در 15 ثانیه آخر هر دقیقه از آزمون رتبه‌بندی کنند.

مقیاس‌های RPE برای تعیین این که فرد چه موقع به سطح بیشینه‌اش می‌رسد مفیدند. همچنین با ضربان قلب تمرین به صورت خطی افزایش می‌یابد.

آزمون‌های آزمایشگاهی زیر بیشینه:

هدف از اندازه‌گیری آزمون‌های زیربیشینه، تعیین شیبی است که ضربان قلب فرد به تمرین واکنش نشان می‌دهد و استفاده از آن برای برآورد اکسیژن مصرفی بیشینه از طریق پارامترهای زیر بیشینه است. هدف از آزمون، اندازه‌گیری ضربان قلب تا رسیدن به حد تعادل هوازی زیربیشینه است.

آزمون‌های زیربیشینه شبیه به آزمون‌های بیشینیه هستند ولی فعالیت در آن‌ها در شدت ضربان قلب از پیش تعیین شده خاتمه می‌یابد.

آزمون‌های میدانی:

آزمون‌های میدانی نوع دیگری از سنجش استقامت قلبی – تنفسی هستند که دارای مزایا و محدودیت‌هایی می‌باشند.

این آزمون‌ها از لحاظ اجرا عملی هستند زیرا وسائل آن ارزان بوده و زمان کم‌تری صرف انجام آن‌ها می‌شود. همچنین از آن‌ها می‌توان برای سنجش همزمان تعداد زیادی آزمودنی استفاده کرد. نتایج آن برای طبقه‌بندی افراد نیز قابل استفاده‌تر است. زیرا بیش‌تر با شرایط واقعی منطبق می‌باشند.

از مشکلات این نوع آزمون‌ها عدم دقت آن‌ها در نشان دادن حداکثر اکسیژن مصرفی بدن، نداشتن کنترل لازم پزشکی در شرایط آزمون برروی ضربان قلب و فشارخون و یا سایر مؤلفه‌ها و اینکه این آزمون‌ها قادر به نشان دادن نارسایی قلبی در افراد تحت خطر نمی‌باشند.

آزمون‌های میدانی را نیز می‌توان به دو صورت بیشینه و زیر بیشینه اجرا کرد.

نمونه آزمون‌های نوع بیشینه میدانی شامل آزمون 9 دقیقه و 12 دقیقه دویدن است که برحسب مسافت طی شده سنجش انجام می‌گیرد و نیز آزمون 1 و 1/5 مایل راه رفتن / دویدن است که زمان محاسبه می‌شود.

WWW.FUKA.IR

نمونه آزمون‌های میدانی زیر بیشینه شامل آزمون 1 مایل جاکینگ، 1 مایل پیاده‌روی و آزمون پله آستراند و یا کوئین هستند که در مورد اول زمان محاسبه می‌شود و در آزمون پله تعداد ضربان پس از فعالیت محاسبه می‌شود.

ملاحظات مهم در اجرای آزمون‌های استقامت قلبی – تنفسی:

1) اقدامات مربوط به غربال مراجعه کنندگان

2) تکمیل برگه رضایت نامه توسط آزمودنی

3) قطع اختیاری فعالیت در حین آزمون

4) توجه به علائم هشدار دهنده خطرزا در اجرای آزمون

5) به کارگیری افراد مجرب و پزشک در اجرای آزمون

6) توجه به شرایط محیط آزمون

7) تصمیم‌گیری در مورد انتخاب آزمون

8) افزاش تدریجی شدت کار در اجرای آزمون

9) در نظر گرفتن دوره سرد کردن

10) تنظیم وسائل قبل از استفاده

ریتم:

ریتم با ادراک حرکت، سرعت و چابکی ارتباط نزدیک دارد. اندازه‌گیری ریتم عموماً نظری است و به حرکاتی که با ضربه و موزیک همراه هستند، تکیه دارد.

آموزش‌پذیری حرکتی:

مک کلوی ویانگ، آموزش‌پذیری حرکتی را توانایی یادگیری آسان و خوب مهارت‌های حرکتی تعریف کرده‌اند.

آزمون‌های آموزش‌پذیری حرکتی را فعالیت‌های نمایشی شبیه به ژیمناستیک تشکیل می‌دهند.

اعتبار آزمون‌های آزموش‌پذیری حرکتی، یعنی قدرت آن‌ها در پیش‌بینی، استعداد یادگیری مهارت حرکتی، گزارش نشده است.

همبستگی‌های گزارش شده بین فرا گرفتن مهارت حرکتی و آموزش‌پذیری حرکتی نیز پایین است که نشان می‌دهد آن‌ها چیز یکسانی را اندازه‌گیری نمی‌کنند.

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 1

۱ـ کدام ویژگی آزمون های استاندارد شده یا میزان شده تضمین می‌کند که اگر چند نفـر آزمـون واحـدی را مورد استفاده قرار دهند نتایج یکسانی بدست خواهد آورد؟

الف) قواعد اندازه‌گیری ب) هنجارهای آزمون ج) نمرات استاندارد د) اجرای متحدالشکل

۲ـ کدامیک از بیانات زیر درباره اندازه‌گیری، آزمودن و سنجش درست است؟

الف) اندازه‌گیری و آزمودن دو اصطلاح معادل هستند.

ب) اندازه‌گیری و آزمودن بخشی از سنجش یادگیری به حساب می‌آیند.

ج) سنجش نوعی اندازه‌گیری است که با وسایلی به جز آزمون انجام می‌شود.

د) سنجش همان اندازه‌گیری است و با آن هیچ تفاوتی ندارد.

۳ـ کدامیک از اصطلاحات زیر معنی محدودتری دارد؟

الف) اندازه‌گیری ب) سنجش ج) آزمون د) ارزشیابی

۴ـ ارزشیابی آموزشی و پژوهش آموزشی در چه چیزی به هم شبیه‌اند؟

الف) تعمیم نتایج ب) درک روابط بین امور

ج) ارزش داوری د) روش های بررسی تجربی

۵ـ هدف ارزشیابی بطور عمده ..... و هدف پژوهش ..... است.

الف) استنتاج ـ تصمیم‌گیری ب) تصمیم‌گیری ـ استنتاج

ج) تصمیم‌گیری ـ تعمیم‌پذیری د) تعمیم‌پذیری ـ تصمیم‌گیری

۶ـ متداول‌ترین وسیله اندازه‌گیری در روان شناسی آموزش و پرورش چیست؟

الف) سنجش ب) پرسشنامه ج) آزمون د) مصاحبه

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	پاسخ
1	الف
2	ب
3	ج
4	د
5	ب
6	ج

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 2

۱ـ همه آزمون های نمونه‌ای از آزمون های توانایی هستند به جز آزمون :

الف) هوش ب) شخصیت ج) استعداد موسیقی د) ورودی دانشگاهها

۲ـ همه آزمون های توانایی، صرف نظر از نامی که دارند، توانایی فرد را برای انجام دادن عملی در زمان ..... می‌سنجند.

الف) حال ب) گذشته ج) هر دو د) هیچکدام

۳ـ کدامیک از بیانات زیر در رابطه با علاقه و نگرش درست نیست؟

الف) علاقه به یک فعالیت ولی نگرش به یک نهاد مربوط می‌شود.

ب) موضوع علاقه و نگرش احساسات فرد هستند.

ج) علاقه و نگرش دو نام متفاوت برای موضوع واحدی هستند.

د) علاقه و نگرش دو جنبه از شخصیت هستند.

۴ـ دو دسته کلی از دسته‌بندی آزمون ها کدام مورد زیر است؟

الف) استعدادی ، تحصیلی ب) توانایی ـ عاطفی ج) تحصیلی ـ هوشی د) توانایی ـ شناختی

۵ـ کدام آزمون ناظر به گذشته است و آموخته‌های قبلی را می‌سنجد؟

الف) آزمون مهارتهای فنی ب) آزمون استعداد ریاضی ج) آزمون استعدادهای ویژه د) آزمون هوش کلی

۶ـ کدام موارد زیر جزء آزمون های عاطفی تلقی نمی‌شود؟

الف) آزمون های نگرش ب) آزمون های شخصیت

ج) آزمون های هنری د) آزمون های علاقه

۷ـ در آزمون های شخصیت به طور عمده به اندازه‌گیری کدام مورد توجه کمتری می‌شود؟

الف) انگیزش ب) مزاج ج) سازگاری و منش د) استعداد

۸ـ علاقه احساس فرد نسبت به چه چیزی است؟

الف) شیء ب) نهاد اجتماعی ج) گروه د) فعالیت

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	جواب
1	ب
2	ب
3	ج
4	ب
5	الف
6	ج
7	د
8	د

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 3

۱ـ کدامیک از موارد زیر آزمون ملاکی است؟

الف) کنکور سراسری دانشگاههای ایران ب) امتحان نهایی کلاس آخر دبستان

ج) پرسشنامه نگرش سنج د) آزمون های استعداد فنی

۲ـ نام دیگر رویکرد طبیعت گرایانه ارزشیابی آموزشی چیست؟

الف) رویکرد مبتنی بر مصرف کننده

ب) رویکرد مبتنی بر مشارکت کنندگان

ج) رویکرد مبتنی بر مدیریت

د) رویکرد مبتنی بر هدف

۳- در کدامیک از ارزشیابی های زیر می‌توان از ملاک نسبی استفاده کرد؟

الف) تراکمی ب) تشخیصی ج) تکوینی د) جایابی

۴- در صورتی یک رویکرد ارزشیابی را با توجه به تأثیر آن بر اکثریت افراد مورد قضاوت قرار می‌دهند که آن رویکرد مبتنی بر ..... باشد .

الف) مدیریت ب) مشارکت کنندگان ج) مصرف کننده د) نظر متخصصان

۵- کدامیک از انواع ارزشیابی‌ها تقریباً در حاشیه قرار دارد و مکمل عمل آموزشی نیست؟

الف) تشخیصی ب) تکوینی ج) مستمر د) مجموعی

۶- ارزشیابی تشخیصی زمانی وارد عمل می‌شود که بخواهند :

الف) تحول هریک از دانش‌آموزان را در طول سال دنبال کنند .

ب) پیشرفت و نزدیکی آزمودنی به هدف تعیین شده را بررسی کنند .

ج) از روند کار ترازنامه‌ای فراهم آورند و تصمیم خاصی اتخاذ کنند .

د) از توانایی آزمودنی برای شروع نوع خاصی از یادگیری مطلع شوند .

WWW.FUKA.IR

۷- در ارزشیابی ملاک – مرجع ، کارکرد یادگیرنده با ..... سنجیده می‌شود .

الف) جدول نرم ب) یک معیار ج) گروه خودش د) مقیاس نمره‌گذاری

۸- ارزشیابی که پیش از انجام فعالیت‌های آموزشی توسط معلم به اجرا در می‌آید تا این هدف که به اندازه‌گیری رفتار ورودی با مهارت‌ها بپردازد چه نام دارد؟

الف) ارزشیابی تشخیصی ب) تکوینی ج) آغازین د) ارزشیابی درونی

۹- مدل ارزشیابی سیپ را چه کسی ارائِه کرده است و وابسته به کدام رویکرد ارزشیابی است ؟

الف) استافیل بیم ، مبتنی بر مدیریت ب)رالف تایلر ، مبتنی بر هدف

ج) استافیل بیم ، مبتنی بر مصرف‌کننده د) اسکریون ، مبتنی بر هدف

۱۰- مدل‌های رالف‌تایلر و هیلداتابا مربوط به کدام رویکرد ارزشیابی است ؟

الف) مبتنی بر مدیریت ب) مبتنی بر مصرف‌کننده

ج) مبتنی بر نظر متخصصان د) اسکریون ، مبتنی بر هدف

۱۱- سنجش عملکرد یادگیرندگان چه نام دارد ؟

الف) امتحان پایانی ب) آزمون وسطراه

ج) آزمون پایان سنجش آموزشی د) ارزشیابی

۱۲- اندازه‌گیری اعداد را در اختیار ما می‌گذارد ، داوری ، علاقه و تفسیر ما ، آن اعداد را به چه چیزی تبدیل می‌سازد ؟

الف) نتیجه‌گیری ب) کمیت ج) کیفیت د) ارزشیابی

۱۳- در کدام نوع ارزشیابی ، معیار ارزشیابی از پیش تعیین و عملکرد یادگیرنده با توجه به آن سنجیده می‌شود؟

الف) پیش ملاک ب) ملاک مرجع ج) هنجاری د) هنجار مرجع

۱۴- در کدام نوع ارزشیابی عملکرد فرد با عملکرد افراد دیگر سنجیده می‌شود؟

الف) ساده ب) مرکب ج) هنجار مرجع د) ملاک مطلق

WWW.FUKA.IR

۱۵- کدام گزینه زیر نمونه‌ای از ارزشیابی هنجاری تلقی می‌شود؟

الف)کنکور

ب)آزمون آیین‌نامه رانندگی

ج)آزمون ریاضی

د)آزمون پیشرفت‌تحصیلی

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ
1	ب	11	الف
2	ب	12	ج
3	ج	13	ج
4	ب	14	الف
5	الف	15	د
6	الف		
7	ب		
8	ج		
9	ب		
10	ج		

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 4

۱ـ متخصص ارزشیابی زمانی به انتخاب یک طرح پژوهشی اقدام می‌کند که بخواهد:

الف) برای تصمیم‌گیری مدیران، اطلاعاتی را دربارهٔ میزان موفقیت کارکنان فراهم آورد.

ب) رابطه بین دو یا چند متغییر مورد مطالعه را پیدا کند.

ج) تعداد دانش‌آموزانی را که به حد تسلط رسیده‌اند معلوم نماید.

د) تعیین کند که آیا برنامه مورد ارزشیابی موفق بوده‌است یا نه.

پاسخنامه

سؤال 1 ـ گزینه د

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 5

۱ـ «دانشجو به زمینه ارزیابی پیشرفت تحصیلی علاقمند شود و بدون اینکه کسی از او بخواهد کتابهای مربوط به این موضوع را تهیه و مطالعه نماید.» هدف فوق را در کدامیک از طبقات زیر می‌توان قرار داد؟

الف) شناختی: کاربستن ب) شناختی: ارزشیابی

ج) عاطفی د) روانی – حرکتی

۲- کدامیک از فعل های زیر را نمی‌توان در بیان هدفهای رفتاری به کاربست؟

الف) درک کند ب) به کار نرد ج) توضیح دهد د) بدود

۳- اولین گام در تهیه طرح آزمون های پیشرفت تحصیلی چیست؟

الف) تهیه جدول مشخصات آزمون

ب) تعیین نوع سؤالات آزمون

ج) تعیین نوع مقیاس اندازه‌گیری

د) توزیع سؤالات درمیان بخشهای مختلف درس

۴- کدامیک از هدف های آموزشی زیر یک هدف رفتاری نیست؟

الف) دانش‌آموز خواهد توانست قانون شکست نور را توضیح دهد.

ب) دانش‌آموز باید تعریف مثلث متساوی‌الساقین را خوب یاد بگیرد.

ج) یادگیرنده می‌تواند با استفاده از آزمایشگاه یک زنگ اخبار بسازد.

د) یادگیرنده می‌تواند 50 متر طول یک استخر را شنا کند.

۵- « دانشجو می‌تواند، بااستفاده از کتاب های راهنمای معلم، ۵ هدف غیر رفتاری را در مدت ۱۰ دقیقه به صورت هدف های رفتاری بنویسد.» هدف بالا یک هدف:

الف) رفتاری کامل است ب) رفتاری است اما شرایط عملکرد ندارد

ج) غیر رفتاری است د) رفتاری است اما ملاک عملکرد ندارد

WWW.FUKA.IR

۶- « دانش‌آموز با استفاده از فرمول های ریاضی بتواند مساحت باغچه خانه خود را که به شکل ذوزنقه است درست حساب کند.» هدف آموزشی بالا معرف کدامیک از طبقات زیر است؟

الف) دانش ب) فهمیدن ج) کاربستن د) تحلیل

۷ـ کدامیک از فرایندهای ذهنی در قلمرو «درک و فهم» دانش‌آموز قرار می‌گیرد؟

الف) تسلط بر دانش اصول و قواعد کلی ب) توانایی در تجزیه و تحلیل یک مطلب

ج) قدرت ابتکار و نوآوری مطلب جدید د) توانایی در تفسیر نکات مهم یک مطلب

۸- به منظور کار عملی، از دانشجویان خواسته شده است که یکی از مسائل آموزش و پرورش را بررسی کنند و راه حل‌های پیشنهادی خود را ارائه دهند. این تکلیف کدام سطح از یادگیری را ارزیابی می‌کند؟

الف) کاربرد ب) تجزیه ج) ترکیب د) ارزشیابی

۹- شعر زیر را به نثر ساده برگردانید.

« خاطری چند اگر از تو شود شاد بس است زندگانی به مراد همه کس نتوان کرد»

سؤال بالا در چه سطحی قرار دارد؟

الف) فهمیدن ب) کاربستن ج) تحلیل د) ترکیب

۱۰- در هنگام آموزش یک هدف عاطفی، دانش‌آموزان از معلم می‌خواهند که توضیحات بیشتری را ارائه نماید. این دانش‌آموزان در کدام سطح از یادگیری عاطفی قرار دارند؟

الف) واکنش ب) ارزش گذاری ج) سازمان دهی ارزش ها د) توجه (دریافت)

۱۱- در طبقه‌بندی اهداف آموزشی «بلوم» کدام حیطه شناختی از سطح عالی‌تری برخوردار است؟

الف) تجزیه و تحلیل ب) دانش ج) درک و فهم د) کاربرد

۱۲- چنانچه شاگرد بتواند یک انشاء جدید بنویسد درکدام طبقه از اهداف شناختی بلوم قرار دارد؟

الف) کاربرد ب) دانش ج) درک و فهم د) ترکیب

۱۳- در زمینه جدول مشخصات کدام گزینه درست است؟

الف) برای طرح درس مفید است نه طرح آزمون

ب) برای طرح آزمون مفید است نه طرح درس

ج) دارای دو بعد محتوا و سوالات است.

د) دارای بعد محتوا و هدف های آموزشی معلم است.

WWW.FUKA.IR

۱۴- بیان معانی لغات تازه درس زبان خارجی مربوط به کدام طبقه فرعی از دانش است؟

الف) دانش واقعیت‌های مشخص
ب) دانش طبقات
ج) دانش روش‌ها
د) دانش اصطلاحات

۱۵- چرا به برخی آزمون ها عینی می‌گویند؟

الف) با چشم دیده می‌شوند.
ب) مداد کاغذی هستند.
ج) عین مطالب کتاب هستند.
د) نظر شخص مصحح در تصحیح دخالت ندارد.

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ
1	ج	7	د
2	الف	8	ج
3	الف	9	الف
4	ب	10	ج
5	الف	11	الف
6	ج	12	د
		13	د
		14	د
		15	د

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 6

۱- آزمون های تشریحی باتوجه به چه جنبه‌ای به گسترده پاسخ تقسیم می‌شوند؟

الف) نظر معلم　　ب) آزادی عمل پاسخ دهندگان

ج) حجم مطالب　　د) گستردگی و تنوع مطلب

۲- سوال‌های آزمون محدود پاسخ برای اندازه‌گیری توانایی‌ها در کدام سطوح مناسب است؟

الف) دانش، فهمیدن، کار بستن　　ب) فهمیدن، کاربستن، تحلیل

ج) تحلیل و ترکیب　　د) ترکیب و ارزشیابی

۳- کدام مورد نظر مخالفان کاربرد آزمون های تشریحی است؟

الف) تهیه آزمون های تشریحی ساده‌تر از عینی است.

ب) توانایی پاسخ دادن به سؤال‌ها را می‌سنجد.

ج) موقعیت‌های واقعی‌تری را عرضه می‌کنند.

د) تصحیح اوراق نمی‌تواند با دقت انجام گیرد.

۴- مشکل جدی در آزمون های تشریحی چیست؟

الف) نمونه‌گیری محدود　　ب) دشواری اجرای امتحان

ج) خسته شدن آزمودنی‌ها　　د) وقت‌گیر بودن پاسخگویی

۵- بزرگترین امتیاز آزمون‌های تشریحی چیست؟

الف) آزمودنی‌ها را وا می‌دارد اندیشه‌های خود را منسجم بیان کنند.

ب) دشواری اجرای امتحان

ج) تصحیح اوراق از طریق بارم‌بندی انجام می‌شود.

د) آزمودنی‌ها هرچه دلشان بخواهد می‌توانند بنویسند.

۶- استفاده از موقعیت‌های جدید و سؤال‌های تازه در آزمون های تشریحی برای سنجش چه چیزی مفیدتر است؟

الف) معلومات　　ب) حافظه　　ج) حافظه و معلومات　　د) کاربستن و خلاقیت

WWW.FUKA.IR

۷- کاربرد کدام کلمات در آزمون های تشریحی مناسب‌تر است؟

الف)چه کسی ب) چه وقت ج) کجا د) چرا

۸- حسن نوشتن یک پاسخ نمونه برای سؤال تشریحی در چیست؟

الف) جلوگیری از دخالت عوامل نامربوط ب) مطلع نمودن مصحح از بارم‌ها

ج) تفکیک مطالب سوال د) مشخص کردن پاسخ‌های بهتر

۹- در زمینه زمان تصحیح اوراق تشریحی کدام راه بهتر است؟

الف) هر ساعت تعدادی ورقه معدود تصحیح شود.

ب) هر ساعت تعدادی ورقه و برای یک سؤال خاص تصحیح شود.

ج) همه پاسخ‌های افراد در یک سؤال و در یک نشست تصحیح گردد.

د) همه اوراق در یک نشست و یکی یکی تصحیح گردد.

۱۰- در مورد روش نمره‌گذاری سؤالات تشریحی کدام گزینه درست است؟

الف) نمره‌گذاری با روش کمی سخت‌تر است.

ب) نمره‌گذاری با روش کلی سخت‌تر است.

ج) در نمره‌گذاری با روش کلی دلایل توجیهی برای دادن نمره وجود دارد.

د) روش تحلیلی نمره‌گذاری بهتر است.

۱۱- پرسش شفاهی درواقع.....

الف) نوعی سؤال شفاهی است. ب) به طور غیر رسمی طرح می‌شود.

ج) وقت‌گیرتر از تشریحی است. د) دقیق‌تر از تشریحی است.

۱۲- آزمون های کوتاه پاسخ معمولاً و بیشتر برای اندازه‌گیری کدام سطوح مفید است؟

الف) سطوح پایینی ب) سطوح متوسط

ج) سطوح بالا د) تمام سطوح به‌ویژه سطوح بالا

۱۳- کدام گزینه درست است؟

الف) آزمون کوتاه جواب نوعی آزمون تشریحی است.

ب) آزمون کوتاه جواب نوعی آزمون عینی است.

ج) آزمون کوتاه جواب حد واسط بین آزمون های تشریحی و عینی است.

د) آزمون کوتاه جواب ربطی به آزمون تشریحی ندارد.

WWW.FUKA.IR

۱۴- از نظر ایبل همه آزمون های کوتاه پاسخ برای اندازه‌گیری کدام هدف به کار می‌رود؟

الف) دانش ب) فهمیدن ج) کاربستن د) ترکیب

۱۵- متداولترین نوع آزمون های عینی کدام است؟

الف) صحیح – غلط ب) جورکردنی

ج) چندگزینه‌ای د) کوتاه پاسخ

۱۶- نظر ایبل درباره سؤال‌های صحیح – غلط چیست؟

الف) الزاماً حافظه کلامی را اهمیت می‌دهند.

ب) برای سنجش اطلاعات جزیی به کار می‌روند.

ج) دانش را می‌سنجد.

د) می‌توان با سؤال‌های دقیق فهمیدن، کاربرد و حل مسأله را نیز سنجید.

۱۷- در نوشتن سؤال‌های صحیح – غلط کدام مورد درست است؟

الف) هر سؤال یک هدف را می‌سنجد.

ب) هر سؤال حداقل دو هدف را بسنجد.

ج) سؤال‌ها عین کلمات کتاب باشد.

د) می‌توان با سؤال‌های گمراه کننده برای شناسایی افراد برتر استفاده شود.

۱۸- در سؤالات جورکردنی کدام گزینه درست است؟

الف) تعداد پاسخ‌ها و تعداد پرسش‌ها برابر است.

ب) تعداد پاسخ‌ها بیشتر از تعداد پرسش‌ها است.

ج) تعداد پاسخ‌ها کمتر از تعداد پرسش‌ها است.

د) تعداد پاسخ‌ها دو برابر تعداد پرسش‌ها است.

۱۹- در زمینه سؤال‌های جورکردنی کدام مورد درست است؟

الف) تصحیح وقت‌گیر است. ب) تصحیح به متخصص نیاز دارد.

ج) از تعداد زیادی سؤال می‌توان در یک زمان بهره برد. د) تصحیح دشوار است.

WWW.FUKA.IR

۲۰- در سؤال‌های چند گزینه‌ای تنه سوال چه وضعیتی دارد؟

الف) یک جمله استفهامی است. ب) یک جمله ناتمام است.

ج) یک جمله استفهامی ناتمام است. د) یک جمله خبری مثبت است.

۲۱- آزمون های چند گزینه‌ای در مقایسه با آزمون های صحیح – غلط چه وضعی دارند؟

الف) خواندن آزمون ها وقت زیادتری می‌خواهد.

ب) خواندن آزمون ها وقت کمتری می‌خواهد.

ج) پیدا کردن گزینه وقت کمتری می‌خواهد.

د) خواندن آزمون ها وقت برابری می‌طلبد.

۲۲- در اعمال نمره منفی در آزمون های چند گزینه‌ای .....

الف) کسانی که خطر می‌کنند نمره بهتری می‌گیرند.

ب) کسانی که خطر می‌کنند نمره کمتری می‌گیرند.

ج) خطر کردن یا نکردن در نمره بی‌تأثیر است.

د) دانش‌آموزان خبره و با تجربه نمرات کمتری می‌گیرند.

۲۳- در طرح آزمون های چند گزینه‌ای رعایت چه نکته‌ای ضروری است؟

الف) هر سؤال حداقل دو موضوع مهم را بسنجد.

ب) گزینه‌های انحرافی، نظر آزمودنی‌های بی‌اطلاع را جلب کند.

ج) طول گزینه درست در سؤال‌های مختلف برابر باشند.

د) گزینه‌های انحرافی نظر آزمودنی‌های مطلع را جلب کند.

۲۴- در سوالات چند گزینه‌ای نقش گزینه‌های انحرافی چیست؟

الف) منحرف کردن افرادی که پاسخ صحیح را نمی‌دانند.

ب) پیدا کردن نقاط ضعف شاگردان

ج) منحرف کردن افرادی که پاسخ صحیح را می‌دانند.

د) افزایش اعتبار و پایایی آزمون

WWW.FUKA.IR

۲۵- قسمت‌های اصلی سؤالات چند گزینه‌ای عبارت است از :

الف) قسمت اصلی، گزینه ی درست

ب) قسمت اصلی، تنها سؤال گزینه ی درست

ج) تنه سوال، گزینه ی درست، گزینه ی انحرافی

د) گزینه ی درست، گزینه‌های انحرافی

۲۶- از جمله قواعد تهیه سؤال های جورکردنی این است که:

الف) در هر ستون تنوع سؤالات در حد مطلوب باشد.

ب) تعداد پرسش‌ها و پاسخ‌های دو ستون برابر و یکسان باشد.

ج) هر دو ستون از کلمات مترادف یا متضاد تشکیل شود.

د) پرسشها یا پاسخ‌های یک سؤال، همه به یک موضوع مربوط باشند.

۲۷- از جمله امتیازهای «سؤال‌های بازپاسخ» کدام است؟

الف) تقلب را کاهش می‌دهد.

ب) نمره‌گذاری آن کاملاً عینی و پایا است.

ج) پوشش وسیعی از محتوا و هدفها را ممکن می‌سازد.

د) عامل حدس و گمان را کاهش می‌دهد.

۲۸- سؤال‌های چند گزینه‌ای دارای کدامیک از ویژگی‌های زیر هستند؟

الف) ساده

ب) به سهولت به آنها پاسخ داده می‌شود.

ج) صرفه‌جویی در وقت و هزینه

د) از دقت خیلی زیادی برخوردار نیستند.

۲۹- پاسخ سؤالات انشایی، اصولاً چگونه باید تصحیح گردد؟

الف) اوراق مختلف و در زمانهای مختلف و به دفعات تصحیح گردد.

ب) هر ورقه را حداقل سه ارزیاب تصحیح کنند و جداگانه نمره بدهند.

ج) کل پاسخ یکجا خوانده شود و یک نمره کلی در نظر گرفته شود.

د) پاسخ کلی به اجزای کوچکتر تقسیم و به هریک نمره داده شود.

WWW.FUKA.IR

۳۰- در طرح سؤالات چند گزینه‌ای، تنها محدودیتی که توصیه شده است از :

الف) استفاده نکردن از ذوق و سلیقه شخصی

ب) نوشتن تنه سؤال به صورت جمله سوالی

ج) استفاده نکردن از جملات منفی و دشوار

د) حفظ ویژگی اصلی سؤال (تنه و تعداد گزینه)

۳۱- عینیت نمره‌گذاری سؤال های انشایی ، زمانی افزایش می‌یابد که:

الف) اوراق امتحان را دیگران تصحیح کنند. ب) حجم پاسخ‌های آزمودنی خیلی محدود شود.

ج) کل پاسخ‌ها یکجا در نظر گرفته شود. د) پاسخ‌ها با کلید از پیش تهیه شده تصحیح شود.

۳۲- در طرح سؤالات جورکردنی، تنظیم فهرست پاسخ‌ها به طور منطقی چه امتیازی دارد؟

الف) در وقت دانش‌آموزان صرفه‌جویی می‌شود.

ب) انسجام بین پاسخ‌های سؤالات تضمین می‌شود.

ج) پاسخ‌ها و پرسش‌ها یکجا درنظر گرفته شود.

د) یک پاسخ معین با چند پرسش جور می‌شود.

۳۳- در ارتباط با تهیه و اجرای آزمون های تشریحی، کدام روش توصیه نشده است؟

الف) از کلماتی مثل «چه کسی »،«چه وقت» و «هرگز» استفاده کردن

ب) زمان لازم برای پاسخگویی به هر سؤال را جداگانه در نظر گرفتن

ج) دادن حق انتخاب چند سؤال از بین تعدادی سؤال به آزمودنی ها

د) به جای ورقه به ورقه تصحیح کردن، سؤال به سؤال تصحیح کردن

۳۴- در تصحیح اوراق انشایی، برای خنثی کردن اثر نحوه پاسخگویی به اولین سؤال بر نمره‌گذاری سوالات بعدی، باید.....

الف) اوراق را بدون اسم تصحیح کرد. ب) الگوی دقیق پاسخ‌ها را فراهم آورد.

ج) اوراق را سؤال به سؤال تصحیح کرد. د) کل پاسخ‌ها را یکجا در نظر گرفت.

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	پاسخ
1	ب
2	ب
3	د
4	الف
5	الف
6	د
7	د
8	الف
9	ج
10	د
11	د
12	الف
13	ج
14	الف
15	ج
16	د
17	الف
18	ب
19	ج
20	ج
21	الف
22	الف
23	ب
24	الف
25	ج
26	د
27	ج
28	ج
29	د
30	د
31	د
32	الف
33	ج

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 7

۱ـ اگر سؤالی ضریب تمیز بزرگی داشته باشد، می‌توان گفت که نمرات آزمون‌شوندگان در آن سؤال :

الف) هیچ رابطه‌ای با نمرات کل ازمون ندارد.

ب) همبستگی زیادی با نمرات کل آزمون دارد.

ج) همبستگی ضعیفی با نمرات کل آزمون دارد.

د) همبستگی منفی با نمرات کل آزمون دارد.

۲ـ تمیز پیش و پس از آموزش به این معنی است که آیا سؤال .....

الف) در پیش آزمون دشوارتر است یا در پس آزمون؟

ب) به خوبی بین آزمون‌شوندگان ضعیف و قوی تمیز قائل می‌شود؟

ج) دانش‌آموزان حد تسلط و غیر حد تسلط را از هم مجزا می‌سازد؟

د) باید پیش از آموزش به اجرا درآید یا پس از آن؟

۳ـ اگر به یک کلاس سی نفری آزمونی بدهیم و ۲۰ نفر از آنها سؤال شماره ۱۰ را درست جواب بدهند، ضریب دشواری سؤال شماره ۱۰ چند خواهد بود؟

الف) 10 ب) -10 ج) 0/33 د) 0/67

۴ـ کدامیک از ضرایب دشواری زیر معرف این است که سؤال دشوارتر است؟

الف) %90 ب) %50 ج) %35 د)%11

۵ـ بهترین ضریب دشواری برای آزمون های وابسته به هنجار کدام است؟

الف) 0 ب) %50 ج) %80 د) 1

۶ـ ضریب همبستگی یک سؤال با کل آزمون معرف چیست؟

الف) پایایی آزمون ب) روایی آزمون

ج) ضریب دشواری سؤال د) ضریب تمیز سؤال

WWW.FUKA.IR

۷ـ در تنظیم سؤال ها رعایت چه موردی ضروری است؟

الف) همه سؤال ها باید در یک سطح باشند.

ب) سؤال ها از دشوار به ساده تنظیم شوند.

ج) سؤال ها از ساده به دشوار تنظیم شوند.

د) سؤال های مربوط به هر طبقه از هدفها به دنبال هم نیایند.

۸ـ در یک آزمون ۴ گزینه‌ای که ۵۰ سؤال دارد دانش‌آموزی به ۳۹ سؤال پاسخ درست و به ۶ سؤال پاسخ غلط داده است، نمره او با احتساب نمره منفی چند می‌شود؟

الف) 37/8 ب) 37 ج) 35 د) 32/25

۹ـ وقتی که تعداد برگه‌های امتحانی از ۲۰ نفر کمتر است برای محاسبه ضریب دشواری چه کار باید کرد؟

الف) تعداد کل افراد را که به سؤال پاسخ درست داده‌اند پیدا کنیم و در $\frac{1}{2}$ ضرب نماییم.

ب) تعداد کل افراد را که به سؤال پاسخ درست داده‌اند بخش بر افرادی که پاسخ غلط داده‌اند می‌کنیم.

ج) تعداد کل افراد را که به سؤال پاسخ درست داده‌اند بخش بر تعداد کل افراد کرده و در 100 ضرب می‌کنیم.

د) تعداد کل افراد را که به سؤال پاسخ غلط داده‌اند بخش بر افرادی که پاسخ درست داده‌اند کرده و ضرب در عدد 10 می‌کنیم.

۱۰ـ در فرمول ضریب تمیز منظور از N چیست؟

الف) تمام آزمودنی ها ب) 50 درصد آزمودنی ها

ج) 25 درصد گروه مورد نظر د) 10 درصد گروه مورد نظر

۱۱ـ سؤالی که تفاوت ضرایب دشواری قبل و بعد از آن چند باشد بهترین سؤال است؟

الف) 1+ ب) 1- ج) 55+ د) 55-

WWW.FUKA.IR

۱۲ـ از نظر نیتکو وقتی هدف از تهیه یک آزمون چه چیزی باشد استفاده از شاخص تفاوت ضـرایب دشـواری پیش و پس از آزمون کار مفیدی نیست؟

الف) تفسیر پیشرفت تحصیلی نسبی آزمودنی ها

ب) تفسیر پیشرفت مطلق آزمودنی ها

ج) برآورد وضعیت فرد در گروه

د) برآورد وضعیت گروه آزمودنی ها

۱۳ـ درصد کل ازمودنی هایی که به یک سؤال جواب مثبت می‌دهند ..... نام دارد؟

الف) ضریب تمیز ب) ضریب دشواری ج) ضریب پایایی د) ضریب روایی

۱۴ـ سؤال خوب برای یک آزمون سؤالی است که دارای .....

الف) ضریب دشواری متوسط و ضریب تمیز متوسط باشد.

ب) ضریب دشواری بالا و ضریب تمیز متوسط باشد.

ج) ضریب دشواری متوسط و ضریب تمیز بالا باشد.

د) ضریب دشواری پایین و ضریب تمیز بالاباشد.

۱۵ـ برای محاسبه همبستگی میان یک سؤال و کل آزمون از چه نوع همبستگی استفاده می‌شود؟

الف) دو رشته‌ای نقطه‌ای ب) دو رشته‌ای ج) پیرسون د) اسپیرمن

۱۶ـ کدام درجه سؤال، اطلاعات افتراقی بیشتری را به دست می‌دهد؟

الف) P = 0/25 ب) P =0/50 ج) P = 0/75 د) P = 1/00

۱۷ـ نسبت پاسخ درست آزمودنی های گروه ملاک بالا (قوی) به یـک سـؤال آزمـون ۰/۲۷ و نسـبت پاسـخ درست آزمودنی های گروه ملاک پایین (ضعیف) ۰/۳۷ است. ضریب تمیز این سؤال کدام است؟

الف) -0/05 ب) -0/10 ج) +0/32 د) +0/64

WWW.FUKA.IR

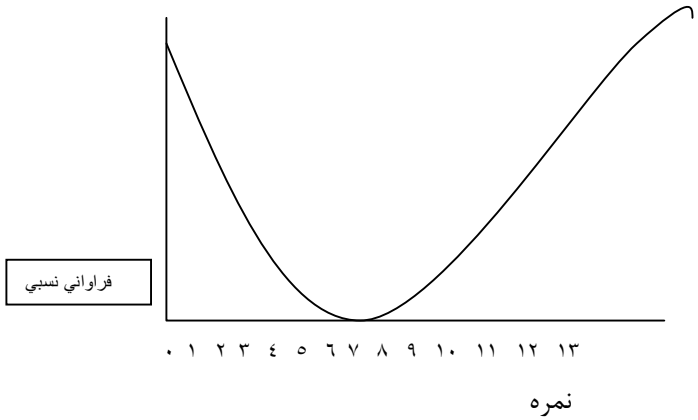
۱۸ـ چنانچه نمودار توزیع نمره‌های یک آزمون مطابق شکل روبرو باشد، می‌توان اظهار داشت که سؤال هـای آزمون دارای ..... است.

الف) دشواری بالا و قدرت تمیز بالا

ب) دشواری بالا و قدرت تمیز متوسط

ج) دشواری متوسط و قدرت تمیز بالا

د) دشواری متوسط و قدرت تمیز متوسط



۱۹ـ در صورتی که آزمودنی های یک آزمون از جهت خصیصه مورد انـدازه‌گیـری متجـانس باشـند، انتظـار می‌رود دامنه تغییر درجه دشواری سؤال ها چگونه باشد؟

الف) محدود ب) گسترده ج) در حد متوسط د) در حد بالا

۲۰ـ جدول زیر نشان‌دهنده پاسخهای درست و نادرست دو گـروه از دانـش‌آمـوزان قـوی و ضـعیف (دانـش آموزانی که به حد متوسط رسیده‌اند و دانش‌آموزانی که به حد تسلط نرسیده‌اند) بـه یـک سـؤال از آزمـون ملاک مرجع است. قدرت تمیز این سؤال چقدر است؟

	تسلط	عدم تسلط
پاسخ درست	2	9
پاسخ نادرست	5	2

الف) 0/43 ب) 0/53 ج) 0/63 د) 0/73

۲۱ـ در آزمونی که ۶۰ نفر در آن شرکت کرده‌اند، ۱۵ نفر به سؤال پاسخ غلط می‌دهند. ضـریب دشـواری ایـن سؤال کدام است؟

الف) 0/15 ب) 0/25 ج) 0/45 د) 0/75

WWW.FUKA.IR

۲۲ـ اگر ضریب تشخیص (قوه تمیز) یک سؤال ۱۰۰ درصد باشد، ضریب دشواری سؤال چند درصد خواهد بود؟

الف) صفر ب) 25 ج) 50 د) 100

۲۳ـ در مراحل تحلیل سؤال های آزمون، مهم‌ترین ملاک برای تصمیم‌گیری در مورد حذف یا نگهداری سؤال در آزمون جدید چیست؟

الف) ضریب تشخیص ب) واریانس سؤال

ج) سطح دشواری د) کارایی گزینه‌ها

۲۴ـ هراندازه قدرت تمیز یک آزمون بیشتر باشد، نمرات حاصل از اجرای آن به همان اندازه .....

الف) یکدست و یکنواخت‌تر خواهد شد.

ب) واریانس بیشتری خواهد داشت.

ج) از هنجار بیشتر فاصله خواهد داشت.

د) موفقیت را بهتر پیش‌بینی خواهد کرد.

۲۵ـ بین سطح دشواری و واریانس یک سؤال رابطه وجود دارد. بر این اساس می‌توان گفت:

الف) سؤالات دشوار و سؤالات آسان واریانس بزرگتری دارند.

ب) هراندازه که دشواری سؤال متوسط باشد، واریانس آن بیشتر است.

ج) با افزایش سطح دشواری سؤال، واریانس آن همواره کاهش می‌یابد.

د) با افزایش سطح دشواری سؤال، واریانس آن همواره افزایش می‌یابد.

۲۶ـ سؤال خوب سؤالی است که منحنی ویژگی آن در نقطه برش ..... شیب را دارد.

الف) حداقل ب) حداکثر ج) 0/50 د) 0/68

۲۷ـ دلیل اینکه معلم می‌خواهد نمره امتحان دانش‌آموزی کمتر تحت تأثیر خطاهای تصادفی قرار گیرد، کدام است؟

الف) تعیین اثر دقیق آموزشی ب) به حد مطلوب رساندن ضریب دشواری

ج) تنظیم ضریب تمیز، متناسب با توانایی شاگردان د) نزدیک کردن نمره مشاهده شده به نمره واقعی شاگرد

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ
1	ب	12	ب
2	الف	13	ب
3	د	14	ج
4	د	15	الف
5	ب	16	ب
6	الف	17	ب
7	ج	18	ج
8	ب	19	الف
9	ج	20	ب
10	ج	21	د
11	ج	22	ج

سؤال	پاسخ
23	ج
24	ب
25	ب
26	ب
27	د

WWW.FUKA.IR

مجموعه تست 8

۱ـ یک آزمون ۱۸۰ سؤالی را به ۶ آزمون ۳۰ سؤالی تقسیم کرده‌ایم. اگر بخـواهیم ضـریب پایـایی همسـانی درونی این آزمون را حساب کنیم، بهترین روش کدام است؟

الف) KR20 ب) KR21

ج) آلفای کرانباخ د) فرمول اسپیرمن ـ براون

۲ـ آزمون های پیشرفت تحصیلی بیشتر با کدامیک از انواع روایی (VALIDITY) ارتباط دارد؟

الف) سازه ب) محتوا ج) همزمان د) پیش‌بین

۳ـ ضریب پایایی برای یک آزمون ۱۰۰ سؤالی برابر ۱۰/۹۰ است. اگر طول آزمون را به $\frac{3}{4}$ تقلیل دهیم، ضـریب پایایی چقدر خواهد بود؟

الف) 0/73 ب) 0/78 ج) 0/85 د) 0/87

۴ـ فرمول کودر ـ ریچاردسون ۲۰ زمانی مناسب‌ترین کارایی را دارد که .....

الف) سطح دشواری آزمون مناسب باشد.

ب) سؤال های آزمون دو ارزشی باشند.

ج) اختلاف بین دشواری سؤال ها زیاد باشد.

د) سؤال ها حداقل چهار ارزش داشته باشند.

۵ـ آزمون که انگیزه درونی یادگیری را می‌سنجد، در موقعیت حذف پاداش های بیرونـی، دانـش‌آمـوزان بـا سطح بالای یادگیری را از دانش‌آموزان با سطح پایین تفکیک می‌کند. لذا می‌توان گفـت ایـن آزمـون دارای روایی (validity) ..... است.

الف) صوری ب) محتوی ج) ملاکی د) سازه

۶ـ در کدامیک از روشهای تعیین پایایی (Reliability) تمرین بیشتری تأثیر را می‌تواند در پردازش خطـای آزمون داشته باشد؟

الف) تصنیف ب) فرمهای همتا ج) بازآزمایی د) کودر ـ ریچاردسون

WWW.FUKA.IR

۷ـ برآورد پایایی (Reliability) به کمک ثبات درونی در وضعیتی بهتر برآورد می‌شود که آزمون :

الف) دارای سؤال های متجانس و همگون باشد.

ب) به قسمت های موازی قابل تقسیم نباشد.

ج) دارای سؤال های قابل تفکیک نباشد.

د) دارای سؤال های مستقل و قابل تفکیک باشد.

۸ـ مقادیر پایایی حاصل از دو روش KR۲۰ و KR۲۱ در حالتی برابر خواهند بود که دشواری همه سؤال هـای آزمون ..... باشند و در غیر این صورت KR۲۱ ..... از مقدار KR۲۰ خواهد شد.

الف) یکسان ـ کوچکتر ب) یکسان ـ بزرگتر

ج) برابر یک ـ کوچکتر د) برابر یک ـ بزرگتر

۹ـ اولین قدم در تعیین روایی (validity) سازه چیست؟

الف) تعریف سازه مورد نظر ب) مشخص کردن نوع آزمون

ج) تعیین اندازه‌پذیر بودن سازه د) تعیین روش اندازه‌گیری سازه

۱۰ـ در تعیین کدامیک از انواع روایی (validity) از محاسبات آماری استفاده نمی‌شود؟

الف) همزمان ب) پیش‌بین ج) محتوا د) سازه

۱۱ـ منظور از پایایی آزمون کدام است؟

الف) همسانی در اندازه‌گیری ب) کاهش خطای اندازه‌گیری

ج) بررسی هدف مورد اندازه‌گیری د) یکسانی محتوای آزمون

۱۲ـ اعتبار یک ازمون از طریق دونیمه کردن معادل ۰/۷۰ است. اعتبار کل آزمون چقدر است؟

الف) 0/35 ب) 0/75 ج) 0/82 د) 1/4

۱۳ـ تفاوت اساسی روایی همزمان و روایی پیش‌بین در چیست؟

الف) نوع آزمون ب) هدف های اندازه‌گیری

ج) نمره‌گذاری آزمون د) زمان اجرای آزمون

WWW.FUKA.IR

۱۴ـ همبستگی هر سؤال با سایر سؤالها در یک آزمون بیانگر چیست؟

الف) همگنی درونی ب) روایی محتوا

ج) قدرت تشخیص د) درجه دشواری

۱۵ـ در محاسبه کدام شاخص از خطای استاندارد اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

الف) محاسبه ضریب تمیز کل آزمون ب) محاسبه ضریب دشواری آلفای کرانباخ

ج) محاسبه روایی (validity) د) محاسبه ضریب پایایی (Reliability)

۱۶ـ در کدامیک از گروه های زیر، ضریب پایایی یک آزمون واحد بیشتر است؟

الف) جمعیت پسران 12 ساله ب) جمعیت دختران بالای 15 سال

ج) جمعیت مردان بالای 25 سال د) جمعیت مردان و زنان بالای 20 سال

۱۷ـ تعیین روایی پیش‌بین در کدام یک از انواع آزمون ها مناسب‌تر است؟

الف) شخصیت ب) مهارت ج) پیشرفت د) استعداد

۱۸ـ کدامیک از انواع روایی شکل پیچیده‌تری از روایی صوری است؟

الف) منطقی ب) ملاکی ج) پیش‌بین د) سازه

۱۹ـ در تحقیقی برای انطباق آزمون هوشی و کسلر برای استفاده در ایران، رابطه نمرات حاصل از اجرای این آزمون را با نمرات حاصل از آزمون استنفورد ـ بینه که قبلاً برای استفاده در ایران مورد انطباق قرار گرفته، بدست آورده‌ایم. این کار کوششی در جهت احراز کدام گونه از روایی بوده است؟

الف) صوری ب) ملاکی ج) محتوا د) سازه

۲۰ـ هرگاه یک آزمون، موضوعات متفاوتی را اندازه‌گیری کند استفاده از کدام روش احراز پایایی منجر به ضریبی کمتر از روشهای دیگر خواهد شد؟

الف) تنصیفی ب) بازآزمایی ج)کودر ـ ریچاردسون د) فرمهای معادل

WWW.FUKA.IR

پاسخنامه

سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ
1	ج	11	الف
2	ب	12	ج
3	د	13	ب
4	ب	14	الف
5	د	15	د
6	ج	16	د
7	د	17	د
8	الف	18	الف
9	الف	19	د
10	ج	20	ج

WWW.FUKA.IR

تست‌های طبقه‌بندی شده

۱- توانایی تولید نیرو در بیش‌ترین سرعت آمیختن قدرت و سرعت در مدت زمان کوتاه ..... نام دارد.

1) توان 2) قدرت 3) استقلامت عضلانی 4) چابکی

۲- استقامت عضلانی به چه عواملی بستگی دارد؟

1) قدرت 2) سرعت 3) نیروی طول مدت حرکت 4) همه موارد

۳- ازمون‌هایی که بر پایه شمارش نبض استوار است چه قابلیتی را اندازه‌گیری می‌کنند؟

1) استقامت عضلانی 2) استقامت قلبی – تنفسی 3) سرعت 4) توان

۴- کدام‌یک از موارد زیر جزو آزمون‌های توان نمی‌باشد؟

1) آزمون پرش عمودی 2) آزمون پرتاب مدیسین بال 3) آزمون پرش جفت بارفیکس 4) آزمون کشش

۵- کدام‌یک از آزمون‌های زیر چابکی عمومی بدن را اندازه‌گیری می‌کند؟

1) آزمون گرفتن خط‌کش در هوا پس از رها کردن آن 2) آزمون چمباته

3) آزمون مارگاریا – کالامن 4) موارد 1 و 2

۶- آمادگی افراد در سهولت یادگیری حرکت‌های بدنی نشان دهنده چه نوع پیشرفتی می‌باشد؟

1) استقامت قلبی عروقی 2) انعطاف‌پذیری بدن 3) استقامت عمومی بدن 4) آموزش پذیری حرکتی

۷- آزمون بالک برای اندازه‌گیری ..... به‌کار می‌رود.

1) سرعت 2) توان 3) نیروی عضلانی 4) استقامت قلبی – عصبی

۸- اندازه‌گیری جزئی زیر جلدی توسط چه وسیله‌ای انجام می‌گیرد؟

1) کالیبر 2) وزن‌کشی زیر آب 3) گونیامتر 4) نقاله

۹- قدرت انفجاری عضله در یک مهارت ورزشی به کدام مورد مربوط است؟

WWW.FUKA.IR

1) قدرت عضلانی 2) نیروی عضلانی 3) استقامت عضلانی 4) چابک

۱۰- ..... با حداکثر اکسیژن مصرفی ارتباط مستقیم دارد.

1) ترکیب بدنی 2) توان عضلانی 3) قدرت عضلانی 4) آمادگی قلبی – ریوی

۱۱- از ۳۰ دانش‌آموز دبیرستانی امتحان پرتاب توپ مدیسین بال گرفته شد. محمود در این امتحان توپ مدیسین بال ۴ کیلویی را تا مسافت ۵ متری پرتاب نمود. کار انجام شده توسط وی کدام است؟

1) 10 کیلوگرم 2) 20 کیلوگرم 3) 120 کیلوگرم 4) 150 کیلوگرم

۱۲- وزن کشی زیر آب مربوط به ارزیابی ..... در ترتیب بدنی می‌باشد.

1) انعطاف‌پذیری 2) توان عضلانی 3) ترکیب بدنی 4) قلبی – تنفسی

۱۳- کدام پارامتر به‌وسیله کشش بارفیکس اندازه‌گیری می‌شود؟

1) قدرت و توان عضلانی 2) قدرت و توان استقامتی عضلانی

3) استقامت عضلانی و انعطاف‌پذیری 4) قدرت عضلانی و انعطاف‌پذیری

۱۴- مقیاس بورگ (RPE) برای درجه‌بندی شدت کدام نوع تمرینات طراحی شده است؟

1) تمرینات هوازی 2) تمرینات غیرهوازی 3) تمرینات قدرتی 4) تمرینات سرعتی

۱۵- کدام آزمون برای ارزیابی آمادگی قلبی – عروقی کاربرد ندارد.

1) آزمون پله 2) تست ورزش 3) دوی 540 متر 4) وزن کشی زیر آب

۱۶- تست کوپر ۲۴۰۰ متر برای ارزیابی کدام شاخص به‌کار می‌رود؟

1) استقامت عضلانی 2) استقامت در سرعت 3) توان هوازی 4) استقامت هوازی

۱۷- قدرت نسبی و مطلق فردی که وزن بدن او ۶۰ کیلومتر بوده و وزنه ۱۲۰ کیلوگرم را جابه‌جا کرد چقدر می‌باشد؟

1) 2-120 2) 120-3600 3) 120-2 4) 120-0/5

۱۸- کدام‌یک از جنبه‌های زیر در آزمون‌های تعادلی مدنظر می‌باشد؟

1) وضعیت بدن 2) وضعیت سطح انکا 3) محل مرکز ثقل 4) تأثیر نیروها

WWW.FUKA.IR

۱۹- کدام آزمون برای اندازه‌گیری سرعت اعضای بدن به‌کار می‌رود؟

1) استقامت قلبی – تنفسی
2) توانایی و مهارت حرکتی
3) قدرت و استقامت عضلانی
4) استقامت و نیروی عضلانی

۲۰- در ضربه‌ی وارد شده به پیش تخته در پرش از خرک کدام شاخص نقش اساسی بازی می‌کند؟

1) قدرت عضلانی ران و کمربند شانه‌ای
2) سرعت عکس‌العمل ران و کمربند شانه‌ای
3) نیروی عضلانی ران و کمربند شانه‌ای
4) انعطاف‌پذیری ران و کمربند شانه‌ای

WWW.FUKA.IR

پاسخ تست‌های طبقه‌بندی

۱- گزینه (۱) صحیح است.

توان

۲- گزینه (۴) صحیح است.

همه موارد، (یعنی قدرت، سرعت، نیرو و طول مدت حرکت)

۳- گزینه (۲) صحیح است.

استقامت قلبی – تنفسی

۴- گزینه (۴) صحیح است.

آزمون کشش بارفیکس

۵- گزینه (۲) صحیح است.

آزمون چمباته

۶- گزینه (۴) صحیح است.

آزموش‌پذیری حرکتی

۷- گزینه (۴) صحیح است.

استقامت قلبی – تنفسی

۸- گزینه (۱) صحیح است.

کالیپر

۹- گزینه (۲) صحیح است.

نیروی عضلانی

۱۰- گزینه (۴) صحیح است.

آمادگی قلبی – ریوی

WWW.FUKA.IR

۱۱- گزینه (۲) صحیح است.

20 کیلوگرم

۱۲- گزینه (۳) صحیح است.

ترکیب بدنی

۱۳- گزینه (۲) صحیح است.

قدرت و استقامت عضلانی

۱۴- گزینه (۱) صحیح است.

تمرینات هوازی

۱۵- گزینه (۴) صحیح است.

وزن کشی زیر آب

۱۶- گزینه (۴) صحیح است.

استقامت هوازی

۱۷- گزینه (۳) صحیح است.

120-2

۱۸- گزینه (۲) صحیح است.

وسعت سطح اتکاء

۱۹- گزینه (۱) صحیح است.

سینما توگرافی

۲۰- گزینه (۴) صحیح است.

انعطاف‌پذیری ران و کمربند شانه‌ای

WWW.FUKA.IR

مجموعه نکات آمار، سنجش و اندازه‌گیری

1) شنا روی پاراال با وزنه خیلی سبک صفت استقامت حرکتی را اندازه‌گیری می‌کند.

2) اگر در یک امتحان آمادگی جسمانی نمره‌ی همه‌ی افراد نزدیک به میانگین باشد واریانس رکوردها کوچک می‌باشد.

3) در یک امتحان آمادگی جسمانی همه افراد نمره منفی گرفته‌اند معدل افراد منفی می‌باشد.

4) در مورد رکوردهای زمانی مربوط به چابکی و سرعت آزمون ایفر هر دو پس‌رونده هستند.

5) برای تعیین پایایی یک آزمون مهارت بسکتبال از روش آماری ضریب همبستگی پیرسون استفاده می‌شود.

6) در یک مطالعه ضریب همبستگی بین وزن و سرعت 95% شده است همبستگی منفی عالی بین وزن و سرعت وجود دارد.

7) مهم‌ترین امتیاز (سؤال‌های چندگزینه‌ای (Multiple-Choicestem) افزایش نمونه‌گیری از محتوا و پوشش.

8) اگر فراوانی نسبی طبقه‌ایی از یک توزیع فراوانی برابر با 12 و فراوانی مطلق آن طبقه 15 باشد تعداد کل داده‌ها 125 است.

9) انحراف استاندارد (1-) را هرگز نمی‌تواند اختیار کند.

10) از جمله روش‌های کاهش و کنترل عامل حدس و گمان در آزمون‌های چندگزینه‌ای افزایش تعدد گزینه‌های سؤال است.

11) روایی ابزار اندازه‌گیری اساساً نشانگر میزان مربوط بودن و مناسب بودن ابزار اندازه‌گیری است.

12) ضریب همبستگی بین نمره‌های امتحانات سال آخر دوره‌ی کارشناسی و نمره‌های امتحانات ورودی دوره کارشناسی ارشد پذیرفته‌شدگان دانشگاه نشان‌دهنده میزان روایی پیش‌بینی امتحانات سال آخر دوره کارشناسی است.

13) اگر میانگین هوش دانشجویان تربیت بدنی (105) و واریانس هوش آن‌ها (144) باشد دامنه هوش افرادی که این جامعه که یک واحد از میانگین جامعه فاصله دارند (117-93) است.

14) اگر به نصف رکوردهای یک کلاس در امتیازات والیبال عدد ثابت (6) را اضافه کنیم و از نصف دیگر عدد ثابت (4) را کم کنیم میانگین یک نمره به آن اضافه می‌شود.

WWW.FUKA.IR

15) اگر بین زمان دوی سرعت 45 متر و استقامت عضلات کمربند شانه‌ای همبستگی (95%+) وجود داشته باشد می‌توان گفت: در اکثر موارد با افزایش سرعت افراد، استقامت عضلانی نیز افزایش پیدا می‌کند.

16) کشش بارفیکس (مردان) با حداکثر وزنه‌ای که شخص بتواند با خود حمل کند قابلیت قدرت عضلانی حرکتی را اندازه‌گیری می‌کند.

17) در آزمون چابکی دویدن 9×4 میانگین و انحراف معیار دانش‌آموزان یک کلاس به ترتیب برابر 9/2 و 0/7 می‌باشد نمره T دانش‌آموزی که در دو و چابکی رکورد 10/6 را کسب نموده‌اند 30 است.

18) قدرت انفجاری عضله در یک مهارت ورزش مربوط به نیروی عضلانی است.

19) مدرس ژیمناستیک دانشگاه مشهد برای اطمینان از آزمون خود از چند مدرس ژیمناستیک دعوت نموده تا به افراد نمره دهند اگر توافق مدرسان در نمره بالا باشد وضعیت آزمون مدرس دارای عینیت بالاست.

20) نمرات استاندارد T چهار نفر از دانشجویان در درس سنجش عبارت است از 85، 55، 0، 30 نمرات Z آن‌ها می‌شود 3/5، 0/5، 5-، 2- .

21) معدل یک دانشجوی تربیت بدنی در هفت واحد عملی 13 است اگر نمره 16 را از نمرات او حذف کنیم معدل این دانشجو 12/5 می‌شود.

22) قدرت عضلانی و نیروی عضلانی در مبحث سنجش و اندازه‌گیری در تربیت بدنی دو مقوله جدا و مستقل است و هر کدام کاربرد ویژه دارد.

23) از یک کلاس مدرسه‌ای همه آزمون با ملاک‌های مختلف ورزش به عمل آمده است برای این که بتوان یک نمره ورزش برای هر یک از دانش‌آموزان محاسبه گردد نمره سه آزمون را به صورت استاندارد محاسبه می‌نمائیم.

24) مهم‌ترین هدف ارزشیابی تکوینی ایجاد بازخورد در فراگیر است.

25) برای شرکت در کلاس‌های آمادگی جسمانی دانشگاه، رکورد ورودی تعیین نموده‌اند. برای انتخاب افراد جهت شرکت در این کلاس ارزشیابی ملاکی لازم است.

26) آزمون راه رفتن روی میله موازنه قابلیت متمادی پویا را اندازه‌گیری می‌کند.

27) اگر بخواهیم مضارب عدد (3) را محدوده اعداد 25 تا 65 با فاصله سه طبقه‌بندی کنیم 13 طبقه خواهیم داشت.

28) کمی‌سازی افراد جزء اهداف اندازه‌گیری نمی‌باشد.

WWW.FUKA.IR

29) نمره استاندارد (Z) علی در امتحان سنجش و اندازه‌گیری (2) و نمره استاندارد (T) محمد در این امتحان (65) شده است مقایسه این دو نشان می‌دهد علی نمره بالاتری گرفته است.

30) از جمله کاربردهای سنجش و اندازه‌گیری اندازه‌گیری افراد و اشیاء می‌باشد.

31) معافیت افراد از تجربیاتی که در آن مهارت دارند جزء اهداف طبقه‌بندی افراد در گروه‌های متجانس نمی‌باشد.

32) یک آزمون‌کننده آزمون مشخصی را بر روی یک گروه آزمون شونده، دوباره اجرا نموده میزان همبستگی بین نتایج دو تکرار، بیانگر ضریب پایانی آزمون می‌باشد.

33) اگر نمرات 10 تا 52 با فاصله سه طبقه‌بندی شده باشد 15 طبقه ایجاد می‌کنند.

34) نمره‌های 6 دانش‌آموز در بارفیکس برابر با 8، 4، 7، 6، 3 و 2 می‌باشد میانگین و میانه این نمرات به ترتیب 5 و 5 می‌باشد.

35) اگر به $\frac{1}{3}$ داده‌های یک گروه (6) نمره اضافه کنیم و از نصف آن‌ها (4) نمره کم کنیم هیچ تغییری نمی‌کند.

36) انحراف متوسط نمرات (1 تا 6) 1/5 است.

37) ایستادن روی یک پا تعادل ساکن را اندازه‌گیری می‌کند.

38) شنا روی دست استقامت کمربند شانه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند.

39) در آنتروپومتری ابعاد بدن مورد اندازه‌گیری قرار می‌گیرد.

40) قدرت انفجاری عضله در استارت (در شروع دویدن) با نیروی عضلانی مترادف است.

41) آمادگی قلبی- ریوی با حداکثر اکسیژن مصرفی ارتباط مستقیم دارد.

42) برای ارزیابی ترکیب بدنی از کالیبر استفاده می‌شود.

43) چابکی را در کتاب‌های سنجش و ارزش‌یابی به صورت جامع قابلیت فرد در تغییر حالت و تغییر جهت با سرعت و با حفظ تعادل در فضا تعریف کرده‌اند.

44) دلیل این که معلم تربیت بدنی باید پس از اندازه‌گیری مهارت‌های ورزشی به استاندارد کردن آن‌ها بپردازد برای این است که نمره مهارت‌های مختلف را قابل مقایسه بسازد.

45) در مطالعات همبستگی رابطه بین دو صفت بررسی می‌شود.

46) اگر همبستگی دو نیمه یک آزمون (1) باشد ضریب اعتبار آن نیز (1) است.

WWW.FUKA.IR

47) ارزشیابی تکوینی (تدریجی) شامل ایجاد بازخورد به دانش‌آموز و معلم است.

48) جهت پیاده کردن برنامه آموزشی مناسب برای هر گروه طبقه‌بندی افراد گروه‌های متجانسی لازم است.

49) اگر دو داور هم‌زمان به چند نفر نمره بدهند شانس اعتبار (پایایی) آزمون را می‌توان تعیین نمود.

50) اگر میانه یک سری اعداد 15 و میانگین آن‌ها 14 باشد نمای اعداد 17 است.

51) در یک مجموع رکورد پنج نمره به هر یک از رکوردها اضافه نموده‌ایم انحراف استاندارد و واریانس جدید هیچ تغییری نمی‌کند.

52) اگر نمره استاندارد T احمد برابر با 60 باشد نمره وی از حدود 84 درصد کلاس بیش‌تر است.

53) وزن‌کشی زیر آب مربوط به ارزیابی ترکیب بدنی در تربیت بدنی می‌باشد.

54) توانایی ادامه به فعالیت جسمانی یا مقاومت در برابر خستگی عضلانی را استقامت عضلانی می‌نامند.

55) اگر بین وزن و ساعت بیداری از خواب همبستگی 1- وجود داشته باشد این بدین معناست که با افزایش وزن افراد سحرخیزتر می‌شوند.

56) اگر از فاصله 40 سانتی‌متری، دستان خود را به طرف خط‌کشی که در حال افتادن است جهت توقف آن حرکت دهیم شاخص سرعت عکس‌العمل و عمل اندازه‌گیری می‌شود.

57) اگر بین دو نیمه آزمونی 0/6 همبستگی وجود داشته باشد ضریب اعتبار آزمون 0/75 است.

58) به وسیله کابل تنسیومتر قدرت عضلانی را اندازه‌گیری می‌کنند.

59) از لیتون، جهت اندازه‌گیری دامنه حرکتی مفصل استفاده می‌شود.

60) قدرت و استقامت عضلانی به وسیله کشش بارفیکس اندازه‌گیری می‌شود.

61) اگر ورزشکاری در یادگیری مهارت‌های حرکتی توانایی بیش‌تری داشته باشد این عامل مرتبط با آموزش‌پذیری حرکتی است.

62) عینیت آزمون تعیین‌کننده این است که پایایی بین آزمون‌کنندگان متفاوت چقدر است.

63) ضریب تشخیص که در ارزشیابی سؤالات امتحانی به کار گرفته می‌شود به معنای درجه تمیز بین آزمودنی که سؤال را می‌داند با آزمودنی که سؤال را نمی‌داند می‌باشد.

WWW.FUKA.IR

64) یک مربی ورزش برای داوری در مورد عملکرد بازیکنان و انتخاب تیم‌ها بهتر است از معیار استانداردهای هنجاری استفاده کنیم.

65) مقیاس بورگ (RPE) برای درجه‌بندی شدت تمرینات هوازی طراحی شده است.

66) اگر گفته شود رتبه درصدی ورزشکاری در یک گروه 18% است چنین استنباط می‌شود که این ورزشکار: از 18 درصد افراد گروه خود بالاتر است.

67) وقتی ضریب دشواری سؤالی را محاسبه می‌کنیم (ضریب P) نسبت افرادی که به سؤال پاسخ درست می‌دهند است.

68) هنگام قضاوت در مورد عملکرد ورزشکاران شیرجه و ژیمناستیک از مقیاس فاصله‌ای استفاده می‌شود.

69) آزمون راکپورت قابلیت آمادگی قلبی تنفسی را اندازه‌گیری می‌کند.

70) ارزش واقعی رکورد ورزشی یک آزمودنی در یک گروه ورزشکار به عامل میانگین و انحراف استاندارد (معیار) گروه بستگی دارد.

71) در یک توزیع طبیعی با مشخصات $\bar{x} = 6$ و $S_x = 2$ نمره خامی که 84 درصد از نفرات از آن کم‌تر گرفته‌اند 8 خواهد بود.

72) استانداردهای ملاکی از پیشرفت را که ورزشکاران باید قادر باشند به آن سطح از آموزش و تمرین برسند نشان می‌دهد.

73) ضریب همبستگی نتایج آزمون مهارتی بدمینتون تعدادی از بازیکن با نتایج آن‌ها در مسابقات قهرمانی کشور $r = \mathbf{o} / 75$ گزارش شده است این آزمون دارای اعتبار بالایی است.

74) اگر میانگین نمرات بارفیکس یک گروه از ورزشکاران 14 و نما 8 باشد میانه نمرات آزمون بارفیکس 12 است.

75) آزمون وزن‌کشی زیر آب برای ارزیابی آمادگی قلبی- عروقی کاربرد ندارد.

76) آزمون (وینگیت) برای سنجش شاخص توان بی‌هوازی مناسب‌تر است.

77) چنانچه 8 ورزشکار تنیس روی میز به شکل دوره‌ای مسابقه دهند 28 مسابقه باید انجام شود.

78) اگر در آزمون دراز و نشست میانگین 40 و واریانس 4 بوده و دانشجویی دارای رتبه درصدی 84 باشد رکورد خام او 42 است.

79) در صورتی که میانگین نمرات در درس شنا 15 و انحراف استاندارد 1/5 باشد رتبه درصدی فردی که نمره خام او 18 باشد 98% است.

WWW.FUKA.IR

80) در اندازه‌گیری و تحلیل داده‌های حاصل از پرتاب آزاد بسکتبال و شیرجه نمایشی به ترتیب از مقیاس‌های فاصله‌ای- فاصله‌ای استفاده می‌شود.

81) ارزش واقعی یک رکورد ورزشی در یک گروه به عوامل میانگین و انحراف معیار رکوردها بستگی دارد.

82) اگر دانشجویی در تست آمادگی جسمانی رتبه 68 درصدی را کسب کرده باشد می‌توان گفت: از 68 درصد افراد شرکت‌کننده وضعیت بهتری دارد.

83) آزمون (راه رفتن را کپورت) پارامتر آمادگی هوازی را اندازه‌گیری می‌کند.

84) تست کوپر 2400 متر برای ارزیابی شاخص استقامت هوازی به کار می‌رود.

85) آزمون‌های پارفیکس قدرت و استقامت عضلانی را اندازه‌گیری می‌کند.

86) میانگین و میانه در اعداد زوج کم‌تر از 32 می‌شود $\bar{x} - 16$ و $mdn - 16$.

87) نمره T برای یک دونده 60 متر با رکورد 9 ثانیه در صورتی که میانگین رکوردهای مسابقه 8/5 ثانیه و انحراف استاندارد یک باشد 45 است.

88) اولین (پایین‌ترین) و آخرین (بالاترین) مرحله از حیطه شناختی اهداف آموزشی (تربیتی) به ترتیب دانش- ارزشیابی است.

89) افزودن سؤالات با ضریب تمیز بالا و ضریب دشواری متوسط پایایی آزمون را افزایش می‌دهد.

90) ضریب آزمونی که در آن ضریب همبستگی بین نیمه‌های آزمون 78% باشد 87% می‌شود.

91) آزمون کراس- وبر برای سنجش شاخص قدرت و استقامت عضلانی از آمادگی جسمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

92) آزمون سینماتوگرافی برای اندازه‌گیری سرعت اعضای بدن به کار می‌رود.

93) از کابل تنسیومتر برای ارزیابی شاخص قدرت عضلانی ایستا از آمادگی جسمانی و حرکتی استفاده می‌شود.

94) آزمون پرش جفت نیروی عضلانی را اندازه‌گیری می‌نماید.

95) اگر میانگین بارفیکس 18 باشد در صورتی که رکورد احمد 21 و واریانس رکوردها 9 باشد موقعیت رکورد احمد در تیم حدود 34 درصد بالای میانگین است.

96) اگر در آزمونی میانگین 12 و واریانس 4 باشد نمره‌ی خام فردی که رتبه درصدی وی 16 می‌باشد 10 است.

97) میانه‌ی اعداد 3، 4، 5، 6 و 4 می‌شود 4/25.

WWW.FUKA.IR

98) در یک آزمون 10 نفر نمره‌ی کامل گرفته‌اند رتبه‌ی آن‌ها 5/5 است.

99) در یک آزمون نمرات 8/1 و 9/25 و 7/32 و 6/97 و 8 به دست آمده است دامنه تغییرات رکوردها 2/29 است.

100) اگر یک آزمون (هوش مصنوعی- 81) به جای (هوش مصنوعی- 81) توجه را اندازه بگیرد آزمون فاقد ویژگی روایی خواهد بود.

101) در توزیعی که از میانه برای تعیین مقادیر گرایشی به کرند استفاده شود بهره‌گیری از شاخص پراکندگی انحراف چارکی مناسب‌تر است.

102) آزمون مجدد یا بازآزمایی تمرین بیش‌ترین تأثیر را در پرانش خطای آزمون دارد.

103) معیار ملاکی مشخص می‌کند که یک پسر 14 ساله حد/ درجه میعنی از یک مهارت را کسب کرده است.

104) در ارزشیابی نورمی امکان دارد افرادی که با رکورد خیلی پایین قبول و یا افرادی با رکورد خیلی بالا مردود می‌شوند.

105) برای تشخیص و تصمیم‌گیری در مورد کم و کیف یادگیری عقب‌مانده ذهنی ارزشیابی هنجاری مناسب‌تر است.

106) مربیان ورزشی برای قضاوت در عملکرد ورزشکاران و انتخاب آن‌ها بهتر است از آزمون هنجاری استفاده نمایند.

107) در ضربه وارد شده به پیش‌تخته در پرش از خرک شاخص نیروی عضلانی ران و کمربند شانه‌ای نقش اساسی را بازی می‌کند.

108) آزمون پرش در جای سارجنت با استفاده از نمو گرام لوئیز قابلیت توان عضلانی را اندازه‌گیری می‌کند.

109) برای تعدیل سطح نمره‌ها در یک کلاس (افزایش دادن و یا کم کردن آن‌ها) می‌توان به این صورت عمل کرده برای رعایت عدالت یک مقدار مساوی به همه نمره‌ها اضافه کرد و یا از آن‌ها کم کرد.

110) تفاوت‌های مهم بین منحنی طبیعی با منحنی طبیعی استاندارد در شاخص‌های آماری میانگین و انحراف استاندارد (معیار) است.

111) نیروی عضلانی (قدرت انفجاری- توان انفجاری) را در پرتاب وزنه می‌توان مشاهده کرد.

112) نمره‌هایی که بین صفر تا بیست در محیط‌های آموزشی داده می‌شود از نوع مقیاس و واحد اندازه‌گیری فاصله‌ای هستند.

113) چنانچه در یک دسته نمره میانگین برابر 6 و انحراف استاندارد برابر 2 باشد نمره استاندارد (Z) برابر $x = 6$ عبارت است از صفر.

WWW.FUKA.IR

114) در یک دسته نمره که میانگین آن 6 و انحراف استاندارد برابر 2 باشد نمره استاندارد تی (T) برای $x = 6$ عبارت خواهد بود از: 50

115) اگر نمره استاندارد (Z) یک دانش‌آموز برابر 1+ باشد مرتبه درصدی او در گروه عبارت خواهد شد از: 84

116) ارزش واقعی هر نمره در ارتباط با شاخص‌های آماری از میانگین و انحراف استاندارد (معیار) استفاده می‌شود.

117) در یک توزیع میانگین کوچک‌تر از مد (نما) و میانه است. این توزیع دارای کجی منفی می‌باشد.

118) در یک گروه 3 نفر با رکوردهای کشش بارفیکس 2، 4، 6 میانگین و انحراف استاندارد به ترتیب زیر عبارت‌اند از: 4 و 2.

119) در یک کلاس با تعداد 20 نفر دانش‌آموز که نمره قبولی 10 می‌باشد 8 نفر زیر 10 و 2 نفر 10 و 10 نفر بیش‌تر از 10 گرفته‌اند. درصدهای قبولی و ردی در این کلاس عبارتند از 60 درصد و 40 درصد.

120) ویژگی‌های مهم یک آزمون خوب در تربیت بدنی عبارتند از اعتبار، اعتماد، عینیت و قابل اجراء بودن آن.

121) استقامت عضلانی را به صورت‌های تعداد تکرار، زمان نگهداری انقباض و زمان تداوم حرکت اندازه‌گیری می‌کنند.

122) نیروی عضلانی به صورت‌های طول مسافت جابه‌جایی وزنه، مقدار کار انجام شده، توان اندازه‌گیری می‌شود.

123) توزیع آن‌ها در صورتی که تعدادشان خیلی زیاد باشد طبیعی است مد (نما) میانه و میانگین آن‌ها بر یک دیگر منطبق است و عموماً به نام منحنی طبیعی یا نرمال معروف هستند از ویژگی‌های اعداد استاندارد هستند.

124) ارزش و اهمیّت (سطح) نمره‌های درسی به دو ویژگی میانگین و انحراف استاندارد (انحراف معیار) آن‌ها بستگی دارد.

125) آمادگی‌های جسمانی و آمادگی‌های حرکتی به صورت دو بخش اصلی از آمادگی‌های عمومی بدن هستند.

126) مواد قابل اندازه‌گیری در تربیت بدنی در سه مقوله آمادگی‌های بدنی، مهارت‌های ورزشی و تربیت بدنی خلاصه می‌شوند.

127) برای دست‌بندی کردن اطلاعات خام داده‌های تعداد نمره‌ها، تعداد طبقه‌ها و فاصله طبقه‌ای مورد نیاز هستند.

128) نمره‌هایی که در محاسبات آماری بیش‌ترین کاربرد را دارند عبارتند از: الف) ساده با فرآوانی مساوی با یک (1). ب) ساده که فراوانی بیش‌تر از یک (1) دارند. ج) دسته‌بندی شده که فراوانی بیش‌تر از یک (1) دارند.

129) ویژگی‌های یک آزمون (ابزار اندازه‌گیری) خوب عبارتند از: اعتبار آماری (روایی) داشته باشد. اعتماد آماری (پایایی) داشته باشد، عینیت داشته باشد و بالاخره این که قابل اجرا باشد.

130) استقامت عضلانی به صورت الف) طول مدت انقباض عضلانی و تعداد تکرار یک حرکت مشابه ب) نسبی و مطلق ج) کشش از بارفیکس (زنان و مردان) و دراز- نشست اندازه‌گیری می‌شود.

WWW.FUKA.IR

131) همبستگی بالا و مثبت آماری بین ایکس (x) و ایگرگ (y) باعث می‌شود که: الف) خط رگرسیون قابل استفاده شود. ب) خط رگرسیون برآورد دقیق‌تری از y برای x معین به دست دهد. ج) خط رگرسیون با ضریب مثبت رسم شود.

132) مقیاس‌های اندازه‌گیری از ساده و مبهم به کامل و دقیق عبارتند از: اسمی، مرتبه‌ای، فاصله‌ای صفر مأخذی (نسبی)

133) برای تعدیل سطح نمره‌های کلاس (افزایش دادن یا کم کردن نمره‌ها) می‌توان به ترتیب نمره‌ها و یا رکوردها را طبقه‌بندی کرد و زیر منحنی برد.

134) Motorfithness مترادف مفهوم آمادگی حرکتی است.

135) flexibility جزء عوامل آمادگی جسمانی محسوب می‌شود.

136) به معیاری که مشخص می‌کند افراد حد معین یا درجه خاصی از مهارت را آموخته‌اند معیار نوری.

137) ارزشیابی از نظر زمانی دارای انواع ورودی، پایانی، تکوینی می‌باشد.

138) اگر چند آزمون‌کننده مجرب نمره‌های یکسانی در اجرای یک آزمون به دست بیاورند می‌توان گفت که آزمون دارای پایایی (ثبات) بالایی است.

139) اگر ترازوی اندازه‌گیری وزن افراد به درستی وزن را نشان ندهد بنابراین ترازو برای اندازه‌گیری وزن، ابزار معتبر و روایی نیست.

140) مبنای ارزشیابی عملکرد عضلات پا در مسابقات پرش از ارتفاع توان می‌باشد.

141) در روش ارزشیابی نهایی یا پایانی از معیار فقط ملاکی استفاده می‌شود.

142) هدف اصلی مربی و معلم در روش ارزشیابی مرحله‌ای یا تکوینی عبارت است از: تعیین نقاط قوت و ضعف فراگیر.

143) روش دو نیمه کردن آزمون به منظور تعیین پایایی (ثبات) آزمون به کار می‌رود.

144) در صورتی که مربی قصد تعیین رابطه بین نتایج حاصل از آزمون‌های مهارت تنیس روی میز با نتایج مسابقات قهرمانی کشور را داشته باشد بهتر است از روش محاسبه ضریب همبستگی اسپیرمن استفاده کند.

145) مقدار همبستگی بین دو گروه نمره‌ها ارتباط و جهت بین دو گروه نمره را نشان می‌دهد.

146) نمره‌های دراز و نشست براساس مقیاس فاصله‌ای اندازه‌گیری می‌شود.

147) نتایج مسابقات المپیک براساس مقیاس ترتیبی می‌باشد.

148) رابطه مقادیر تمایل مرکزی در کلاسی که حداکثر فراگیران وضعیت خوبی دارند به شکل نما < میانه < میانگین می‌باشد.

WWW.FUKA.IR

149) در کلاسی که میانگین نمره‌ها 35 و واریانس نمره‌ها 1/44 باشد 13/59% افراد در دامنه نمره‌ای 36/2-37/4 قرار می‌گیرد.

150) در یک منحنی که دارای کجی منفی می‌باشد میانگین به سمت نمره‌های کوچک‌تر گرایش دارد.

151) بر اساس $P_{75} = 31$ و $P_{25} = 19$، 50% میانی نمره‌های افراد در دامنه‌ی $\%34/13 + \%34/13 - P_{50}$ می‌باشد.

152) محاسبات ارزش‌هایی که با مقیاس اندازه‌گیری رتبه‌ای انجام شده باشند، با استفاده از روش‌های آماری غیرپارامتریک صورت می‌گیرند.

153) اگر به نمرات خام داده شده مضرب 3 را اضافه کنیم تغییرات میانگین و واریانس در توزیع جدید میانگین توزیع جدید نیز سه برابر خواهد شد، اما واریانس تغییری نخواهد کرد.

154) ضریب همبستگی در رابطه بین قدرت انفجاری عضلات کمربند شانه‌ای و امتیازات شوت سه امتیازی در بسکتبال حدود 0/5 به دست آمده، این بدان معناست که تغییرات قدرت انفجاری عضلات کمربند شانه‌ای تا حدودی موجب افزایش امتیازات شوت می‌شود.

155) بر اساس رابطه‌ی $P_{75} - P_{50} < P_{50} - P_{25}$ شکل تقریبی منحنی توزیع منحنی با کجی به راست می‌شود.

156) هدف ارزشیابی مقطعی یا Formative عبارت است از ایجاد بازخورد در معلم و شاگرد.

157) در تعریف جامع قدرت می‌توان چنین بیان کرد که عبارت است از نیروی یک عضله یا گروهی از عضلات با حداکثر تلاش، برای یک بار، در مقابل یک مقاومت.

158) وقتی آزمون دارای ثبات یا پایایی است که در یک آزمون یک آزمون‌کننده با دو گروه آزمون‌شوندگان مشخص، نمرات دقیقی به دست آورد.

159) مناسب‌ترین تعریف برای عامل چابکی قابلیت فرد در تغییر حالت و تغییر جهت با سرعت و با حفظ تعادل در فضا است.

160) آزمون‌های دویدن در حداقل زمان در مسافت‌های زیر 60 متر توان (قابلیت به کارگیری قدرت با سرعت) را اندازه‌گیری می‌کند.

161) اندازه‌گیری قابلیت فرد در به کارگیری میزان مشخصی از نیروی عضلانی به صورت تکراری از طریق آزمون‌های استقامت عضلانی پویا مناسب‌تر است.

162) میزان بالای خطای معیار اندازه‌گیری بیانگر آن است که آزمون از ثبات بالایی برخوردار نیست.

WWW.FUKA.IR

163) 75 درصد نمره‌ها برابر و کم‌تر از 20 و 25 درصد نمره‌ها برابر یا کم‌تر از 12 می‌باشد چارک متوسط نمره‌ها در یک دامنه 8 نمره‌ای قرار دارد.

164) تغییر میانگین نمرات فرد 1 الی 1000 که به دو قسمت مساوی تقسیم شده‌اند و گروه اول در عدد 3 ضرب و گروه دوم بر عدد 2 تقسیم شده باشد میانگین جدید بیش‌تر می‌شود.

165) نیروی به کار گرفته شده در حداقل زمان و حداکثر تلاش در یک یا گروه از عضلات عبارت است از توان.

166) در یک منحنی با چولگی/ کجی مثبت اختلاف صدک هفتاد و پنجم تا میانه کم‌تر است از اختلاف میانه تا صدک بیست و پنجم است.

167) همبستگی بین سؤالات شماره یک تا ده با سؤالات یازده تا بیست این آزمون بیانگر پایایی آزمون است.

168) براساس تعاریف مفهومی در ارزشیابی آموزشی جامع بودن و متناوب بودن از سایر عوامل مهم‌تر است.

169) آزمون‌های دویدن در حداقل زمان در مسافت‌های 60 الی 100 متر سرعت حرکت و زمان واکنش را اندازه‌گیری می‌کند.

170) اگر هر یک از نمرات خام در یک توزیع را در عدد 3 ضرب کنیم واریانس و میانگین نمره‌های توزیع جدید سه برابر خواهد کرد.

171) اگر همبستگی نمرات آزمون جدید با آزمونی که دارای هدف مشابه می‌باشد بسیار بالا باشد این امر بیانگر روایی هم‌زمان است.

172) اگر دو آزمون‌کننده، آزمونی را به یک گروه آزمون شونده، اجرا کنند، بیانگر پایایی آزمون است.

173) در آزمون‌های تربیت بدنی معمولاً رابطه اعتبار (روایی) عینیت و پایایی آزمون‌ها به شکل ضریب عینیت= ضریب پایایی > ضریب روایی است.

174) اگر مربی از وضعیت فشارهای ورزشکار دوی سرعت در هر جلسه تمرین ارزیابی به عمل آورد ارزشیابی فرآیندی-تکوینی انجام داده است.

175) روش‌های سنجش قدرت هم‌جنبش به نیروی تولید شده در زوایای مختلف حرکتی ویژگی دارد.

176) قدرت نسبی و مطلق فردی که وزن بدن او 60 کیلوگرم بوده و وزنه 120 کیلوگرم را جابه‌جا کرده است 2-120 است.

177) دلیل اصلی غیرمعتبر بودن آزمون دوی 400 متر برای سنجش استقامت هوازی زمان حرکت کم است.

178) آگاهی در سطح آمادگی هوازی از انجام آزمون‌های استقامت هوازی صورت می‌گیرد.

WWW.FUKA.IR

179) در انعطاف‌پذیری باید برای سنجش آن به تشکیلات اطراف مفصل هم توجه داشت.

180) در مدل دو بخشی مطالعه ترکیب بدنی وزن بدن به وزن چربی و وزن خالص تقسیم می‌شود.

181) تفاوت بین آزمون‌های سرعت و چابکی مسیر حرکت است.

182) اساس گروه‌بندی بازیکنان به سه گروه ماهر، نیمه‌ماهر و مبتدی با نوع مقیاس ابتدای اندازه‌گیری انجام می‌شود.

183) در توزیع 5، 4، 3، 2، 1 مجموع انحراف نمرات نسبت به 3 کم‌تر است در 1 تا 4.

184) در صورتی که توزیع نمرات طبیعی باشد حداکثر فراوانی نمرات مربوط به نمره صفر Z می‌باشد.

185) احتمال این که نمره فردی در فاصله دو انحراف معیار بالاتر از میانگین قرار گیرد 2 درصد است.

186) در توزیع 1، 2، 2، 2، 5، 5، 5، 3، 9، 9 نما 5/2 است.

187) نمودار ستونی در تعیین جایگاه افراد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

188) یکی از هدف‌های سنجش طبقه‌بندی می‌باشد که به معنی تشکیل گروه‌های همسان در امر آموزش است.

189) در مورد تفاوت‌های جنسی در قدرت می‌توان گفت که: اساساً تفاوت‌های جنسی در قبل از بلوغ کم است.

190) تعداد محرک با تغییر زمان واکنش ساده ارتباط دارد.

191) تولید حداکثر نیرو در شرایطی که اندام فاقد سرعت می‌باشد قدرت ایستا نامیده می‌شود.

192) اینکه نمره حاصل از آزمون باید بازگوکننده توانایی واقعی خودآزمودنی باشد به ویژگی اعتبار مربوط است.

193) آزمونی که در آن فرد یک توپ را به مدت 30 ثانیه به طرف دیوار ارسال می‌کند از نوع آزمون مهارتی تکراری است.

194) شاخص پراکندگی انحراف متوسط مستقل از ارزش نمره شاگردان یک کلاس است.

195) در مورد ویژگی شاخص‌های مرکزی وضعیت قرارگیری شاخص‌ها نسبت به هم تعیین‌کننده نمودار توزیع است.

196) ارزشیابی از میزان تاب راکت در مرحله پس از ضربه فورهند تنیس از نوع پایانی است.

197) نمره درس سنجش از نوع مقیاس فاصله‌ای اندازه‌گیری است.

198) منظور از ارزشیابی در تربیت بدنی رتبه‌بندی ورزشکاران براساس معیارهای مورد قبول است.

199) چابکی در شمار آمادگی حرکتی کنترل حرکت در عوامل آمادگی قرار می‌گیرد.

200) پرتاب وزنه از مهارت‌های توان ارتباط دارد.

201) تعیین عینیت آزمون با شرایط ارزشیابی در مراحل مختلف آموزش مهارت اهمیت بیش‌تری دارد.

WWW.FUKA.IR

202) مهم‌ترین مساله در خصوص اعتبار آزمون‌های قدرت تعداد تکرار بیشینه است.

203) در کل آزمون‌های استقامت هوازی براساس دو معیار مدت فعالیت- نوع واحد اندازه‌گیری تقسیم‌بندی می‌شوند.

204) اعتبار و پایایی روش مستقیم انعطاف‌پذیری به نوع مفصل بستگی دارد.

205) در مورد ترکیب بدنی، شاخص توده بدن معیاری مناسب برای تعیین ترکیب بدنی است.

206) مهم‌ترین تفاوت بین آزمون‌های سرعت و چابکی مسیر حرکت است.

207) نوع اندام در شمار تقسیم‌بندی آزمون‌های زمان واکنش قرار نمی‌گیرد.

208) مقیاس اسمی تنها براساس محاسبه فراوانی قابل سنجش است.

209) زمانی که همبستگی بین دو متغییر قد و وزن در شاخص توده‌ی بدن برابر $+ \mathbf{o}\,/9\,\mathbf{o}$ باشد به این معنا $r \times y =$ است که 81 درصد تغییرات نیمرخ شاخص قد با تغییرات نیمرخ شاخص وزن هم‌پوشانی دارد.

210) حداکثر قدرت فردی که وزنه‌ی 20 کیلوگرمی را با 45 تکرار بالای سر ببرد 200 است.

211) آزمون زیربیشینه استراند برای اندازه‌گیری حداکثر اکسیژن مصرفی کاربرد دارد.

212) بازخورد به عنوان مهم‌ترین متغیر یادگیری در ارزشیابی تکوینی موردنظر قرار می‌گیرد.

213) اگر واریانس داده‌های a، b، c، d برابر صفر باشد میانگین داده‌های $6+3$، $5+d$، $4+c$، $3+b$، $2+a$ می‌شود 7.

214) اگر فراوانی هر یک از اعداد فرد بین 0 تا 20 برابر 3 باشد میانه این اعداد 10 است.

215) آزمون برادی جزء آزمون‌های مهارتی والیبال می‌باشد.

216) دو عامل مؤثر در اندازه‌گیری توان قدرت- سرعت است.

217) در سه آزمون پرش طول، دراز نشست و دویدن سرعت، به ترتیب ضرایب 2، 1 و 3 منظور شده است اگر نمرات t فردی به ترتیب 25، 34 و 40 باشد نمره t نهایی 34 می‌شود.

218) اگر نمره‌های داده شده 17-19/5- 25/14-11-13/5-16/5 باشد دامنه تغییرات آن 8/51 خواهد بود.

219) در تعیین حد معینی از مهارت آموزشی داده شده به والیبالیست‌های مبتدی از معیار حدی استفاده می‌کنیم.

220) شاخص‌های استاندارد نمرات Z، نمرات t، صدک‌ها برای نشان دادن وضعیت گروه‌های بالا و پایین استفاده می‌شود.

221) اگر یک عدد ثابت در همه‌ی نمرات دو متغیر ضرب شود، ضریب همبستگی بین آن دو متغییر تغییر نمی‌کند.

WWW.FUKA.IR

222) در منحنی با کجی منفی اگر نما 18 میانه 15 باشد میانگین 13 است.

223) اگر در یک گروه 10 نفری مجموع انحرافات رکوردهای بالاتری از میانگین 25 باشد انحراف متوسط 5 است.

224) پرش طول جزء آمادگی حرکتی است.

225) اگر میانگین قدر افراد 178 باشد، چنانچه فردی دارای قد 188 بوده و انحراف معیار برابر با 10 باشد رتبه درصدی حدوداً 84% است.

226) اگر در یک کلاس 25 نفری بالاترین طبقه دارای فراوانی 3 باشد فراوانی تجمعی درصدی طبقه ماقبل آخر 88 است.

227) در رکوردهای (10، 12 و 14) اگر فراوانی رکوردهای 10 و 14 را یکسان در نظر بگیریم میانگین 12 است.

228) میانگین، میانه و نمای رکوردهای 10 تا 20 که هر یک از رکوردها دارای فراوانی 4 هستند میانگین و میانه مساوی 15 و نما نداریم.

229) اگر ضریب همبستگی بین چابکی و تعادل 80% باشد به این معناست که 64 درصد پراکندگی بین چابکی و تعادل مشترک است.

230) اگر در یک آزمون ورودی کسانی را قبول کنند که به 80% سؤالات جواب صحیح داده‌اند ارزشیابی ملاکی به کار رفته است.

231) اگر میانگین یک گروه از داده‌ها 20 و نمای آن‌ها 35 باشد مقدار عددی میانه 25 است.

232) میانه‌ی اعداد 12 و 10 و 11 و 12 و 13 و 14 و 15 می‌شود 12/25 است.

233) کران بالا و پایین طبقه‌ی 35/5- 34/5 می‌شود 35/55-34/45.

234) خلاصه تاریخچه سنجش و اندازه‌گیری در تربیت بدنی به صورت ابتدا اندازه‌گیری‌های مربوط به شکل و اندازه‌های ظاهری بدن، سپس مشخصه‌های داخلی بدن مانند نیرو، قدرت، استقامت و ... و سرانجام اندازه‌گیری مهارت‌های ورزشی عمومیت پیدا کردند.

235) برای تعیین روایی، یک آزمون مهارت والیبال را روی یک تیم باشگاهی والیبال و دانش‌آموزان یک مدرسه اجرا کرده‌ایم با این روش روایی سازه خواهد شد.

236) چنانچه ضریب همبستگی بین نمره‌های دو نیمه یک آزمون برابر با 50% باشد برآورد ضریب اعتبار (Reliability) کل آزمون 67% است.

WWW.FUKA.IR

237) اگر انحراف معیار مقادیر $(x_1, \mathbf{L}, x_2, x_1, 5)$ برابر صفر باشد میانگین مقادیر $(x_1, \mathbf{L}, x_2, x_1, 16)$ می‌شود 6.

238) اگر متغییر x دارای میانگین 50 و انحراف معیار 10 و متغییر y دارای میانگین 5 و انحراف معیار 2 باشد نمره 40 در متغییر x با نمره 3 y هم‌تراز است.

239) اگر میانگین نمرات درس حرکت‌شناسی 16 و واریانس نمرات 4 باشد و حسن در این درس نمره 18 گرفته باشد نمره استاندارد Z (1+) است.

240) آزمون راکپورت آمادگی قلبی تنفسی را اندازه‌گیری می‌کند.

1000)مجموع انحرافات از میانگین همیشه برابر با صفر است.

WWW.FUKA.IR

منابع

-سنجش و اندازه گیری در تربیت بدنی و علوم ورزشی / دکتر محمود شیخ و همکاران

-سنجش و ارزشیابی در تربیت بدنی / دکتر هادوی